Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Аверкин Александр Сергеевич

Ультракомпактные сверхпроводящие резонаторы для построения

электромагнитных метаматериалов

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

Автореферат диссертации

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

Карпов Александр Владимирович,

доктор физико-математических наук, профессор,

Консультант:

Устинов Алексей Валентинович,

доктор физико-математических наук, профессор

Москва - 2018

## Общая характеристика работы.

Работа посвящена исследованию сверхпроводящих Данная компактных резонаторов. Тема работы находится на стыке двух перспективных областей физики: метаматериалы и сверхпроводимость. Метаматериалы - это искусственно созданные среды, свойства которых обусловлены не столько свойствами материалов из которых они изготовлены, а искусственно созданной периодической структурой [1]. Сверхпроводимость – это физическое явление обращения электрического сопротивления материала в ноль при измерении на постоянном токе, сопровождающееся идеальным [2]. В представленной работе проведено теоретическое диамагнетизмом И экспериментальное исследование нескольких типов сверхпроводящих резонаторов: спирали Архимеда, кольцевого спирального резонатора, резонаторов на основе двойной спирали, а также двумерного массива высокочастотных квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов), характеризующихся преимущественной связью по магнитному полю. Был исследован отклик резонаторов на высоких частотах электромагнитного излучения, определена связь резонансных частот с размерами резонаторов и определены распределения токов собственных мод. Исследованные сверхпроводящие резонаторы использованы ΜΟΓΥΤ быть В качестве строительных блоков (мета-атомов) сверхпроводящих метаматериалов [28, 29, 30, 31].

## Актуальность темы.

применений сред с одновременной отрицательной Ряд перспективных диэлектрической проницаемостью є и магнитной проницаемостью µ был теоретически описан В.Г. Веселаго в 1968 году [3]. Примерно через 30 лет первый практический пример материала с отрицательной эффективной магнитной проницаемостью μ был продемонстрирован Джоном Пэндри [4]. Чтобы создать отрицательную магнитную проницаемость и, Пэндри и его коллеги использовали массив разрезных кольцевых резонаторов (РКР). РКР взаимодействуют в основном с магнитной составляющей электромагнитного (ЭМ) поля и дают возможность создать среду с эффективным отрицательным µ. Первая демонстрация среды с отрицательными є и µ была выполнена Смитом в 2000 году [5]. Они назвали такие искусственные среды метаматериалом. Метаматериал был построен из слоев медных РКР и слоев проводов. РКР имеют сильную связь с магнитной составляющей электромагнитного поля, а провода имеют сильную электрической составляющей электромагнитного действуя связь с поля, как электрические диполи.

Спиральный резонатор по сравнению с РКР обладает такой же сильной связью с магнитным полем, но гораздо меньшим размером по сравнению с длиной волны на резонансной частоте, чем РКР, из-за плотного размещения витков. Предыдущие эксперименты были выполнены с плоскими спиралями из толстых медных пленок (толщиной ~0.35 мм в [6], и толщиной ~0.25 мм в [7]) на диэлектрических подложках. Такое толстое покрытие требуется для минимизации омических потерь, что делает конструкцию промежуточной между 2-D и 3-D. Другим подходом к уменьшению размера спирального резонатора является использование структуры с двумя спиралями, расположенными одна над другой с тонким слоем диэлектрика между ними, изученными Ченом [8]. Размер такого резонатора на двойной спирали меньше чем  $\lambda/1300$  [8].

Дальнейшая миниатюризация спиральных резонаторов, изготовленных из нормальных металлов, имеет свое естественное ограничение из-за масштабирования омических потерь с шириной и толщиной спирали [8, 9]. Для того чтобы избавиться от омических потерь и продемонстрировать резонатор, с размерами много меньшими длинны волны, представляется перспективным использовать сверхпроводящие спиральные резонаторы. Сверхпроводящий спиральный резонатор и метаматериал, состоящий из одномерного массива сверхпроводящих спиральных Nb резонаторов, были изучены Кертер [10]. Спиральный резонатор из высокотемпературного сверхпроводника был изучен Гхамсари и др. [24].

Стандартные сверхпроводящие резонаторы имеют резкие повороты линий: меандры с поворотами под углом 90 градусов [25, 26]. На резких поворотах сверхпроводников появляются области с высокой плотностью СВЧ токов и могут возникать горячие пятна (hot spots) [27]. В то время как, спиральные резонаторы имеют плавные изгибы линий, что позволяет избежать появления неоднородностей на пути протекания СВЧ токов и горячих пятен.

В этой работе мы исследуем сверхпроводящие спиральные резонаторы, которые обладают сильной связью с магнитным полем и слабой связью с электрическим полем благодаря своей геометрии. Были исследованы несколько типов спиральных резонаторов: спиральный резонатор на основе спирали Архимеда, кольцевой спиральный резонатор, резонатор на основе двойной спирали. Спиральный резонатор на основе спирали Архимеда представлен на рисунке рис. 16. Кольцевой спиральный резонатор (рис. 1а) представляет из себя спираль, у который витки начинаются не из центра, а с некоторого радиуса Ri (отсутствует центральная часть). Также были изучены ультра-компактные резонаторы на основе двойной спирали. Кроме того, был исследован метаматериал, состоящий из двумерного массива высокочастотных сверхпроводящих квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов).

Сверхпроводящие резонаторы используются для считывания сверхпроводящих кубитов [11], в детекторах на кинетической индуктивности MKID (Microwave Kinetic Inductance Detectors) [12], в однофотонных детекторах излучения SSPD (Superconducting Single Photon Detectors) [13], криогенных параметрических усилителях [14], для исследований ферромагнетиков [15], а также в качестве элементов сверхпроводящих метаматериалов [16, 10].

<u>Цель работы</u> состояла в исследовании компактных сверхпроводящих высокочастотных резонаторов пригодных для использования в электромагнитных метаматериалах.

#### <u>Задачи:</u>

1. Выполнить численный расчет резонансных частот плоского спирального резонатора, изготовленного в виде спирали Архимеда (рис. 1б). Построить рассчитанные зависимости амплитуд токов от радиуса спирального резонатора на резонансных частотах. Сравнить результаты численного расчета резонансных частот и распределений токов на них с аналитическими расчетами и с экспериментами.

2. Рассчитать резонансные частоты кольцевого спирального резонатора (рис. 1а) численно. Сравнить результаты численного расчета резонансных частот и распределений токов на них с аналитическими расчетами и с экспериментами.

3. Провести теоретическое и экспериментальное исследование сверхпроводящего резонатора на двойной спирали. Рассчитать резонансные частоты и распределения токов на них численно. Сравнить результаты численного расчета резонансных частот и распределений токов на них с экспериментом.

4. Разработать дизайн ультра-компактного спирального резонатора на основе двух спиралей в интегральном исполнении. Выполнить численный расчет резонатора на основе двух спиралей. Рассчитать зависимость резонансной частоты первой моды от расстояния между спиралями. Сравнить рассчитанные резонансные частоты с экспериментом.

5. Разработать и исследовать широкополосный держатель образцов сверхпроводящих микросхем, предназначенный для СВЧ экспериментов при сверхнизких температурах, до нескольких мили-Кельвинов.

6. Разработать камеру для оптических исследований двумерных сверхпроводящих метаматериалов.

7. Измерить микроволновый отклик отдельных мета-атомов сверхпроводящей метаповерхности, образованной двумерным массивом сверхпроводящих квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов). Измерить зависимость резонансной частоты массива ВЧ-СКВИДов от внешнего магнитного поля. Получить изображения распределений высокочастотных токов на мета-атомах.

# Методы.

Численные расчеты проводились в коммерческой программе трехмерного электромагнитного моделирования High Frequency Structure Simulator (HFSS), разработанной фирмой ANSYS [17]. Эта программа выполняет расчет электро-магнитных полей в трехмерных моделях методом конечных элементов.

Экспериментальные измерения резонансных частот сверхпроводящих образцов проводились в криостате замкнутого цикла Triton 1.5 К, изготовленного Oxford Instruments [18]. Резонатор был смонтирован внутри медного держателя образцов. В держателе образец размещался между двумя возбуждающими кольцами, присоединенными к коаксиальным кабелям. Держатель образца устанавливался внутри криостата и подключался к векторному анализатору цепей (ВАЦ) Rohde&Schwartz ZVB20 [19] при помощи коаксиальных кабелей. Коэффициент передачи S21 между двумя кольцами измерялся при помощи ВАЦ.

Измерения распределений высокочастотных токов в образцах сверхпроводящих резонаторов и метаматериалов выполнялись при помощи лазерного сканирующего микроскопа (ЛСМ) [20].

#### Основные положения выносимые на защиту:

1. Собственные частоты резонатора на спирали Архимеда зависят от длины спиральной линии и соотносятся как числа натурального ряда, в пропорции: 1:2:3... Собственные частоты и распределение токов на поверхности спирального резонатора, рассчитанные численно, подтверждаются в эксперименте.

2. Резонансные частоты кольцевого спирального резонатора, то есть спирального резонатора без центральной части, зависят от длины спиральной линии и соотносятся как числа в ряду нечетных чисел: 1; 3; 5; 7..., при отношении внутреннего радиуса спирали к внешнему от 0.7 до 1.

3. Наложение двух спиральных проводников, закрученных в противоположных направлениях, позволяет создать ультра-компактный высокочастотный резонатор с магнитной связью. В ультра-компактном сверхпроводящем резонаторе на двойной спирали на резонансной частоте достигается отношение диаметра к длине волны D/λ = 14400.

4. Продемонстрирован когерентный отклик двумерного массива высокочастотных сверхпроводящих квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов).

# Научная новизна:

1. Впервые детально исследованы распределения токов и полей первых шести мод высокочастотного резонатора на основе спирали Архимеда и кольцевого спирального резонатора.

2. Впервые показано, что резонансные частоты кольцевого спирального резонатора следуют соотношению ряда нечетных чисел: 1; 3; 5; 7..., при отношении внутреннего радиуса спирали к внешнему от 0.7 до 1.

3. Предложен и исследован сверхпроводящий ультра-компактный резонатор на двойной спирали. Численно рассчитанные резонансные частоты и распределения токов на них хорошо совпали с экспериментом на лазерном сканирующем микроскопе (ЛСМ).

4. Впервые предложен и исследован ультра-компактный сверхпроводящий резонатор на двойной спирали в виде интегральной схемы. Достигнутый диаметр ультра-компактного резонатора относительно длинны волны D=λ/14400.

5. Впервые получены изображения распределений высокочастотных токов на сверхпроводящем метаматериале, образованного двумерным массивом сверхпроводящих квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов).

**Практическая** значимость работы связана с возможностью использования полученных результатов для создания резонаторов для считывания сверхпроводящих кубитов [11], сверхпроводящих болометров [13], криогенных параметрических усилителей [14] и сверхпроводящих метаматериалов [16, 10]. А также, в системах

беспроводной передачи энергии [21] и для создания антенн для магнитно-резонансной томографии [22].

<u>Личный вклад.</u> Автор принимал активное участие в расчете и разработке экспериментальных образцов, усовершенствовании внутренней оснастки криостата, подготовке экспериментальных образцов, проведении измерений, обработке полученных результатов и написании статей.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: международная конференция "Metamaterials 2016" (Ханья, Греция 2016 г.), международная конференция "Applied Superconductivity Conference" (Денвер, США 2016 г.), международная конференция "EUCAS 2015" (Лион, Франция 2015 г.), международная конференция "Metamaterials 2015", (Оксфорд, Англия 2015 г.), международная конференция "Interaction of Superconductivity and Magnetism in Nanosystems" (Москва, Россия 2015 г.), международная конференция "The 36th PIERS", (Прага, Чехия 2015 г.), международная конференция "Metamaterials 2014" (Копенгаген, Дания 2014 г.), конференция "Basic Problems of Optics" (Санкт-Петербург, Россия, 2014 г.), международная конференция "Metamaterials 2013", офранция, 2013 г.), а также на научных семинарах Физического института Технологического Университета Карлсруэ и лаборатории "Сверхпроводящие метаматериалы" МИСиС.

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 7 статьях в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК и Web of Science, а также в 1 сборнике трудов международной конференции.

<u>Структура и объем работы.</u> Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Диссертация состоит из 118 страниц.

# Краткое содержание работы

Во введении сформулированы задачи и цели диссертации, обусловлена ее актуальность, представлены защищаемые положения, обозначены научная новизна и практическая значимость работы, представлена структура диссертации.

<u>Глава 1</u> (Обзор литературы) посвящена обзору теоретических и экспериментальных методов, используемых для исследования сверхпроводящих резонаторов и метаматериалов.

<u>Глава 2</u> посвящена исследованию сверхпроводящих спиральных элементов метаматериалов, а именно, резонаторов на основе спирали Архимеда (рис. 1б) и кольцевого спирального резонатора (рис. 1а).

В разделе 2.2 выполнено численное и экспериментальное исследование плоского спирального сверхпроводящего резонатора. Были выполнены численные расчеты резонаторов на основе спиралей Архимеда двух типов (SR1 и SR2).

В разделе 2.2.1 выполнен численный расчет спирального резонатора на основе спирали Архимеда (образец SR2). В программе HFSS построена расчетная модель спирали Архимеда, размещенной между двумя возбуждающими кольцами (рис. 2).

Расчетная модель спирали Архимеда (SR2) была построена в HFSS. Параметры образца SR2: внешний диаметр D=3 мм, ширина линии w=10 мкм, ширина зазора между витками s=10 мкм количество витков N=75. Спираль изготовлена на кремниевой подложке с диэлектрической проницаемостью er=11.9 и толщиной d=0.35 мм. Рассчитанный коэффициент передачи S21 через расчетную модель в зависимости от частоты CBЧ сигнала показан на рисунке 3.



Рис. 1. (а) Эскиз монофилярного планарного кольцевого спирального резонатора. Здесь Re – внешний радиус, а Ri<Re – внутренний радиус спирали. (б) Эскиз монофилярного планарного архимедова спирального резонатора. Здесь Re - внешний радиус спирали.



Рис. 2. (а) Модель спирального резонатора (показана синим цветом) расположена между двумя возбуждающими кольцами (показаны красным цветом). В разрыв каждого кольца вставлен возбуждающий порт (показан зеленым цветом) (б) Порт - это источник высокочастотного сигнала, который реализован как двумерный прямоугольник на

поверхность которого присвоено граничное условие Lumped port. В порту стрелкой (показана красным цветом) задано направление электрического поля, импеданс порта задан 50 Ом.



Рис. 3. Резонансные частоты резонатора SR2, рассчитанные в HFSS.

Также был выполнен численный расчет спирального резонатора на основе спирали Архимеда SR1 (рис. 4). В программе HFSS построена расчетная модель спирали Архимеда, размещенной между двумя возбуждающими кольцами. Модель спирали Архимеда SR1 была построена в HFSS. Параметры образца SR1: внешний диаметр D=32.5 мм, ширина линии w=0.4 мм, ширина зазора между витками s=0.3 мм количество витков N=23. Спираль изготовлена на керамической подложке (RO4350B) с диэлектрической проницаемостью  $e_r$ =3.48 и толщиной d=0.8 мм. Рассчитанный коэффициент передачи S21 через расчетную модель в зависимости от частоты CBЧ сигнала показан на рисунке 6.



Рис. 4. Резонансные частоты резонатора SR1, рассчитанные в HFSS.

В разделе 2.2.2 выполнено экспериментальное исследование спирального резонатора на спирали Архимеда в измерительной схеме, показанной на рисунке 5. Спиральный резонатор SR2 изготовлен из Nb на кремниевой подложке. Затем образец был смонтирован внутри медного держателя образца между двумя возбуждающими кольцами, присоединенными к коаксиальным кабелям. Держатель образца установлен внутри криостата и подключен к векторному анализатору цепей (ВАЦ) Rohde&Schwartz ZVB20 [19] коаксиальными кабелями. Измерялся коэффициент передачи S21 между двумя портами ВАЦ, когда образец находился при температуре T=4.2 К.



Рис. 5. Схема эксперимента для измерения резонансных частот спиральных резонаторов. Образец резонатора установлен между двух магнитных петель, которые подключены к векторному анализатору цепей (ВАЦ) коаксиальными кабелями. Измерения производились в криостате при температуре T=4.2 К.

Результаты экспериментов и расчетов в HFSS представлены в таблице 1. Численный анализ спиральных резонаторов находится в хорошем согласии с аналитическим расчетом и экспериментом. Резонансные частоты, рассчитанные в HFSS, отклоняются от эксперимента не более чем на 2%.

	Спиральный резонатор SR1			Спиральный резонатор SR2		
N⁰	Эксперимент	HFSS	Аналитика	Эксперимент	HFSS	Аналитика
	$f_{Exp}$	f <sub>HFSS</sub> /f <sub>Exp</sub>	f <sub>Analit</sub> /f <sub>Exp</sub>	$f_{Exp}$	f <sub>HFSS</sub> /f <sub>Exp</sub>	f <sub>Analit</sub> /f <sub>Exp</sub>
	[МГц]	[МГц]	[МГц]	[МГц]	[МГц]	[МГц]
1	80	1	0.87	128	1.14	1.08
2	180	0.99	0.96	299	1.03	1.15
3	268	0.99	0.92	465	1	1.05
4	353	0.99	0.97	635	0.99	1.07
5	437	0.99	0.97	801	0.99	1.04
6	522	0.99	0.98	971	0.99	1.05
7	607	0.99	0.97	1139	0.98	1.03
8	693	0.99	0.98	1307	0.98	1.04
9	779	0.99	0.97	1475	0.98	1.02
10	866	0.98	0.98	1643	0.98	1.03

Таблица 1. Резонансные частоты спиральных резонаторов SR1 и SR2, полученные экспериментально, рассчитанные в HFSS и аналитически.

В разделе 2.3 выполнены исследования электромагнитного резонатора, монофилярного выполненного в виде архимедова спирального резонатора, сформированного в виде кольца, без центральной части (кольцевой спиральный резонатор). Плоские спиральные резонаторы интересны как компоненты метаматериалов благодаря их компактным суб-волновым размерам. Такие резонаторы связываются в основном с магнитной компонентой падающей электромагнитной волны. Относительные частоты резонансных мод следуют последовательности нечетных чисел как f1:f2:f3:f4 ... =1:3:5:7..., несмотря на почти одинаковые граничные условия для электромагнитных полей на концах резонатора.

В разделе 2.3.1 выполнен численный расчет кольцевого спирального резонатора SR3. В программе HFSS построена расчетная модель спирали Архимеда, размещенной между двумя возбуждающими кольцами. Расчетная модель кольцевого спирального резонатора (SR3) была построена в HFSS. Параметры образца SR3: внешний диаметр De=3 мм, внутренний диаметр Di=2.2 мм, ширина линии спирали w=5 мкм, ширина зазора между витками s=5 мкм, количество витков N=40. Спираль размещена на кварцевой подложке с диэлектрической проницаемостью  $e_r$ =4.5 и толщиной d=0.35 мм. Рассчитанный коэффициент передачи S21 через расчетную модель в зависимости от частоты BЧ сигнала показан на рисунке 9.

В разделе 2.3.2. выполнена экспериментальная проверка численного расчета. Кольцевой спиральный резонатор SR3 изготовлен из Nb на кварцевой подложке. Экспериментальное измерение резонатора проводилось в схеме, показанной на рисунке 5. Результаты эксперимента и численного расчета в HFSS представлены на рисунке 6. Измеренная зависимость коэффициента передачи от частоты нормирована на данные, измеренные при температуре T=10 K (выше критической температуры Nb). Рассчитанная зависимость коэффициента передачи от частоты нормирована на расчетные данные без резонатора. Сравнение результатов расчета и эксперимента выполнено в таблице 2. Резонансные частоты резонатора SR3, рассчитанные численно, и полученные экспериментально совпадают с точностью выше чем 2% для всех мод, кроме первой.



Frequency (GHz)

Рис. 6. Экспериментальный и численно рассчитанный ВЧ отклик кольцевого спирального резонатора (SR3). Числа над пиками обозначают номер резонанса. Резонатор представляет собой сверхпроводящий 40 витковую Nb спираль с наружным диаметром 3 мм и внутренним диаметром 2.2 мм. Упрощенный вид спирали (с меньшим числом оборотов) показан во врезке.

	Рез	онансная частота	Соотношение частот		
№	Эксперимент	HFSS, метод	f /f DM		
	[МГц]	DrivenModal [ΜΓц]	J эксn/JHFSS DW		
1	192.3	146.3	1.314		
2	442.1	419.1	1.055		
3	706.7	687	1.029		
4	964.7	969.6	0.995		
5	1250.6	1244	1.005		
6	1521.8	1521	1.001		
7	1791.3	1799.5	0.995		

Таблица 2. Резонансные частоты кольцевого спирального резонатора SR3, полученные экспериментально и рассчитанные в HFSS.

<u>Глава 3</u> посвящена исследованию ультра-компактных магнитных мета-атомов на основе двойной спирали (рис. 7). Две плоские архимедовы спирали сложены вместе и разделены тонким диэлектрическим слоем. Спирали идентичны по форме и закручены в противоположных направлениях: одна по часовой стрелке, другая против часовой стрелки. Обе спирали имеют форму кольца, без центральной части. Витки спиралей пересекаются в двух секциях, образуя межслойные конденсаторы, когда другие секции спирали обладают большой индуктивностью, как в свободно стоящей спирали. Чередование индуктивных и емкостных участков образует периодическую структуру.



Рис. 7. Эскиз резонатора на двойной спирали.

В разделе 3.2 описана практическая конструкция сверхкомпактного двухспирального сверхпроводящего Nb микро-резонатора в качестве потенциального магнитного элемента высокочастотного метаматериала. Этот резонатор состоит из двух сверхпроводящих Nb спиралей, размещенных лицом к лицу, с небольшим зазором, заполненным диэлектриком. Мы изучаем спектральный отклик резонатора и его внутренние моды, используя численное моделирование в HFSS.

**В разделе 3.2.1** выполнен численный расчет сверхпроводящего резонатора на двойной спирали. Параметры резонатора на двойной спирали (SR4): внешний диаметр De=6 мм, внутренний диаметр Di=4.4 мм, ширина линии спирали w=10 мкм, ширина зазора между витками s=10 мкм, количество витков N=40, спирали разделены диэлектрическим слоем. Образец расположен на кварцевой подложке с диэлектрической проницаемостью  $e_r$ =4.5 и толщиной d=0.35 мм. В расчетной модели HFSS резонатор размещался между двумя возбуждающими кольцами. Рассчитанная зависимость коэффициента передачи S21 от частоты BЧ сигнала показана на рисунке 9. На рисунке 9 видны 10 рассчитанных резонансных пиков.

В разделе 3.2.2 выполнены экспериментальные измерения резонатора на двойной спирали. Ультра-компактный спиральный резонатор SR4 изготовлен из двух Nb спиралей, разделенных диэлектрическим слоем, на кварцевой подложке. Экспериментальное измерение резонатора проводилось в схеме, показанной на рисунке 5 при температуре T=4.2 К. Экспериментальная и расчетная зависимости коэффициента передачи S21 от частоты показаны на рисунке 9. Рассчитанные резонансные частоты образца SR4 согласуются с экспериментом с точностью лучше чем 6% (Таблица 3).



Рис. 9. Измеренный коэффициент передачи | S21 | через экспериментальную установку (сплошная линия) при T = 4.5 К. Коэффициент передачи |S21| (пунктирная линия) рассчитанный в HFSS.

Таблица	3.	Резонансные	частоты	резонатора	на	двойной	спирали	(SR4),
измеренные эксі	пери	ментально и ра	ассчитанны	ые в HFSS ме	тодо	м DrivenM	odal.	

Номер	Резонансные частоты,	Резонансные	Отношение	
резонанса	измеренные	частоты, рассчитанные	экспериментального	
	экспериментально [МГц]	в HFSS [МГц]	значения к расчетному	
			f <sub>exp</sub> /f <sub>HFSS</sub>	
1	18	17	1.06	
2	64	65	0.98	
3	122	126	0.97	
4	196	205	0.96	
5	281	292	0.96	
6	378	389	0.97	
7	484	486	1.00	
8	603	607	0.99	
9	730	722	1.01	
10	869	844	1.03	

В эксперименте с лазерным сканирующим микроскопом (ЛСМ) мы подтверждаем предсказания резонансных частот сверхпроводящего Nb резонатора SR4 и структуру его внутренних мод (рис. 10). Распределения токов резонатора, измеренные на (ЛСМ) [20] для n = 2, 5 и 9 мод показаны на рисунке 10. На рисунке видно, что количество максимумов CBЧ тока соответствует номеру резонанса. Достигнутый размер резонатора относительно длины волны на фундаментальной резонансной частоте в нашем эксперименте около  $\lambda/4200$ .



Рис. 10. Измеренный | S21 (f) | спектр резонатора SR4 на двойной спирали и распределения тока на резонансных частотах, измеренные на лазерном сканирующем

микроскопе (ЛСМ) для n = 2, 5 и 9 мод при мощности входного СВЧ сигнала  $P_{IN} = -30$  дБм.

В разделе 3.3 описан практический дизайн ультра-компактного сверхпроводящего микро-резонатора в интегральном исполнении в качестве потенциального магнитного элемента метаматериала. Достигнутый размер резонатора относительно длины волны на фундаментальной резонансной частоте в нашем эксперименте составляет около  $\lambda$ /14400. Резонатор состоит из двух сверхпроводящих спиралей Nb, расположенных между собой, с небольшим зазором, заполненным диэлектриком на кремниевой подложке. Спирали закручены в противоположных направлениях: одна по часовой стрелке, другая против часовой стрелки. Мы изучаем спектральный отклик резонатора и его внутренние моды с использованием численного моделирования в программе HFSS.

**В разделе 3.3.1** выполнен численный расчет сверхпроводящего резонатора на двойной спирали в интегральном исполнении.

На рисунке 11а показан эскиз двух-спирального резонатора. На верхнем и нижнем участках рисунка витки перекрываются, образуя емкостные элементы, а на правом и левом не перекрываются. Две плоские архимедовы спирали сложены вместе и разделены тонким диэлектрическим слоем.



Рис. 11. (а) Эскиз двух-спирального резонатора. (б) Фотография двух спирального резонатора в интегральном исполнении. Параметры образца SR5: внешний диаметр De=3 мм, внутренний диаметр Di=2.2 мм, ширина линии спирали w=5 мкм, ширина зазора между витками s=5 мкм, количество витков N=40. Спирали разделены между собой слоем

SiO<sub>2</sub> толщиной 300 нм. Образец расположен на кремниевой подложке с диэлектрической проницаемостью  $e_r=11.9$  и толщиной d=0.35 мм.

Спирали идентичны по форме и закручены в противоположных направлениях: одна по часовой стрелке, другая против часовой стрелки. Обе спирали имеют форму кольца, без центральной части. Витки спиралей пересекаются в двух секциях, образуя межслойные конденсаторы, когда другие секции спирали обладают большой индуктивностью, как в свободно стоящей спирали. Фотография двух-спирального резонатора в интегральном исполнении показана на рисунке 11б. Двух-спиральная Спирали структура выполнена как трехслойная схема. изготовлены ИЗ Nb фотолитографией и разделены диэлектрическим слоем SiO<sub>2</sub> толщиной d=300 нм.

Численный расчет резонансных частот резонатора в зависимости от толщины диэлектрического слоя выполнен в программе HFSS. Зависимость фундаментальной резонансной частоты двух-спирального резонатора от толщины диэлектрического слоя, разделяющего спирали показана на рисунке 12. На рисунке видно, что резонансная частота двух-спирального резонатора растет с увеличение толщины диэлектрического слоя, разделяющего спирали (d), нормированного на ширину витка спирали (w), рассчитанный в HFSS (открытые круги). Все остальные размеры образца одинаковы. Для зазора между спиралями более 15 мкм (d/w>3) зависимость резонансной частоты от d логарифмическая, а ниже 10 мкм (d/w<2) резонансная частота зависит как квадратный корень от расстояния. Измеренная резонансная частота 6.9 МГц хорошо совпадает с рассчитанной в HFSS при расстоянии между спиралями d=300 нм, типичного для толщины диэлектрического слоя в исследуемом образце.



Рис. 12. Зависимость фундаментальной резонансной частоты двух-спирального резонатора от толщины диэлектрического слоя, разделяющего спирали (d), нормированного на ширину витка спирали (w), рассчитанная в HFSS (открытые круги). И фиты экспериментальных данных.

**В разделе 3.3.2** выполнено экспериментальное измерение резонатора на двойной спирали в интегральном исполнении. Экспериментальное измерение резонатора проводилось в схеме, показанной на рисунке 5 при температуре T=4.2 К. Результаты эксперимента показаны на рисунке 13.



Рис. 13. Измеренный коэффициент передачи | S21 | двух-спирального резонатора при Т = 4.5 К. Первая резонансная частота двух спирального резонатора (f1 = 7 МГц) более чем в 20 раз ниже по сравнению с одиночным спиральным резонатором того же размера.

<u>Глава 4</u> посвящена разработке и исследованию широкополосного держателя образцов сверхпроводящих микросхем, предназначенного для СВЧ экспериментов при сверхнизких температурах, до нескольких мили-Кельвинов.

В разделе 4.2 описано устройство держателя сверхпроводящих образцов. Предложенная конструкция может быть легко интегрирована в стандартные криостаты, имеет рабочий диапазон частот от 0 до 32 ГГц, и позволяет проводить СВЧ измерение образцов с размером подложки до  $4 \times 4 \text{ мм}^2$ .

Уменьшение внутреннего объема держателя образцов помогает поднять частоты высших мод выше рабочей полосы частот. Предел уменьшения размеров держателя задается размером подложки испытуемой сверхпроводящей микросхемы и размерами СВЧ разъемов. На плате образец соединен с СВЧ разъемами копланарными линиями (КЛ) передачи, проходящими в узких каналах. Ширина и высота канала выбраны достаточно малыми, чтобы предотвратить распространение волноводных мод в интересующей нас полосе частот. Площадь поперечного сечения области возможного распространения волноводной моды ограничена стенками канала, сквозными отверстиями на печатной плате и нижней металлизацией печатной платы.

В качестве приближения первого порядка, полость над сверхпроводящим образцом может рассматриваться как объемный резонатор. Наименьшая резонансная частота волноводной моды этого резонатора определяется выражением:

$$f_{Cav} = \frac{c\sqrt{d^2 + l^2}}{2dl},\tag{1}$$

где с - скорость света в свободном пространстве, d и l - ширина и длина полости. Для объемного резонатора размером d = 6.5 мм на l = 5 мм, частота f = 37.9 ГГц, что значительно превышает целевой диапазон до 30 ГГц. Эффективный объем резонатора увеличивается за счет отверстий канала на краях камеры, и поэтому реальная резонансная частота оказывается несколько ниже, чем даёт оценка по упрощенному подходу, принятому в уравнении (1). Резонансная частота держателя, рассчитанная численно в HFSS равна 32.3 ГГц.

В разделе 4.3 описано экспериментальное исследование СВЧ характеристик разработанного держателя образцов. Проанализированы и предотвращены паразитные резонансы в держателе. Мы использовали разработанный держатель образца при измерении характеристик сверхпроводящего потокового кубита при температуре 20 мК.

<u>Глава 5</u> посвящена исследованию микроволнового отклика отдельных мета-атомов сверхпроводящей мета-поверхности, образованной двумерным массивом высокочастотных сверхпроводящих квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов).

В разделе 5.2. описана разработка образцов двумерного метаматериала на основе ВЧ-СКВИДов. Мы изготовили образцы с массивом 21х21 ВЧ-СКВИДов. Каждый ВЧ-СКВИД изготавливается как тонкопленочная прямоугольная петля из Nb с внешними размерами 70х50 мкм и с одним джозефсоновским контактом Nb/AlOx/Nb. Внутренняя площадь петли равна 2000 мкм<sup>2</sup>, критический ток перехода равен Ic=1.9 мкА, а емкость, шунтирующая джозефсоновский контакт равна C=2 пФ. Расстояние между ВЧ-СКВИДами равно 5-10 мкм, около 1/10 от их размера, и поэтому связь между соседними ВЧ-СКВИДами довольно сильная.

В разделе 5.3 описана разработка камеры для оптических исследований двумерных сверхпроводящих метаматериалов (рис. 14). Разработанная камера была использована для измерения отклика двумерного перестраиваемого метаматериала на основе массива высокочастотных сверхпроводящих квантовых интерферометров (ВЧ-СКВИДов).

В расчетной модели в качестве оптимизационных параметров варьировались: положение коаксиально-волноводных переходов относительно задней стенки прямоугольного волновода (переменная l), длинна штыря SMA разъема внутри волновода (переменная h) и радиус фторопластовой втулки (переменная rt). В качестве критерия оптимизации выбран уровень S11<-10 дБ в частотном диапазоне от 9 до 15 ГГц.



Рис. 14. (а) Волноводная измерительная камера. На эскизе показан участок 19х9.5 мм прямоугольного волновода (1), нагруженный двумя коаксиально-волноводными переходами (2), а также монтажная пластина для образца (3) в центре. Когда образец (4) установлен на монтажной пластине (3), то образец оказывается внутри волновода, напротив оптического окна (5). (б) Измеренные (сплошная линия) и смоделированные в HFSS (пунктирная линия) коэффициенты передачи и отражения тестовой камеры.

В разделе 5.4. описано экспериментальное исследование отклика двумерного массива ВЧ-СКВИДов в зависимости от частоты СВЧ сигнала и от постоянного магнитного поля. Для этого была собрана экспериментальная установка, схема которой показана на рисунке 15. Образец массива ВЧ-СКВИДов установлен внутри измерительной камеры, которая выполнена в виде отрезка прямоугольного волновода, нагруженного двумя коаксиально-волноводными переходами (КВП). КВП камеры соединены с векторным измерителем цепей (ВАЦ) коаксиальными кабелями. Криогенный малошумящий усилитель СВЧ мощности LNF-LNC6\_20A [23] установлен внутри криостата между выходом измерительной камеры и ВАЦ.



Рис. 15. Схема измерительной установки для измерения 2D массива СКВИДов. Образец массива установлен внутри измерительной камеры, которая выполнена в виде отрезка прямоугольного волновода, нагруженного двумя коаксиально-волноводными переходами (КВП). Коаксиально волноводные переходы соединены с ВАЦ и усилителем СВЧ мощности при помощи коаксиальных кабелей. Постоянное магнитное задавалось на образце перпендикулярно плоскости СКВИДов при помощи магнитной катушки Гельмгольца, установленной снаружи измерительной камеры и внутри магнитного экрана. Постоянный ток подавался на магнитную катушку от источника тока

При проведении эксперимента криостат охлаждался жидким гелием до температуры T=4.2 К. Измеренный коэффициент передачи S21 через тестовую камеру в зависимости от частоты радиосигнала и магнитного поля показан на рисунке 16. Уровень мощности зондирующего радиосигнала установлен достаточно низким (-70 дБм), чтобы получить линейный отклик (независимый от мощности радиосигнала). Данные S21 нормированы относительно передачи при температуре T=10 К, выше критической температуры Nb. На резонансной частоте поглощение ВЧ-СКВИДов видно как темные области. На рисунке 16 вся матрица ВЧ-СКВИДов имеет синхронный отклик, без каких-либо дополнительных ветвей (паразитных резонансов), также как и для одиночного ВЧ-СКВИДа, с периодическим изменением резонансной частоты в зависимости от магнитного поля. Продемонстрирована возможность перестройки резонансной частоты матрицы 21Х21 ВЧ-СКВИДов в диапазоне 8-12.5 ГГц.



Рис. 16. Измеренный отклик массива 21Х21 ВЧ-СКВИДов при температуре T=4.2 К в зависимости от частоты и от постоянного магнитного поля. Коэффициент передачи через экспериментальную установку показан цветом: высокий S21 (яркий цвет), низкий S21 (темный цвет).

В разделе 5.5 описано экспериментальное исследование распределения СВЧ токов на двумерном массиве ВЧ-СКВИДов. Мы использовали лазерный сканирующий микроскоп (ЛСМ) для пространственного разрешения резонансного отклика отдельных ВЧ-СКВИДов, являющихся мета-атомами в образце 2D метаматериала.

Изображение ЛСМ получено как изменение коэффициента передачи (δS21) через прямоугольный волновод с установленным в нем образцом массива ВЧ-СКВИДов в зависимости от положения лазерного луча на образце (δS21(x,y)). Поскольку лазерный луч подогревает сверхпроводник локально, и поскольку уровень воздействия зависит от локального уровня ВЧ тока, полученное изображение ЛСМ представляет из себя двумерный график распределения ВЧ токов в образце на фиксированной радиочастоте (рис. 17 а,б) [10]. Измерение выполняется на фиксированной частоте, близкой к максимальной резонансной частоте ВЧ-СКВИДов.

На рисунке 17 яркие области соответствуют сильному ЛСМ отклику (больше потерь от лазерного луча) с более высокой плотностью тока, тогда как темные области соответствуют областям с низкой плотностью ВЧ тока или областям без сверхпроводника. ВЧ отклик существенно изменяется по массиву ВЧ-СКВИДов. Две области в центре массива без ВЧ токов (темный цвет), вероятно, являются двумя дефектными ВЧ-СКВИДами. Можно отметить около 50% ВЧ-СКВИДов в массиве, участвуют в резонансе (яркий цвет).



Рис. 17. Изображения распределений ВЧ-токов в массиве 21Х21 ВЧ-СКВИДов, измеренные на ЛСМ на двух частотах близким к максимальной резонансной частоте ВЧ-СКВИДов. (а), (б) данные ЛСМ - два независимых измерения. Амплитуда ЛСМ отклика кодирована: яркий цвет соответствуют максимальной амплитуде ВЧ тока. Пунктирная линия показывает границу массива ВЧ-СКВИДов, около 1х1 мм.

**<u>В заключении</u>** сформулированы основные научные результаты работы:

1. Проведено исследование электродинамики плоского спирального резонатора, изготовленного в виде спирали Архимеда. Резонансные частоты спирали Архимеда рассчитаны численно в программе HFSS методом конечных элементов. Получены зависимости амплитуд токов от радиуса спирального резонатора на резонансных частотах. Результаты численного расчета резонансных частот и распределений токов на них хорошо совпадают с аналитическими расчетами и экспериментом.

2. Проведено исследование кольцевого спирального резонатора. Проведен численный расчет методом конечных элементов модели кольцевой спирали в программе HFSS. Показано, что резонансные частоты кольцевого спирального резонатора следуют ряду нечетных чисел: 1; 3; 5; 7..., при отношении внутреннего радиуса спирали к внешнему от 0.7 до 1. Численно рассчитанные резонансные частоты хорошо совпадают с аналитическим расчетом и экспериментом.

3. Предложен и исследован сверхпроводящий резонатор на двойной спирали. Численно рассчитаны резонансные частоты и распределения токов на них. В эксперименте на лазерном сканирующем микроскопе (ЛСМ) измерены резонансные частоты сверхпроводящего Nb резонатора и структура его внутренних мод. Результаты численного расчета резонансных частот и распределений токов на них хорошо совпали с экспериментом.

4. Исследован ультра-компактный спиральный резонатор на двойной спирали в интегральном исполнении. Выполнен численный расчет резонансных частот спирального резонатора на двойной спирали в программе в HFSS. Рассчитана зависимость резонансной частоты первой моды от расстояния между спиралями для резонатора на двойной

спирали. Рассчитанные резонансные частоты хорошо совпали с экспериментом. Достигнутый диаметр ультра-компактного резонатора относительно длинны волны D= $\lambda/14400$ .

5. Измерен отклик двумерного массива 21х21 ВЧ-СКВИДов в прямоугольном волноводе, предназначенном для достижения равномерного воздействия ВЧ сигнала на массив. Перестройка резонансной частоты 2D массива ВЧ-СКВИДов внешним магнитным полем составляет 56%, покрывая диапазон 8-12.5 ГГц. Изображения распределений ВЧ тока на массиве ВЧ-СКВИДов, полученные на ЛСМ, подтверждают высокую степень когерентности всей мета-поверхности.

## Публикации автора по теме работы:

Из списка ВАК:

1. A. S. Averkin, A. Karpov, A. P. Zhuravel, L.V. Filippenko, V. P. Koshelets, S.M. Anlage, and A.V. Ustinov, Superconductive Ultra-compact Magnetically Coupled Resonator with Twin-spiral Structure// IEEE Transactions on Applied Superconductivity —2017. —VOL. 27. —NO. 4.

2. Averkin A.S., Zhuravel A.P., Jung P., Maleeva, N., Koshelets, V.P., Filippenko L.V., Karpov, A., Ustinov A.V, Imaging coherent response of superconducting metasurface// Applied Superconductivity, IEEE Transactions on —2016. —VOL. 26. — NO. 3.

3. N. Maleeva, A. Averkin, N. N. Abramov, M. V. Fistul, A. Karpov, A. P. Zhuravel and A. V. Ustinov, Electrodynamics of planar Archimedean spiral resonator// J. Appl. Phys. —2015. —VOL. 118. —033902.

4. A. S. Averkin, A. Karpov, K. Shulga, E. Glushkov, N. Abramov, U. Huebner, E. Il'ichev, and A. V. Ustinov, Broadband sample holder for microwave spectroscopy of superconducting qubits// Rev. Sci. Instrum. —2014. —VOL. 85. —104702.

5. N. Maleeva, M. V. Fistul, A. Karpov, A. P. Zhuravel, A. Averkin, P. Jung, and A. V. Ustinov, Electrodynamics of a ring-shaped spiral resonator// J. Appl. Phys. —2014. —VOL. 11. —5064910.

6. E. Ovchinnikova, S. Butz, P. Jung, V. P. Koshelets, L. V. Filippenko, A. S. Averkin, S. V. Shitov and A. V. Ustinov, Design and experimental study of superconducting left-handed transmissionm lines with tunable dispersion// Supercond. Sci. Technol. —2013. —VOL. 26.

7. I. A. Golovchanskiy, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov, I. V. Shchetinin, P. S. Dzhumaev,
A. S. Averkin, S. N. Kozlov, A. A. Golubov, V. V. Ryazanov, and A. V. Ustinov, Probing dynamics of micro-magnets with multi-mode superconducting resonator// J. Appl. Phys. —2018.
—VOL. 123 —173904.

Сборники трудов конференций:

1. "Ultra-compact superconductive resonator with double-spiral structure" A. S. Averkin, A. P. Zhuravel, A. Karpov, S. M. Anlage and A.V. Ustinov, Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS), 2013 7th International Congress on, 16-21 Sept. (2013), p. 142 - 144, DOI:10.1109/MetaMaterials.2013.6808980 ISBN: 978-1-4799-1229-2 WOS:000352010200048 ISBN:978-1-4799-1232-2

# Список литературы

1. Engheta, Nader (англ.); Ziolkowski, Richard W. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations. — John Wiley & Sons & IEEE Press, 2006. — стр. xv, — 440 p. — ISBN 978-0-471-76102-0.

2. Н. Ашкрофт, Н. Мермин "Физика твердого тела", Москва, изд-во Мир, (1979), 2 том, стр. 340.

3. V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\varepsilon$  and  $\mu$ ", Sov. Phys. Uspekhi, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968.

4. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 47, pp. 2075-2084, Nov. 1999.

5. D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite with simultaneously negative permeability and permittivity", Phys. Rev. Lett., vol. 84, no. 18, pp. 4184-4187, May 2000.

6. J. D. Baena, R. Marques, and F. Medina, "Artificial magnetic meta-material design by using spiral resonators," Phys. Rev. B, vol. 69, p.014402, Jan. 2004.

7. S. Massaoudi and I. Huynen, "Multiple resonances in arrays of spiral resonators designed for magnetic resonance imaging," Microwave Opt. Technol. Lett., vol. 50, pp. 1945–1950, Jul. 2008.

8. W.-C. Chen, C. M. Bingham, K. M. Mak, N. W. Caira, and W. J. Padilla, "Extremely subwavelength planar magnetic metamaterials", Phys. Rev. B, vol. 85, 201104(R), 2012.

9. S. M. Anlage "The physics and applications of superconducting metamaterials", J. Opt., Vol. 13, 024001, 2011

10. C. Kurter, A. P. Zhuravel, J. Abrahams, C. L. Bennett, A. V. Ustinov, and S. M. Anlage "Superconducting RF Metamaterials Made With Magnetically Active Planar Spirals" IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 21, pp. 709–712, June 2011

11. M. Jerger, S. Poletto, P. Macha, U. Hübner, E. Il'ichev, and A. V. Ustinov, "Frequency division multiplexing readout and simultaneous manipulation of an array of flux qubits", Appl. Phys. Lett. 101, 042604 (2012).

12. P. Day, H. Leduc, B. Mazin, A. Vayonakis, and J. Zmuidzinas, "A superconducting detector suitable for use in large arrays," Nature 425, 817–821 (2003).

13. G. N. Gol'tsman, O. Okunev, G. Chulkova, A. Lipatov, A. Semenov, K. Smirnov, B. Voronov, A. Dzardanov, C. Williams, and Roman Sobolewski, "Picosecond superconducting single-photon optical detector", Appl. Phys. Lett. 79, 705 (2001).

14. Kevin O'Brien, Chris Macklin, Irfan Siddiqi, and Xiang Zhang, "Resonant Phase Matching of Josephson Junction Traveling Wave Parametric Amplifiers", PRL 113, 157001, (2014).

15. I. A. Golovchanskiy, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov, I. V. Shchetinin, P. S. Dzhumaev, A. S. Averkin, S. N. Kozlov, A. A. Golubov, V. V. Ryazanov, and A. V. Ustinov, "Probing dynamics of micro-magnets with multi-mode superconducting resonator", J. Appl. Phys., VOL. 123, 173904, (2018).

16. Philipp Jung, Alexey V Ustinov, and Steven M Anlage, "Progress in superconducting metamaterials", Supercond. Sci. Technol. 27 (2014) 073001 (13pp).

17. ANSYS HFSS at www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss

18. Triton at www.oxford-instruments.com/products/cryogenic-environments

19. R&S at www.rohde-schwarz.com/us/product/zvb-productstartpage\_63493-7990.html

20. A. P. Zhuravel, A. G. Sivakov, O. G. Turutanov, A. N. Omelyanchouk, S. M. Anlage, and A. V. Ustinov, "Laser scanning microscope for HTS films and devices," Low Temp. Phys., vol. 32, p. 592, Jun. 2006.

21. Giovanni Puccetti \*, Ugo Reggiani and Leonardo Sandrolini " Experimental Analysis of Wireless Power Transmission with Spiral Resonators", Energies 2013, 6, 5887-5896; doi:10.3390/en6115887

22. Ramaswamy V, Hooker JW, Withers RS, Nast RE, Edison AS, Brey WW. Microsample cryogenic probes: technology and applications. eMagRes. Jun.2013 2:215–228.

23. www.lownoisefactory.com

24. Behnood G. Ghamsari, John Abrahams, Stephen Remillard, and Steven M. Anlage, "High-Temperature Superconducting Spiral Resonator for Metamaterial Applications", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 23, NO. 3, (2013)

25. Benjamin A. Mazin, Bruce Bumble, Seth R. Meeker, Kieran O'Brien, Sean McHugh, and Eric Langman "A superconducting focal plane array for ultraviolet, optical, and near-infrared astrophysics", Vol. 20, No. 2, OPTICS EXPRESS 1503, (2012).

26. Annunziata AJ, Santavicca DF, Frunzio L, Catelani G, Rooks MJ, Frydman A, Prober DE, "Tunable superconducting nanoinductors", Nanotechnology, 21(44):445202 (2010).

27. Cihan Kurter, Alexander P. Zhuravel, Alexey V. Ustinov, and Steven M. Anlage, "Microscopic examination of hot spots giving rise to nonlinearity in superconducting resonators", Phys. Rev. B 84, 104515, (2011).

28. S. Butz, P. Jung, L. V. Filippenko, V. P. Koshelets, and A. V. Ustinov, "A onedimensional tunable magnetic metamaterial", OPTICS EXPRESS 22540, (2013).

29. Lazarides N and Tsironis G P, "RF superconducting quantum interference device metamaterials" Appl. Phys. Lett. 90 163501, (2007).

30. M. Trepanier, Daimeng Zhang, Steven M. Anlage, Oleg Mukhanov, "Realization and Modeling of Metamaterials Made of rf Superconducting Quantum-Interference Devices," Phys. Rev. X 3, 041029 (2013).

31. Pascal Macha, Gregor Oelsner, Jan-Michael Reiner, Michael Marthaler, Stephan André, Gerd Schön, Uwe Hübner, Hans-Georg Meyer, Evgeni Il'ichev, Alexey V. Ustinov, " Implementation of a quantum metamaterial using superconducting qubits", Nature Communications, vol. 5, Article number: 5146 (2014).