

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский технологический
университет «МИСиС»

На правах рукописи

Москаленко Илья Николаевич

**Квантовая электродинамика сверхпроводниковых
структур на основе кубитов-флаксоиумов**

Специальность 1.3.8 —

«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Устинов Алексей Валентинович

Москва — 2022

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Теоретические сведения и обзор литературы	13
1.1 Сверхпроводниковые квантовые цепи	13
1.1.1 Квантование электромагнитных цепей	13
1.1.2 Основные характеристики квантовых интегральных схем	18
1.1.3 Нелинейный элемент	19
1.1.4 Индуктивность линейного массива джозефсоновских контактов	21
1.2 Сверхпроводниковые кубиты	22
Глава 2. Разработка кубитов на основе джозефсоновской индуктивности	30
2.1 Теоретическая модель кубита-флаксо ниума, связанного с копланарным микроволновым резонатором	30
2.2 Особенности численного расчета	33
2.3 Разработка топологии сверхпроводниковых кубитов с высокой индуктивностью на основе цепочек джозефсоновских переходов	34
2.4 Экспериментальные образцы кубитов-флаксо ниумов	38
2.5 Криогенная установка	40
2.6 Сравнение результатов спектроскопии с численным расчетом	42
2.7 Разработка модифицированного кубита-флаксо ниума	46
2.7.1 Эквивалентная схема и гамильтониан модифицированного кубита-флаксо ниума	46
2.7.2 Выбор характерных параметров системы и сравнение с другими режимами работы	50
2.7.3 Связь моды флаксо ниума и гармонической моды системы	52
2.8 Выводы по главе	54
Глава 3. Двухкубитный процессор на базе кубитов-флаксо ниумов с перестраиваемым элементом связи	55
3.1 Реализация перестраиваемой связи	56

3.1.1	Основной принцип	56
3.1.2	Электрическая схема и полный гамильтониан системы. Квантование цепи	64
3.1.3	Параметры цепи и технологический послойный чертеж . .	69
3.1.4	Численный расчет	71
3.1.5	Влияние разброса критических токов джозефсоновских переходов на параметры системы	73
3.1.6	Изготовление образца	75
3.2	Результаты эксперимента	78
3.2.1	Описание экспериментального образца двухкубитного процессора на флаксонах с перестраиваемой величиной связи	79
3.2.2	Экспериментальная установка	80
3.2.3	Калибровочные измерения	84
3.2.4	Реализация однокубитных вентилях посредством прямой генерации микроволнового сигнала	94
3.2.5	Реализация двухкубитных вентилях с перестраиваемым элементом связи	98
3.2.6	Измерение точности двухкубитного вентиля fSim при помощи перекрестно-энтропийного тестирования	105
3.2.7	Калибровка двухкубитного вентиля CZ	108
3.2.8	Измерение точности двухкубитного вентиля CZ при помощи перекрестно-энтропийного тестирования	111
3.3	Выводы по главе	111

Глава 4. Квантовые биения одиночного флаксона,

	заклученного в СКВИД	115
4.1	Введение	115
4.2	Электрическая схема, лагранжиан и гамильтониан исследуемой системы	119
4.3	Квантовая динамика одиночного флаксона	121
4.4	Детектирование положения одиночного флаксона	127

4.4.1	Спектр низколежащих уровней энергии и редуцированный гамильтониан: возбуждения плазменных мод	127
4.4.2	Считывание состояний флаксонов	132
4.5	Выводы по главе	136
	Заключение	137
	Список литературы	140
	Список рисунков	149
	Список таблиц	155
	Приложение А. Калибровка однокубитных вентиляей	156
	А.1 Первый подход на основе адиабатического вентиля DRAG	156
	А.2 Второй подход на основе виртуальных Z-вращений	162
	Приложение Б. Аналитические расчеты частоты квантовых биений	170

Введение

Квантовые процессоры используют присущие квантово-механическим системам свойства, такие как квантовый параллелизм и квантовая интерференция, для решения определенных проблем, с которыми классические компьютеры не справляются. Помимо идеи Ричарда Фейнмана о возможности эффективного моделирования реальных квантовых систем посредством компьютера, работающего по принципам квантовой механики, сюда также входит ряд других задач, например: факторизация больших чисел при помощи алгоритма Шора и поиск в несортированной базе данных при помощи алгоритма Гровера.

Основная проблема при создании квантовых компьютеров заключается в необходимости, с одной стороны, обеспечить когерентный контроль над отдельными элементарными квантовыми подсистемами (кубитами) и управление их взаимодействиями, а также возможность измерения состояний кубитов, а с другой стороны сохранить сильную изоляцию системы от неконтролируемого окружения. Более того, уровень согласованности и адресуемости должен сохраняться при масштабировании системы до большого количества вычислительных элементов. Тем не менее, за последние два десятилетия быстрое развитие науки и техники квантовых систем позволило пройти путь от научных исследований отдельных изолированных квантовых систем до создания и манипуляции многокубитными процессорами.

В основе любой реализации кубитов, используемых в качестве элементарных ячеек квантовых процессоров, лежит использование управляемых квантовых степеней свободы. Большинство предложений заключается в использовании естественных физических систем с микроскопическими степенями свободы, например: ядерные спины [1] или спины электронов [2], различные переходы атомов [3] или ионов [4] в вакууме. Эти степени свободы могут быть хорошо изолированы от окружающей среды и обладать высокими временами когерентности. Основная проблема реализации таких систем заключается в увеличении связи между кубитами до уровня, необходимого для быстрых двухкубитных вентилях, без внесения дополнительных источников декогеренции.

Другим радикально отличающимся подходом к созданию кубитов является использование сверхпроводящих квантовых электрических цепей [5], в основе

которого лежат коллективные электродинамические моды макроскопических электрических элементов. Замечательной особенностью сверхпроводниковых кубитов является их проектируемость [6]: энергетический спектр системы определяется параметрами элементов схемы, такими как емкость, индуктивность и джозефсоновский контакт, который играет роль бездиссипативного нелинейного элемента. Этот подход позволяет создавать “искусственные атомы” с заранее определенными свойствами в широком диапазоне параметров с предсказуемыми частотами основных переходов и заданным ангармонизмом. Также сверхпроводниковые кубиты могут быть соединены друг с другом для обеспечения сильного взаимодействия [7] и напечатаны стандартными методами напыления тонких пленок и нано-литографии, упрощающих масштабирование системы.

Таким образом, являясь гибкой основой для создания искусственных систем, квантовые сверхпроводящие цепи на основе джозефсоновских контактов стали одной из самых успешных платформ для квантовых вычислений за последнее десятилетие. Одним из столпов такого успеха стала разработка кубита-трансмона [8], представляющего собой джозефсоновский переход шунтированный большой емкостью, собственные энергии которого подобны спектру слабо ангармонического осциллятора. Типичный набор компонентов для создания систем на основе трансмонов состоит из копланарного резонатора для дисперсионного считывания [6] и емкостной связи, которая обеспечивает реализацию двухкубитных вентиляей [9]. Ключевым ограничением квантовых вычислений на основе трансмонов являются диэлектрические потери, уменьшающие время когерентности кубита. Постепенное развитие в материаловедении и технологии изготовления за последние 15 лет позволило увеличить времена когерентности таких кубитов с нескольких микросекунд [10] до 0.3 мс [11]. Однако, несмотря на этот значительный прогресс, диэлектрические потери по-прежнему остаются серьезной проблемой на пути к крупномасштабным квантовым вычислениям со сверхпроводящими кубитами. Еще одна фундаментальная проблема кубитов-трансмонов – это их низкий относительный ангармонизм, который приводит к увеличению длительности вентиляей и, в конечном итоге, к снижению их точности. Тем не менее, кубиты-трансмоны оказались чрезвычайно успешными для разработки все еще сильно шумящих устройств обработки квантовой информации “среднего” масштаба (до 53-х и 56-ти кубитов) [12; 13]. Недавние эксперименты демонстрируют точность двухкубитных вентиляей на трансмонах

около 99,5% [14]. Стоит отметить также другие сложности масштабирования квантовых сверхпроводниковых устройств, связанные с необходимостью подавления неконтролируемого взаимодействия отдельных подсистем. Так в случае кубитов-трансмонов одним из наиболее существенных является статическое ZZ-взаимодействие. В последнее время в качестве эффективного инструмента для уменьшения таких перекрестных наводок [15] при создании многокубитных процессоров широко применяются перестраиваемые элементы связи.

Эти и другие сложности побуждают исследователей к поиску многокубитных архитектур с лучшей точностью вентиля и более простой системой управления для дальнейшего масштабирования квантовых вычислений.

Сверхпроводниковые кубиты-флаксоны [16] являются многообещающей альтернативой трансмонам из-за их низкой частоты основного перехода и лучших когерентных свойств. Флаксоном представляет собой джозефсоновский переход, шунтированный очень большой индуктивностью (“супериндуктивностью”), изготовленной из линейных массивов джозефсоновских контактов [16] или материалов с большой кинетической индуктивностью [17], превышающей эффективную индуктивность джозефсоновского контакта.

Времена жизни флаксонов достигают миллисекунд в их точках вырождения магнитного потока ($\pm\Phi_0/2$), что отчасти объясняется их низкой (сотни мегагерц) частотой основного перехода. К тому же, многообещающие времена когерентности ($> 200\text{мкс}$) уже были получены на таких кубитах в планарной геометрии [18], в то время как в трехмерных резонаторах времена когерентности превышают даже 1 мс [19]. Актуальные успехи масштабирования устройств на базе флаксонов заключаются в демонстрации микроволновых двухкубитных CZ вентиля [20] на кубитах, помещенных в объемный резонатор, а также демонстрации высокоточных вентиля [21] в более масштабируемом подходе, где два кубита-флаксона, связанные с индивидуальными считывающими резонаторами, интегрированы на одной микросхеме. В этом смысле, разработка архитектуры с перестраиваемой емкостной связью предоставит практический инструмент для создания устройств обработки квантовой информации «среднего» масштаба на основе кубитов-флаксонов.

Актуальность работы обусловлена интересом научного сообщества к развитию и практической реализации крупномасштабных квантовых вычислений на основе сверхпроводниковых квантовых электрических цепей, который,

во-первых, побуждает к поиску многокубитных архитектур с лучшей точностью вентиляционных операций и более простой системой управления, а во-вторых, поиском альтернативных подходов к построению квантовых процессоров и симуляторов. Исследованные в работе системы на основе кубитов с высокой джозефсоновской индуктивностью могут стать основой для создания многокубитных систем с улучшенными когерентными свойствами и упрощенной системой контроля.

Целью данной работы является проектирование, экспериментальные и теоретические исследования сверхпроводниковых квантовых цепей на основе кубитов с высокой индуктивностью в виде линейных массивов джозефсоновских контактов, пригодных для построения масштабируемых квантовых процессоров или квантовых симуляторов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Развить методы расчета характеристик и проектирования систем сверхпроводниковых кубитов на основе джозефсоновской индуктивности, связанных с индивидуальным микроволновым резонатором в копланарной архитектуре.
2. Создать послойные структуры микросхем, содержащих сверхпроводниковые кубиты на основе джозефсоновской индуктивности, связанные с индивидуальными микроволновыми резонаторами в копланарной архитектуре.
3. Разработать экспериментальную схему, позволяющую проводить измерения микроволнового отклика сверхпроводниковых кубитов с характерной частотой основного перехода ниже 1 ГГц.
4. Рассчитать и исследовать двухкубитную схему с перестраиваемым элементом связи на основе кубитов с высокой джозефсоновской индуктивностью и частотой основного перехода ниже 1 ГГц.
5. Предложить и реализовать процедуру инициализации кубитов с энергией основного перехода ниже энергии тепловых флуктуаций окружающей их среды.
6. Реализовать двухкубитные вентили fSIM и CZ в двухкубитной схеме с перестраиваемым элементом связи на основе кубитов с высокой джозефсоновской индуктивностью.

7. Реализовать и продемонстрировать работу алгоритма перекрестно-энтропийного тестирования для оценки точности выполнения двухкубитных вентилей fSIM и CZ.
8. Провести численный и аналитический расчет квантовой динамики магнитного флаксона, захваченного в СКВИД.
9. Предложить экспериментальный протокол, позволяющий проводить измерения динамики квантового флаксона, захваченного в СКВИД, с временным разрешением.

Научная новизна:

1. Впервые разработан и продемонстрирован сверхпроводниковый кубит на основе высокой индуктивности линейного массива джозефсоновских контактов с гальванически встроенной линией контроля магнитного потока в копланарной архитектуре.
2. Впервые разработан и продемонстрирован двухкубитный квантовый процессор с перестраиваемым элементом связи на кубитах с высокой джозефсоновской индуктивностью.
3. Впервые предложен метод детектирования положения одиночного квантового флаксона в ячейках массива сверхпроводниковых кубитов на основе высокой джозефсоновской индуктивности, позволяющий проводить исследования квантовой динамики с временным разрешением.

Практическая значимость работы связана, во-первых, с возможностью применения разработанного метода проектирования сверхпроводниковых кубитов на основе высокой индуктивности линейного массива джозефсоновских контактов, а также использования разработанных кубитов с гальванически встроенной линией контроля магнитного потока, для создания многокубитных квантовых систем на их основе. Во-вторых, с демонстрацией возможности построения универсального квантового процессора на основе кубитов с низкой частотой основного перехода, обладающих улучшенными когерентными свойствами и менее чувствительных к перекрестным наводкам, в сравнении с широко используемыми кубитами-трансмонами. Кроме того, низкая частота разработанных кубитов позволяет использовать субгигагерцовую электронику для обеспечения ресурсосберегающего управления кубитами, при котором возбуждение кубитов и контроль их частоты осуществляется по одной гальванически связанной линии управления при помощи одного канала генератора сигналов произвольной формы и без каких-либо квадратурных смесителей и

высокочастотных генераторов сигнала несущей частоты, что требуется для работы кубитов-трансмонов.

Методология и методы исследования. Для получения результатов, заявленных в данной диссертации, применялись методы и техники эксперимента, широко используемые в международном научном сообществе, о чем свидетельствуют приведенные в работе ссылки на соответствующие источники. Автоматизация процедуры измерений выполнялась при помощи драйверов приборов и сценариев экспериментов (скриптов), разработанных на основе высокоуровневого языка программирования общего назначения Python. Обработка полученных экспериментальных данных, а также численные расчеты выполнялись с использованием библиотек: `matplotlib`, `numpy`, `scipy`, `qutip` и др, а также программного пакета `QuTip`.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Предложен метод проектирования сверхпроводниковых кубитов на основе высокой индуктивности линейного массива джозефсоновских контактов, связанных с индивидуальным микроволновым резонатором, в копланарной архитектуре.
2. Рассчитан и экспериментально продемонстрирован кубит-флаксоonium с гальванически встроенной линией контроля магнитного потока в копланарной архитектуре, который может быть использован как в качестве кубита, так и в качестве элемента связи при построении многокубитных систем на основе сверхпроводниковых кубитов.
3. Впервые разработан и экспериментально продемонстрирован двухкубитный квантовый процессор с перестраиваемым элементом связи на основе емкостно связанных кубитов-флаксоoniumов с частотой основного перехода менее 1 ГГц. Реализованы двухкубитные вентили `fSIM` и `SZ` на одном устройстве.
4. Предложен метод детектирования положения одиночного флаксона в ячейках массива сверхпроводниковых кубитов на основе высокой кинетической или джозефсоновской индуктивности, основанный на сдвиге частот плазменных мод джозефсоновских контактов. Данный подход впервые позволит проводить исследования квантовой динамики флаксона с временным разрешением.

Достоверность полученных результатов обеспечивается современными теоретическими и экспериментальными методами их получения, совпадением результатов проведенных расчетов и экспериментальных данных, а также положительно встреченной специалистами апробацией работы в виде публикаций результатов в реферируемых журналах по физике и докладов на международных конференциях.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

1. I. N. Moskalenko, I.S. Besedin and A. V. Ustinov, Multi-cell platform for fluxon-based quantum simulation // The 5th International Conference on Quantum Technologies ICQT-2019 (Москва, 2019).
2. I. N. Moskalenko, I.S. Besedin and A. V. Ustinov, Development and experimental study of fluxonium qubits in planar architecture // The 3rd International School on Quantum Technologies QTS'20 (Сочи, 2020).
3. I. N. Moskalenko, I.S. Besedin, N.N. Abramov, A. Grigoriev and A.V. Ustinov, Development of fluxonium qubits for quantum processors// The 6th International Conference on Quantum Technologies ICQT-2021 (Москва, 2021).
4. I. N. Moskalenko, Development of fluxonium qubits for quantum processors // II annual outdoor conference on quantum computing (Эстосадок, Россия, 19-26 февраля 2021) (устный доклад).
5. I. N. Moskalenko, Demonstration of the two-qubit gates on the fluxonium based superconducting quantum processor // III annual outdoor conference on quantum computing (Эстосадок, Россия, 18-25 февраля 2022) (устный доклад).

Личный вклад. Автор самостоятельно проводил квантовомеханические и электродинамические расчеты исследуемых систем для моделирования их свойств и проектирования микросхем, принимал активное участие в сборке и подготовке экспериментальной установки для исследования низкочастотных кубитов, программировал аппаратуру и составлял алгоритмы для автоматизации измерений, проводил измерения экспериментальных образцов и обработку полученных данных. Автор провел численный и аналитический расчет когерентной квантовой динамики магнитного флаксона, захваченного в двух- и трехъячеечный СКВИД и предложил экспериментальный протокол для детектирования положения такого флаксона, позволяющий проводить измерения его квантовой

динамики с временным разрешением. Автор принимал активное участие в интерпретации полученных результатов и подготовке публикаций.

Публикации.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 3 статьях в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus; 1 из которых опубликована в журнале, также рекомендованном ВАК.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 2 приложений. Полный объем диссертации составляет 171 страницу, включая 72 рисунка и 2 таблицы. Список литературы содержит 91 наименование.

Глава 1. Теоретические сведения и обзор литературы

Сверхпроводниковые интегральные цепи обычно представляются как системы макроскопических элементов с большим числом атомов (обычно из алюминия или ниобия), сформированных в виде металлических проводов и пластин, и образующих конденсаторы, индуктивности и переходы Джозефсона. В отличие от микроскопических систем, используемых для создания кубитов, таких как электроны, атомы, ионы или фотоны, сверхпроводниковые цепи могут иметь размеры от единиц микрометров до нескольких миллиметров и тем не менее представляют собой когерентные квантовые системы (их токи и напряжения ведут себя как квантово-механические переменные), которые следует рассматривать с использованием формализма атомной физики и квантовой оптики [6].

Для того, чтобы интегральная схема вела себя квантовомеханически, первым требованием является отсутствие диссипации. Это необходимо для того, чтобы электронные сигналы передавались от одной части чипа к другой без потери энергии, что является необходимым (но недостаточным) условием для сохранения квантовой когерентности. По этой причине все металлические части изготавливаются из сверхпроводящего материала, имеющего нулевое сопротивление при рабочих температурах кубитов и частотах характерных для переходов кубитов, а реализации квантовых интегральных схем часто называют «сверхпроводниковыми кубитами». Вторым очень важным требованием является наличие нелинейности цепи, которая достигается при использовании переходов Джозефсона.

1.1 Сверхпроводниковые квантовые цепи

1.1.1 Квантование электромагнитных цепей

Гамильтоново описание классической динамики электромагнитных цепей наглядно изложено в обзорной статье [23]. Рассматривая наши электрические цепи мы работаем в приближении сосредоточенных элементов, когда физиче-

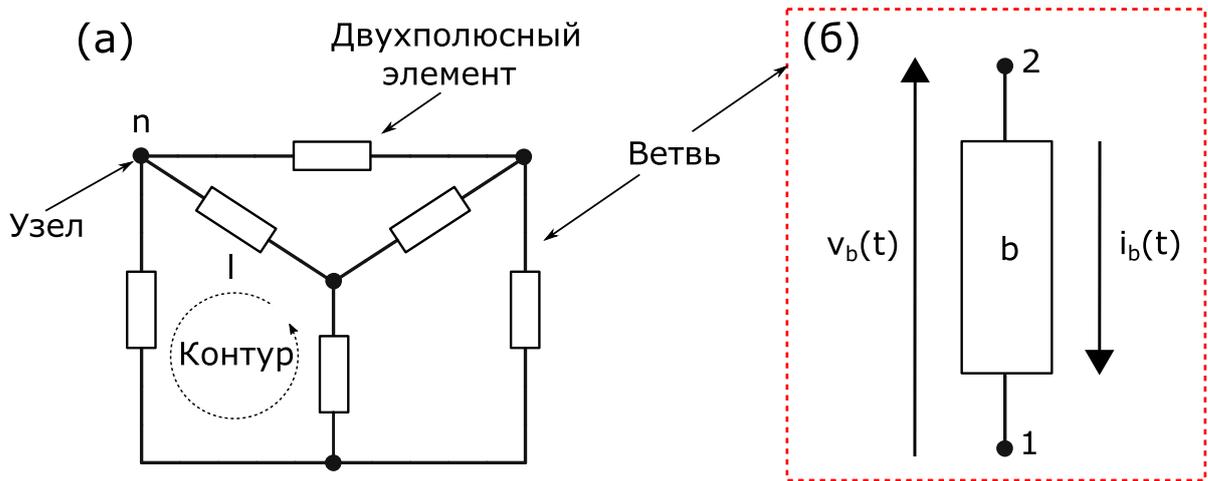


Рисунок 1.1 — (а) Схема электрической цепи, на которой показаны двухполюсные элементы, соединенные узлами и образующие петли. (б) Правило знаков для напряжения и тока, связанного с произвольной ветвью b электрической цепи.

ский размер схемы намного меньше, чем длины волн резонансных мод системы. Такая цепь формально может быть представлена в виде сети дискретных элементов, соединенных узлами. Пример такой сети, состоящей из двухполюсных элементов, каждый из которых может быть подсоединен только к двум узлам, представлен на рисунке 1.1а.

Элемент каждой ветви b в момент времени t характеризуется двумя переменными: падением напряжения $v_b(t)$ на элементе и током $i_b(t)$ текущим через него. Для каждой ветви b выбирается направление, определяющее знаки напряжений и токов (например, как на рисунке 1.1б). Сами напряжения и токи определяются электромагнитными полями согласно выражениям:

$$v_b(t) = \int_1^2 \vec{E}(\vec{r}, t) d\vec{l}, \quad (1.1)$$

$$i_b(t) = \frac{1}{\mu_0} \oint_b \vec{B}(\vec{r}, t) d\vec{l}. \quad (1.2)$$

Во втором выражении (1.2) интегрирование ведется по замкнутому контуру в вакууме, окружающему элемент b . Интегралы (1.1) и (1.2) не зависят от выбора контура интегрирования. Рассматривая наши интегральные цепи мы работаем в приближении сосредоточенных элементов, поэтому. Полная энергию, накопленная элементом b , в случае ориентации токов и напряжений как на рисунке 1.1б,

будет определяться интегралом:

$$E_b(t) = \int_{-\infty}^t v_b(\tau) i_b(\tau) d\tau, \quad (1.3)$$

в этом выражении нижняя граница интегрирования ($\tau = -\infty$) относится к достаточно далекому моменту времени, когда схема находилась в покое (предполагается система с малой диссипацией энергии).

Гамильтоново описание электрических цепей требует представления элементов каждой ветви в терминах обобщенных координат, заряда или потока, которые вводятся путем интегрирования по времени токов и напряжений:

$$\Phi_b(t) = \int_{-\infty}^t v_b(\tau) d\tau, \quad (1.4)$$

$$Q_b(t) = \int_{-\infty}^t i_b(\tau) d\tau. \quad (1.5)$$

Построение любой сверхпроводниковой интегральной электрической цепи основано на использовании линейных элементов: индуктивностей и емкостей. Классические соотношения для тока, текущего в индукторе, и создаваемого им потока, а также соотношение между величиной заряда конденсатора и разностью потенциалов между его обкладками:

$$\Phi_b(t) = Li_b(t), \quad Q_b(t) = Cv_b(t), \quad (1.6)$$

где L - это индуктивность, C - емкость.

Производная по времени от потока и заряда представляет собой напряжение и ток соответственно: $\dot{\Phi}_b = v_b$ и $\dot{Q}_b = i_b$, а значит Φ_b и Q_b могут быть использованы для записи лагранжиана системы. Так как мощность поступающая в элемент ветви дается выражением $v_b i_b = v_b \dot{Q}_b = i_b \dot{\Phi}_b$, то используя уравнение (1.3) можно найти выражение для запасенной в емкостном элементе электрической зарядовой энергии

$$E_C = \frac{(Q_b(t))^2}{2C} = \frac{C(\dot{\Phi}_b(t))^2}{2}, \quad (1.7)$$

а также выражение для запасенной в индуктивном элементе магнитной индуктивной энергии

$$E_L = \frac{(\Phi_b(t))^2}{2L} = \frac{L(\dot{Q}_b(t))^2}{2}. \quad (1.8)$$

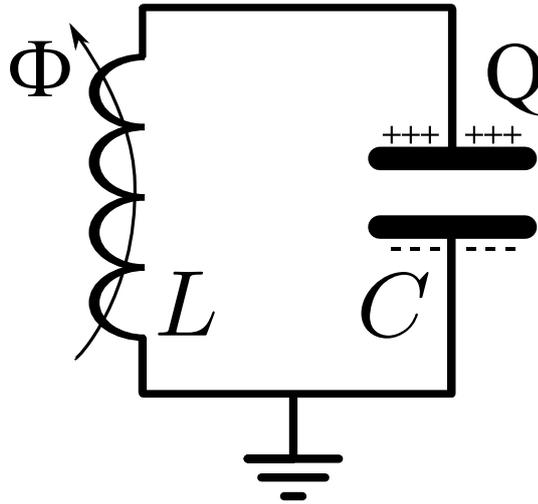


Рисунок 1.2 — Эквивалентная схема идеального LC контура.

Имея выражения для энергий, запасаемых в линейных элементах цепи, можем рассмотреть наиболее простой пример квантовой электрической схемы, а именно LC контур, изображенный на рисунке 1.2.

Уравнения движения такой системы аналогичны уравнениям движения гармонического осциллятора. Лагранжиан определяется как разница между кинетической и потенциальной энергиями и, при выборе потокового базиса, может быть выражен в виде:

$$\mathcal{L} = E_C - E_L = \frac{C\dot{\Phi}^2}{2} - \frac{\Phi^2}{L}. \quad (1.9)$$

Классический гамильтониан можно получить, используя преобразование Лежандра. Для этого нужно определить обобщенный импульс, сопряженный потоку, которым в данном случае является заряд конденсатора:

$$Q = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}} = C\dot{\Phi}. \quad (1.10)$$

Классический гамильтониан системы определяется так:

$$H = Q\dot{\Phi} - \mathcal{L} = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L}. \quad (1.11)$$

Чтобы перейти к квантово-механическому описанию системы, необходимо преобразовать обобщенные координаты заряда и потока в квантовые операторы, которые должны удовлетворять коммутационному соотношению:

$$[\hat{\Phi}, \hat{Q}] = \hat{\Phi}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{\Phi} = i\hbar \quad (1.12)$$

Для удобства также можно ввести безразмерные операторы потока $\hat{\phi} = 2\pi\hat{\Phi}/\Phi_0$ и заряда $\hat{n} = \hat{Q}/2e$, где $\Phi_0 = h/2e$ – квант магнитного потока, а e – заряд электрона. В таком случае коммутационное соотношение примет форму $[\hat{\phi}, \hat{n}] = i$, а квантово-механический гамильтониан можно будет переписать в виде:

$$\hat{H} = 4E_C\hat{n}^2 + \frac{1}{2}E_L\hat{\phi}^2, \quad (1.13)$$

здесь индуктивная и зарядовая энергии определены как: $E_L = \frac{(\Phi_0/2\pi)^2}{L}$ и $E_C = \frac{e^2}{2C}$.

Уравнение (1.13), описывающее гамильтониан системы, идентично уравнению для квантового гармонического осциллятора. Воспользовавшись аналогией и определив операторы рождения и уничтожения как:

$$\hat{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{8E_C}{E_L} \right)^{\frac{1}{4}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \quad (1.14)$$

$$\hat{n} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{E_L}{8E_C} \right)^{\frac{1}{4}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \quad (1.15)$$

получим гамильтониан в виде:

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}), \quad (1.16)$$

где $\omega = 1/\sqrt{LC}$ – резонансная частота системы.

В рассмотренном примере с одной степенью свободы поток и заряд определяются однозначно и совпадают с узловыми значениями потока и заряда. Однако в общем случае произвольной электрической цепи (рисунок 1.1а), в частности если она содержит много взаимосвязанных контуров, переменные Φ_b и Q_b из уравнений (1.4) и (1.6) не могут выступать в роли степеней свободы системы, так как они не являются независимыми переменными. Из законов Кирхгофа следуют соотношения:

$$\sum_{b \in n} Q_b = Q_n^{\text{ex}}, \quad (1.17)$$

$$\sum_{b \in l} \Phi_b = \Phi_l^{\text{ex}}, \quad (1.18)$$

где Φ_l^{ex} - внешний поток пронизывающий контур l , а Q_n^{ex} - внешний заряд на узле n . В первом выражении суммирование ведется по всем ветвям цепи образующим замкнутый контур l , во втором выражении суммирование ведется по всем ветвям, соединенных с узлом n .

В классической теории электрических цепей данная проблема решается методом узловых потенциалов или контурных токов, позволяющих определить независимые степени свободы цепи. В методе узловых напряжений потенциалы узлов электрической цепи определяются относительно базисного узла, который в общем случае может быть выбран произвольно, а его потенциал принимается равным нулю. Разность потенциалов рассматриваемого узла и базисного узла называется узловым напряжением. Подробности применения данного метода приведены в [23]. Можно отметить, что данный метод более адаптирован для описания цепей, включающих в себя джозефсоновские переходы.

1.1.2 Основные характеристики квантовых интегральных схем

Принципы, описанные в предыдущем разделе, позволяют любую электромагнитную цепь рассматривать с помощью формализма квантовой механики. Однако, чтобы квантовые эффекты в таких цепях были заметны необходимо выполнение нескольких условий.

Помимо отсутствия потерь в управляющих сигналах при передаче их от источника к исследуемой системе, что достигается использованием сверхпроводящих материалов, другим важным условием является низкая рабочая температура. Степени свободы квантовой интегральной схемы необходимо охлаждать до температур, при которых характерная энергия kT тепловых флуктуаций будет много меньше характерной энергии $\hbar\omega_{01}$, связанной с переходом между основным и первым возбужденным состоянием, что составляет величину порядка нескольких гигагерц (примерно 75 мК). Данная проблема решается экспериментально путем охлаждения исследуемой системы до рабочих температур порядка 20 мК в криостатах растворения или криостатах на адиабатическом размагничивании.

Использование сверхпроводников позволяет добиться отсутствия потерь на постоянных сигналах, однако наличие энергетической щели, отделяющей

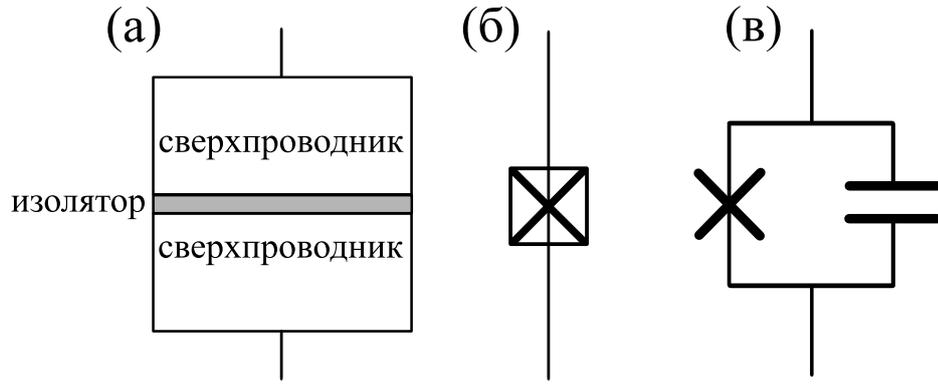
энергию основного состояния от спектра элементарных возбуждений (квазичастиц), накладывает еще одно ограничение $\hbar\omega_{01} \ll 2\Delta$, где Δ - ширина щели сверхпроводящего материала. При выполнении такого условия фотон не может разорвать куперовскую пару, а следовательно, и интегральная цепь, частота основного перехода которой равна ω_{01} , не будет взаимодействовать со степенями свободы квазичастиц в сверхпроводнике. Так как характерные частоты сверхпроводниковых кубитов составляют значения порядка нескольких гигагерц, то для соблюдения условия $\omega_{01} \ll 2\Delta$ необходимо использовать сверхпроводящие материалы с температурой перехода выше примерно 1 К.

1.1.3 Нелинейный элемент

Сверхпроводниковые квантовые цепи для квантовых вычислений нельзя собрать только из линейных элементов. Нетривиальные и непосредственно наблюдаемые макроскопические квантовые эффекты возникают в схемах, содержащих хотя бы один нелинейный компонент. Идеальным кандидатом на эту роль является туннельный джозефсоновский контакт сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник, или так называемый SIS-переход (Superconductor-insulator-superconductor), который является нелинейным и бездиссипативным элементом при температурах, определенных в предыдущем разделе и необходимых для наблюдения макроскопических квантовых явлений.

Джозефсоновский SIS-переход образуется, когда однородный сверхпроводник прерывается пленкой диэлектрика, выполняющей роль слабой связи (обычно создается путем оксидирования сверхпроводящего металла). На рисунке 1.3а такой элемент цепи состоит из двух сверхпроводящих пленок, разделенных тонким слоем диэлектрика (его толщина составляет величину порядка нескольких нанометров).

Объяснение протекания бездиссипативного тока через слабую связь можно найти в микроскопической теории сверхпроводимости Бардина, Купера, Шриффера (БКШ) [24]. Из-за малой толщины слабой связи волновые функции, описывающие поведение электронов на разных берегах Джозефсоновского перехода, перекрываются, и куперовские пары могут подбарьерно туннелировать через диэлектрик. Величина сверхтока через переход определяется выражени-



(а) — туннельный джозефсоновский контакт, образованный двумя сверхпроводящими пленками, разделенными слоем диэлектрика; (б), (в) — схематическое представление туннельного джозефсоновского перехода.

Рисунок 1.3 — Туннельный джозефсоновский контакт.

ем:

$$I_S = I_C \sin(\varphi), \quad (1.19)$$

где I_C — величина критического тока через переход, а $\varphi = \theta_2 - \theta_1$ — разность фаз параметра порядка в сверхпроводниках по обе стороны диэлектрика.

Для нахождения энергии запасенной в этом элементе воспользуемся выражением для напряжения:

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1.20)$$

и формулой (1.3). В итоге получим выражение для джозефсоновской энергии:

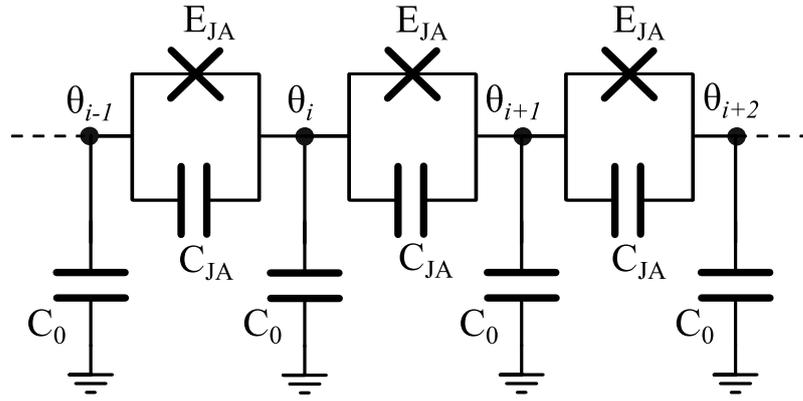
$$E_J = \frac{I_C \Phi_0}{2\pi} \int_0^\varphi \sin(\psi) d\psi = \frac{I_C \Phi_0}{2\pi} [1 - \cos(\varphi)], \quad (1.21)$$

которая и используется для гамильтонового описания джозефсоновского контакта как элемента электрической цепи. Джозефсоновский переход обладает нелинейной индуктивностью, которая определяется как:

$$L(\varphi) = \frac{V}{dI/dt} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_C \cos \varphi}. \quad (1.22)$$

В электрической цепи джозефсоновский переход обычно изображается как показано на рисунке 1.3б.

Следует обратить внимание, что физический переход представляет собой конденсатор с плоскими пластинами, образованный двумя сверхпроводниками, и электрическим полем в оксидном слое, поэтому часто на схемах он изображается в виде параллельного подключения джозефсоновского элемента с его



E_J — джозефсоновская энергия; C_J — емкость джозефсоновского контакта; C_0 — емкость сверхпроводящего острова на землю.

Рисунок 1.4 — Схематическое представление линейного массива джозефсоновских контактов.

внутренней емкостью как на рисунке 1.3в. Гамильтониан для изолированного джозефсоновского перехода может быть записан по аналогии с гамильтонианом LC контура (1.13) в виде:

$$\hat{H} = 4E_C \hat{n}^2 + E_J(1 - \cos\varphi), \quad (1.23)$$

где $E_C = e^2/(2C_J)$ — зарядовая энергия, обусловленная внутренней емкостью перехода.

1.1.4 Индуктивность линейного массива джозефсоновских контактов

Рассмотрим линейный массив, состоящий из N одинаковых джозефсоновских переходов, изображенный на рисунке 1.4. Переходы соединяют между собой N сверхпроводящих островов. Каждый контакт имеет джозефсоновскую энергию E_{JA} и зарядовую энергию $E_{CA} = e^2/(2C_{JA})$, а емкости сверхпроводящих островов на землю равны C_0 . θ_i — сверхпроводящая фаза i -го острова.

В линейном приближении, когда ток, текущий через линейный массив мал, считаем, что: $\theta_i - \theta_{i-1} = L_i I_i$, где L_i джозефсоновская индуктивность i -го перехода. Емкости C_{JA} джозефсоновских переходов отвечают за проскальзывание фазы “phase-slip” вдоль перехода ($(\theta_i - \theta_{i-1}) \rightarrow (\theta_i - \theta_{i-1}) + 2\pi$).

Здесь мы предполагаем, что вероятность события проскальзывание фазы через переходы пренебрежимо мала, то есть экспоненциальный фактор [25] будет $\exp -\sqrt{8E_{\text{JA}}/E_{\text{CA}}} \ll 1$. В таком случае разность фаз вдоль всего массива выражается как: $\theta_N - \theta_0 = \sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{i-1}) = \sum_{i=1}^N L_i I_i$.

Следующее условие заключается в том, что мы считаем емкости сверхпроводящих островов на землю C_0 малыми по сравнению с емкостями джозефсоновских переходов $(C_{\text{JA}}/C_0)^{1/2} \gg N$, при этом паразитные моды массива $(NL_{\text{JA}} \times NC_0)^{-1/2}$ будут лежать выше плазменных частот переходов $(L_{\text{JA}} \times C_{\text{JA}})^{-1/2}$. В таком случае, токи $I_i = I$ можно считать одинаковыми, а значит $\theta_N - \theta_0 = \sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{i-1}) = I \sum_{i=1}^N L_i$ и удобно ввести суммарную индуктивность массива $L = \sum_{i=1}^N L_i = NL_{\text{JA}}$.

Для расчета собственных мод массива переходов, изображенного на рисунке 1.4, можно рассмотреть массив как линию передачи с емкостными нагрузками, как это сделано в работе [25]. Выражение для ненагруженных резонансных частот массива принимает вид:

$$\omega_k^0 = \omega_p \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi k}{N}}{(1 - \cos \frac{\pi k}{N}) + \frac{C_0}{2C_{\text{JA}}}}}, \quad (1.24)$$

где k – номер моды, $\omega_p = 1/\sqrt{L_{\text{JA}} \times C_{\text{JA}}}$ – плазменная частота одного перехода, N – число переходов массива.

1.2 Сверхпроводниковые кубиты

Выбор наиболее подходящей системы на роль кубита для реализации квантовых вычислений на основе интегральных схем сопряжен со сложностью одновременного сочетания оптимальных свойств для выполнения критериев Дивинченцо [26]. Такими свойствами являются: большой ангармонизм, высокие времена когерентности, возможность контроля и перестройки частоты кубита, возможность считывания состояния кубита, а также возможность реализации быстрых однокубитных и двухкубитных вентиляей.

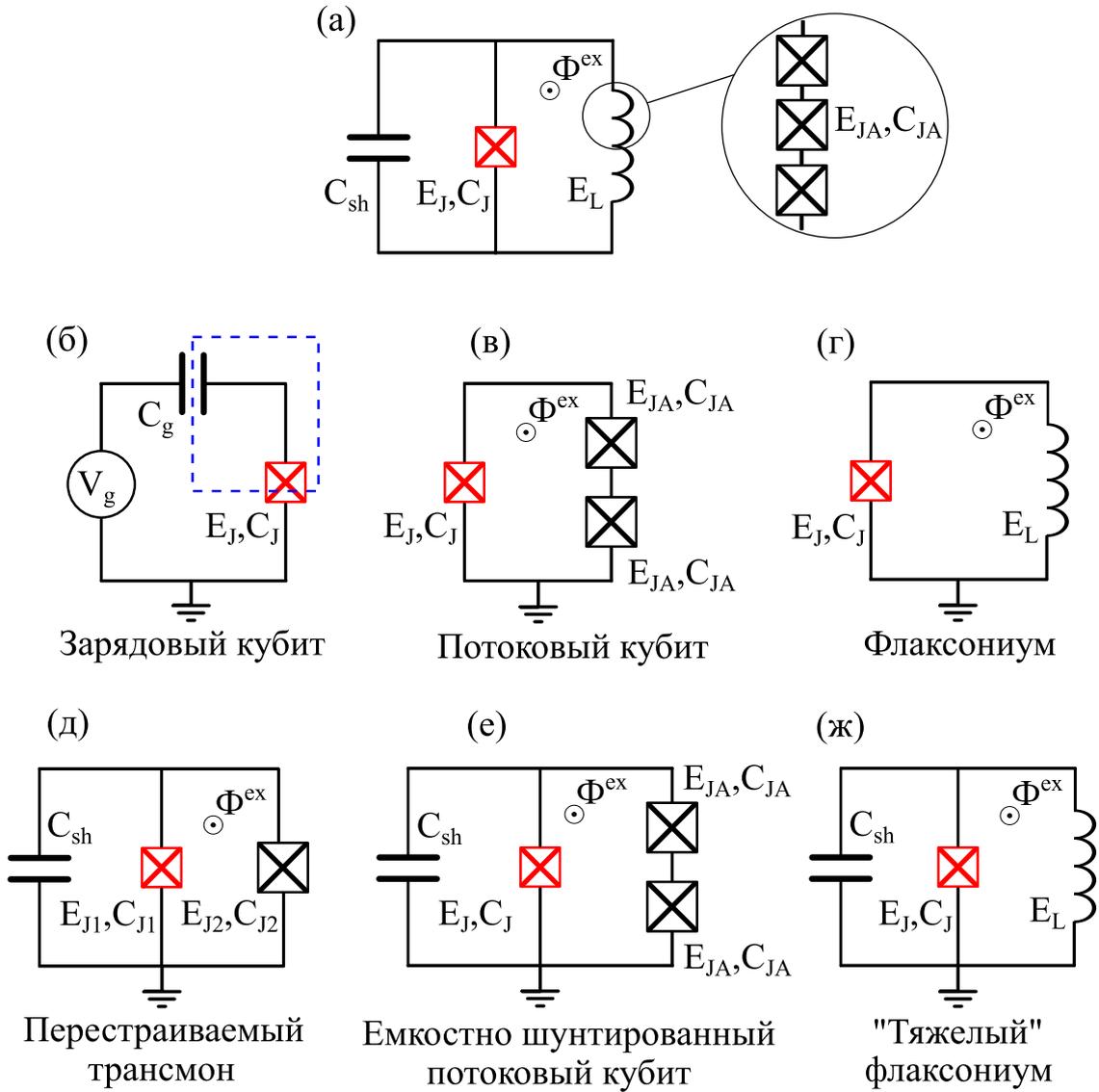
Нелинейность джозефсоновских переходов является ключевым свойством сверхпроводниковых электрических цепей, которое позволяет создавать искусственные системы с ненулевым ангармонизмом, благодаря чему частота

перехода между состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$ будет существенно отличаться от частот переходов между вышележащими собственными состояниями, в частности $|1\rangle$ и $|2\rangle$. Это по сути отражает первый критерий ДиВинченцо о наличии кубита. Кроме того, большой ангармонизм также необходим для выполнения быстрых вентилях над кубитами, иначе высокочастотные компоненты, присутствующие в управляющих импульсных сигналах, будут вызывать нежелательные переходы в высоко лежащие запрещенные состояния. Необходимо также отметить, что одновременное воплощение некоторых свойств в одной физической системе накладывает ряд противоречивых требований. Так например, время когерентности подсистем должно быть достаточно большим, чтобы можно было успевать выполнять квантовые алгоритмы до того, как кубиты дефазированы или релаксируют. С одной стороны, очевидно, что кубиты, хорошо изолированные от окружения, будут лучше защищены от релаксации и дефазировки. С другой стороны, считывание и контроль состояния подсистем практически реализуем только при достаточной связи с линиями управления, а значит и с дополнительными источниками шумов.

Для построения сверхпроводниковых кубитов используются три основных строительных блока: индуктивность, емкость и джозефсоновский переход. Различные параметры и различные комбинации этих элементов позволяют создать широкий спектр искусственных атомов с различными характеристиками. Фактически большинство известных на сегодняшний день конструкций сверхпроводниковых кубитов – зарядовый кубит [5], rf-СКВИД [28], потоковый кубит [29; 30], трансмон [8], флаксониум [16], “тяжелый” флаксониум [18], емкостно шунтированный потоковый кубит [31; 32] – могут быть классифицированы в соответствии с соотношением между их эффективными энергиями: зарядовой энергией E_C , индуктивной энергией E_L и энергией Джозефсона E_J . Так, в работе [27] предлагается концепция, основанная на модели обобщенного потокового кубита, в которой упомянутые выше системы рассматриваются как предельные случаи (см. рисунок 1.5).

Зарядовый кубит [5], эквивалентная схема которого представлена на рисунке 1.5б, состоит из джозефсоновского перехода, на который подается напряжение смещения V_g через емкость C_g .

$$\hat{H}_{\text{CPB}} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 + E_J(1 - \cos\hat{\varphi}), \quad (1.25)$$



(а) – обобщенный поточковый кубит, в котором туннельный джозефсоновский контакт с E_J и C_J выделен красным, дополнительная шунтирующая емкость обозначена C_{sh} , шунтирующая индуктивность E_L может быть образована линейным массивом N джозефсоновских контактов с E_{JA} и C_{JA} ; (б) – зарядовый кубит; (в) – поточковый кубит; (г) – флаксоonium; (д) – перестраиваемый трансмон; (е) – емкостно шунтированный поточковый кубит; (ж) – емкостно шунтированный (“тяжелый”) флаксоonium.
 Рисунок 1.5 – Различные типы сверхпроводниковых кубитов. Адаптировано из работы [27].

где $\hat{\phi}$ – оператор разности фаз на джозефсоновском переходе (2π - периодична), \hat{n} – оператор числа куперовских пар на острове (выделено синим), сопряженный $\hat{\phi}$, $E_C = e^2/(2(C_J + C_g))$ – зарядовая энергия, обусловленная внутренней емкостью перехода и управляющей емкостью, E_J – джозефсоновская энергия, $n_g = C_g V/2e$ – заряд смещения, создаваемый источником напряжения.

Зарядовый кубит работает в режиме $E_C \gg E_J$, при котором флуктуации фазы превышают флуктуации заряда, и квантовыми состояниями такой системы можно приближенно считать собственные состояния оператора \hat{n} . Необходимо заметить, что собственные состояния гамильтониана (1.25) и их энергии сильно зависят от значения заряда смещения n_g . В точке $n_g = 1/2$ имеем вырождение состояний с энергией E_C для $n = 0$ и $n = 1$ (аналогичные точки вырождения есть для всех полуцелых значений n_g), которое снимается благодаря наличию второго слагаемого в гамильтониане, а расщепление уровней будет $\sim E_J$. На данной системе не удалось получить высокие времена когерентности из-за влияния зарядового шума, что привело к появлению кубита-трансмона, работающего в режиме $E_J \gg E_C$ в котором зарядовая дисперсия сильно подавлена.

Кубит-трансмон – зарядовый кубит с большой шунтирующей емкостью $C_{sh} \gg C_J$, что значительно снижает зарядовую энергию системы $E_C = e^2/(2(C_J + C_g)) \ll E_J$. Гамильтониан трансмона сводится к гамильтониану слабо ангармонического осциллятора:

$$\hat{H}_{tr} = 4E_C \hat{n}^2 + E_J(1 - \cos \hat{\phi}) \approx 4E_C \hat{n}^2 + \frac{E_J}{2} \hat{\phi}^2 - \frac{E_J}{24} \hat{\phi}^4. \quad (1.26)$$

В таком потенциале энергетические уровни располагаются ближе друг к другу при более высоких энергиях. Поправка первого порядка к собственным значениям энергии трансмона дает величину ангармонизма $-E_C$. Рост отношения E_J/E_C позволяет экспоненциально уменьшить зарядовую дисперсию, сильное влияние которой наглядно продемонстрировано в работе [33]. Как результат, сильно снижается чувствительность частоты перехода кубита из основного в первое возбужденное состояние ω_{01} к зарядовому шуму, благодаря чему на трансмонах удается получить более высокие времена когерентности.

Управление частотой трансмона возможно при замене туннельного джозефсоновского контакта dc-СКВИДом, эквивалентная схема такой системы представлена на рисунке 1.5д. Из-за интерференции между двумя плечами

СКВИДа эффективный критический ток двух параллельных переходов зависит от магнитного потока, пронизывающего контур кубита. В таком случае эффективная джозефсоновская энергия будет определяться выражением:

$$E_{J_{eff}} = E_{J\Sigma} \sqrt{\cos^2(\varphi^{ex}) + d^2 \sin^2(\varphi^{ex})}, \quad (1.27)$$

где $E_{J\Sigma} = E_{J1} + E_{J2}$, $d = \frac{E_{J2}/E_{J1}-1}{E_{J2}/E_{J1}+1}$, а $\varphi^{ex} = \Phi^{ex}/\Phi_0$.

Другим типом сверхпроводниковых кубитов является rf-СКВИД [28], в котором, в отличие от зарядового кубита, туннельный джозефсоновский переход шунтирован сверхпроводящей геометрической индуктивностью с энергией E_L , а внешний магнитный поток Φ^{ex} используется для перестройки частоты кубита. Его гамильтониан имеет вид:

$$\hat{H}_{RF} = 4E_C \hat{n}^2 + \frac{1}{2} E_L \hat{\varphi}^2 + E_J [1 - \cos(\hat{\varphi} - \varphi^{ex})]. \quad (1.28)$$

Последние два слагаемых в этом гамильтониане определяют вид потенциальной энергии, где помимо джозефсоновской энергии перехода появляется квадратичное слагаемое, обусловлено шунтирующей индуктивностью с $E_L = \frac{(\Phi_0/2\pi)^2}{L}$. По своей сути кубитные цепи, изображенные на рисунках 1.5в,е и рисунках 1.5г,ж, отражают различные режимы работы rf-СКВИДа, подробное описание которых можно найти в обзоре [34].

Потоковый кубит, эквивалентная схема которого представлена на рисунке 1.5в, состоит из туннельного джозефсоновского контакта, шунтированного индуктивностью, образованной несколькими джозефсоновскими контактами большей площади [29; 30]. В этом случае его гамильтониан может быть записан в виде:

$$\hat{H}_{FQ} = 4E_C (\hat{n})^2 + E_J [1 - \cos \hat{\varphi}] + 2 \frac{E_J}{\alpha} \left[1 - \cos \left(\frac{\hat{\varphi} - \varphi^{ex}}{2} \right) \right], \quad (1.29)$$

где третье слагаемое учитывает наличие двух больших джозефсоновских контактов с $E_{JA} = \alpha E_J$. Здесь φ – разность фаз на туннельном джозефсоновском контакте, α – отношение размеров переходов и, соответственно, их энергий. Профиль потенциальной энергии и, как результат, собственные значения системы будут зависеть от двух параметров: внешнего потока φ^{ex} и отношения площадей α .

Рабочая точка данного кубита соответствует случаю, когда внешний поток в контуре системы равен полуполому числу квантов магнитного потока

$\varphi^{\text{ex}} = \pi + 2\pi k$ (k – целое). При этом частота основного перехода кубита достигает минимального значения и в первом порядке нечувствительна к потоковому шуму. Эту точку часто называют точкой вырождения потока, так как потенциальная энергия имеет две вырожденные ямы. Благодаря наличию зарядовой энергии вырождение снимается, а два собственных состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ соответствуют симметричной и антисимметричной комбинации токов, текущих в контуре кубита по часовой и против часовой стрелки.

В точке вырождения потоковые кубиты имеют оптимальные времена когерентности, которые значительно сокращаются даже при незначительной отстройке внешнего потока из-за высокой чувствительности кубита к потоковому шуму. Уменьшение этой чувствительности возможно при уменьшении отношения энергий E_J/E_C , однако при этом возрастает чувствительность к зарядовому шуму. Решение этой проблемы аналогично модификации зарядового кубита при его шунтировании большой емкостью. Схема емкостно шунтированного потокового кубита [31; 32] представлена на рисунке 1.5е. Здесь также необходимо отметить, что в отличие от кубита-трансмона, ангармонизм емкостно шунтированных потоковых кубитов положителен и значительно выше ангармонизма трансмонов.

Еще одной модификацией rf-СКВИДа является кубит-флаксо́ниум [16], где в отличие от потокового кубита индуктивность сформирована большим числом ($N > 10$) джозефсоновских переходов. Его эквивалентная схема приведена на рисунке 1.5г, а гамильтониан аналогичен гамильтониану (1.29), где $E_C \sim E_J$. Увеличение числа джозефсоновских переходов приводит к увеличению шунтирующей индуктивности и уменьшению E_L (при этом $E_L \ll E_J$), что помогает снизить чувствительность флаксониума к потоковым шумам и добиться больших времен дефазировки. Индуктивность, образованная линейным массивом больших джозефсоновских контактов ($E_{JA} \gg E_{CA}$), получила название “супериндуктивность”, так как позволяет получить достаточно большое значение индуктивности L при достаточно малой паразитной емкости C_S , в следствие чего ее импеданс превышает $\sqrt{L/C_S} > R_Q$ квант сопротивления $R_Q = h/(e)^2 \approx 26$ кОм, а частота собственной моды такого индуктора будет выше частоты характерного перехода кубита. По этой причине невозможно использование больших геометрических индуктивностей, так как характеристический импеданс провода конечной длины будет ограничен вакуумным импедансом, составляющим величину 377 Ом. Здесь стоит упомянуть альтер-

нативный способ реализации “супериндуктивность”, который заключается в использовании материалов с большой кинетической индуктивностью, например сверхпроводящие нанопровода из NbTiN [35] или гранулированного алюминия [17].

Можно рассматривать потенциальную энергию кубита-флаксоинума как параболу, обусловленную наличием “супериндуктивность”, модулированную синусоидой (вклад туннельного контакта). В таком случае мы будем иметь набор потенциальных ям, относительное положение которых, а следовательно и спектр кубита, перестраивается при помощи внешнего магнитного потока Φ^{ex} .

Представление о влиянии параметров системы на структуру энергетических уровней можно получить, рассмотрев поведение кубита, когда внешний поток в системе равен целому и полуцелому числу квантов магнитного потока. При $\Phi^{\text{ex}} = 0$ минимумы квадратичного и гармонического слагаемых гамильтониана совпадают, и нижние уровни энергии будут локализованы в одной яме, что, по аналогии с кубитом-трансмоном, напоминает плазменные осцилляции (переходы между состояниями в одной потенциальной яме). При $\Phi^{\text{ex}} = \Phi_0/2$ минимум квадратичного члена совпадает с максимумом косинусоиды, в результате чего, основное и первое возбужденное состояния флаксоинума будут подобны состояниям потокового кубита и соответствовать симметричной и антисимметричной комбинации токов в контуре, текущих по часовой и против часовой стрелки. В этой точке частота основного перехода между состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита достигает минимума (обычно порядка сотен мегагерц) и определяется скоростью туннелирования между двумя потенциальными ямами. Вблизи точки вырождения потока симметрия нарушается и тогда основное состояние будет локализовано в потенциальной яме с минимальной энергией, а первое возбужденное состояние – локализовано в соседней яме. Переходы между состояниями локализованными в разных потенциальных ямах называются флаксонными. Можно заметить, что так как джозефсоновская энергия определяет нелинейный член гамильтониана системы, то увеличение E_J приведет к увеличению ангармонизма. При $\Phi^{\text{ex}} = 0$ вместе с зарядовой энергией E_C они определяют частоту плазменных осцилляций $\sqrt{8E_J E_C}$. Помимо этого, рост E_J приводит также и к увеличению барьера между соседними потенциальными ямами, что в результате уменьшает скорость туннелирования, которая экспоненциально зависит от отношения E_J/E_C . Более подробное влияние параметров системы E_J , E_L и E_C на свойства кубита-флаксоинума приведено в диссертации [36].

Дальнейшее улучшение времен релаксации флаксоциумов было получено, как и в случае с потоковыми кубитами, за счет реализации так называемого “тяжелого” флаксоциума [18] при добавлении большой шунтирующей емкости $E_J \gg E_C$. Его схема приведена на рисунке 1.5ж.

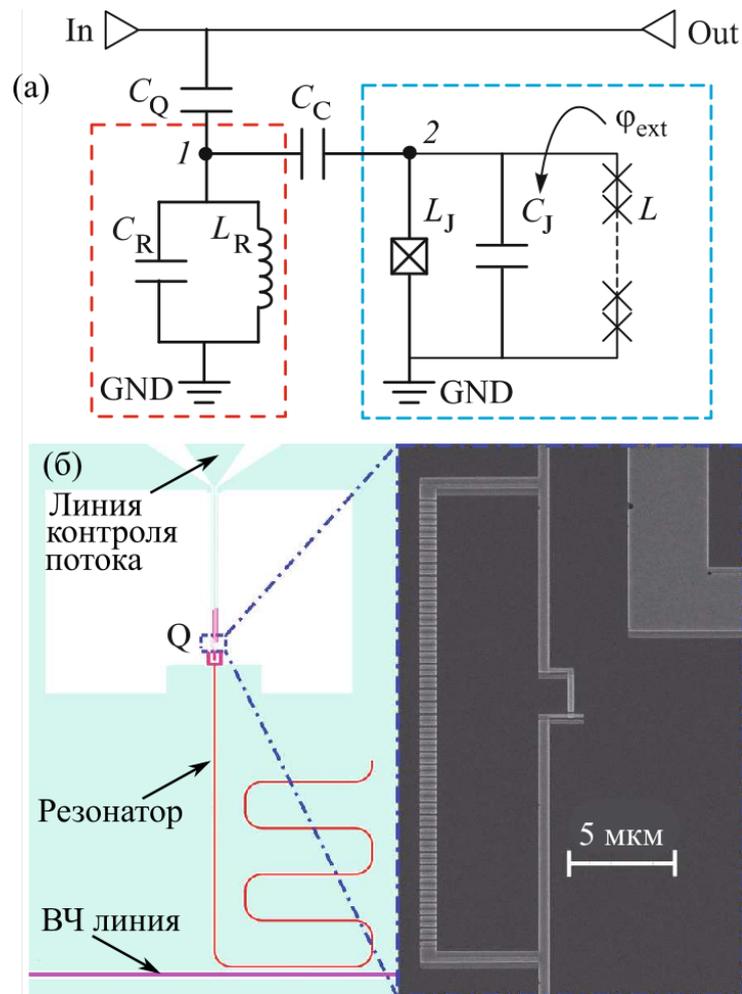
Глава 2. Разработка кубитов на основе джозефсоновской индуктивности

В данной главе представлены результаты разработки и экспериментального исследования кубитов-флаксоhiumов, емкостно связанных с индивидуальными копланарными резонаторами. Проводится сравнение результатов эксперимента с данными, полученными при численном моделировании спектральных характеристик системы для различных значений внешнего магнитного потока.

2.1 Теоретическая модель кубита-флаксоhiumа, связанного с копланарным микроволновым резонатором

Современное считывание сверхпроводящих кубитов основано на их дисперсионном взаимодействии со считывающим резонатором [6; 37], в качестве которого может использоваться либо микроволновая полость, либо отрезок копланарной линии на микросхеме. Преимуществом использования передающих линий в качестве индивидуальных резонаторов являются их компактные размеры, что позволяет интегрировать сотни систем на одной микросхеме. Так как целью диссертации является разработка базовых элементов для масштабируемых квантовых процессоров, в работе рассматривалась именно планарная архитектура кубитов-флаксоhiumов, связанных с четвертьволновыми копланарными резонаторами.

В дисперсионной схеме считывания определение состояний кубита сводится к измерению частоты связанного с ним микроволнового резонатора. В данном случае используется нижняя мода резонатора с частотой ω_{R0} , четверть длины волны которой соответствует физической длине отрезка передающей линии, образующей резонатор. Следующая мода резонатора с частотой $3\omega_{R0}$ в измерениях не учитывается, так как она лежит значительно выше основных характерных частот переходов рассматриваемого кубита-флаксоhiumа. Сам кубит при этом можно рассматривать как высокоимпедансную нагрузку на открытом конце копланарного резонатора, которая зависит от частоты ω_Q и



(а) – Эквивалентная электрическая цепь кубита-флаксоинума, емкостно связанного с копланарным резонатором. (б) – Топология экспериментального образца с увеличенным изображением контура флаксониума и цепочки из 70 джозефсоновских контактов.

Рисунок 2.1 – Кубит-флаксоинум, емкостно связанный с копланарным резонатором.

состояния кубита $|\alpha\rangle$. Такая нагрузка вызывает дисперсионный сдвиг χ_α частота резонатора в зависимости от состояния кубита. Для измерения частоты резонатора его емкостно связывают с пятидесятиомной микроволновой линией. Сдвиг частоты резонатора может быть обнаружен при наблюдении комплекснозначной амплитуды прохождения при рассеянии микроволнового сигнала от резонатора.

Эквивалентная электрическая схема кубита-флаксоинума, емкостно связанного с четвертьволновым резонатором, представлена на рисунке 2.1а. Фундаментальная мода индивидуального считывающего резонатора имеет эффективную емкость C_R и индуктивность L_R . C_C и C_Q – взаимные емкости связи

резонатора с кубитом и микроволновой линией, соответственно. Цепь кубита включает в себя маленький джозефсоновский переход ($E_J \sim E_C$), выполняющий роль нелинейного элемента, джозефсоновская индуктивность и емкость которого обозначены как L_J и C_J , и “супериндуктивность” [38; 39], обозначенная L , в качестве которой используется индуктивность линейного массива больших ($E_J \gg E_C$) джозефсоновских контактов Al-AlOx-Al. Маленький джозефсоновский переход и “супериндуктивность” образуют замкнутый контур, магнитный поток в котором используется для контроля частоты кубита.

Полная система кубит-резонатор может быть описана с использованием метода квантовой электродинамики цепей [23; 40]. Метод узловых напряжений позволяет получить эффективную функцию Лагранжа системы, изображенной на рисунке 2.1, в виде:

$$L_{FR}(\Phi_1, \Phi_2, \dot{\Phi}_1, \dot{\Phi}_2) = \frac{C_R \dot{\Phi}_1^2}{2} + \frac{C_J \dot{\Phi}_2^2}{2} + \frac{C_C (\dot{\Phi}_2 - \dot{\Phi}_1)^2}{2} - E_J \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi \Phi_2}{\Phi_0} \right) \right] - \frac{\Phi_1^2}{2L_R} - \frac{(\Phi_2 - \Phi_{\text{ex}})^2}{2L_A}, \quad (2.1)$$

где Φ_1 и Φ_2 – интегралы напряжения в узлах 1 и 2, соответственно, Φ_{ex} – внешний магнитный поток в контуре кубита. Вычислив обратную матрицу емкостей и применив преобразование Лежандра, получаем функцию Гамильтона системы:

$$H_{FR}(\Phi_1, \Phi_2, Q_1, Q_2) = \frac{Q_1^2}{2(C_R + C_C)} + \frac{\Phi_1^2}{2L_R} + \frac{Q_2^2}{2(C_J + C_C)} + E_J \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi \Phi_2}{\Phi_0} \right) \right] + \frac{(\Phi_2 - \Phi_{\text{ex}})^2}{2L_A} + \frac{C_C Q_1 Q_2}{2(C_R + C_C)(C_J + C_C)}, \quad (2.2)$$

где $Q_{1,2}$ – обобщенные импульсы, канонически сопряженные к обобщенным координатам $\Phi_{1,2}$, а физический смысл Q_i – это суммарный заряд, сосредоточенный на всех емкостях, примыкающих к узлу i . Выражение для H_{FR} справедливо при условии малости емкости связи C_C по сравнению с C_R и C_J .

Оператор Гамильтона системы получается заменой всех переменных на соответствующие операторы:

$$\hat{H}_{FR} = \frac{\hat{Q}_1^2}{2(C_R + C_C)} + \frac{\hat{\Phi}_1^2}{2L_R} + \frac{\hat{Q}_2^2}{2(C_J + C_C)} + E_J \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi \hat{\Phi}_2}{\Phi_0} \right) \right] + \frac{(\hat{\Phi}_2 - \Phi_{\text{ex}})^2}{2L_A} + \frac{C_C \hat{Q}_1 \hat{Q}_2}{2(C_R + C_C)(C_J + C_C)}. \quad (2.3)$$

Гамильтониан всей системы можно разбить на три части: первые два слагаемых описывают состояние считывающего резонатора, следующие три слагаемых описывают поведение кубита-флаксоинума, а последнее слагаемое отвечает за связь между ними.

После ввода безразмерных переменных $\hat{n}_1 = \frac{\hat{Q}_1}{2e}$, $\hat{n}_2 = \frac{\hat{Q}_2}{2e}$, $\hat{\varphi}_1 = \frac{\hat{\Phi}_1}{2\pi\Phi_0}$, $\hat{\varphi}_2 = \frac{\hat{\Phi}_2}{2\pi\Phi_0}$, $\varphi_{\text{ex}} = \frac{\Phi_{\text{ex}}}{2\pi\Phi_0}$ и операторов рождения и уничтожения для описания резонатора, определяемых как:

$$\hat{Q}_1 = \sqrt{\frac{\hbar}{2Z_R}}(\hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger), \quad \hat{\Phi}_1 = i\sqrt{\frac{\hbar Z_R}{2}}(\hat{a}_1 - \hat{a}_1^\dagger), \quad (2.4)$$

где $Z_R = \sqrt{\frac{L_R}{C_R + C_C}}$ – характеристический импеданс резонатора, гамильтониан системы преобразуется к виду:

$$\hat{H}_{FR} = \hbar\omega_R \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \frac{E_C}{2} \hat{n}_2^2 + E_J(1 - \cos(\hat{\varphi}_2)) + \frac{E_L}{2}(\hat{\varphi}_2 - \varphi_{\text{ex}})^2 + \hbar g \hat{n}_2(\hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger), \quad (2.5)$$

где $E_C \approx \frac{8e^2}{(C_J + C_C)}$, $E_J = \frac{(\Phi_0/2\pi)^2}{L_J}$, $E_L = \frac{(\Phi_0/2\pi)^2}{L}$; $g \approx \frac{C_C \omega_R}{(C_J + C_C)} \sqrt{\frac{4}{\pi} Z_R}$ – константа связи кубита-флаксоинума и резонатора.

2.2 Особенности численного расчета

В этом разделе приведено описание численного подхода к моделированию квантовых физических систем. В общем случае спектр энергий и собственные состояния любого гамильтониана, например (2.3), получаются из решения стационарного уравнения Шредингера:

$$\hat{H} |\psi(\varphi_1, \dots, \varphi_m)\rangle = E |\psi(\varphi_1, \dots, \varphi_m)\rangle, \quad (2.6)$$

где m – размерность системы. Для упрощения решения вводятся безразмерные переменные разности фаз $\hat{\varphi}_\alpha = \frac{2\pi\hat{\Phi}_\alpha}{\Phi_0}$ и канонически сопряженные им операторы числа куперовских пар $\hat{n}_\alpha = \frac{\hat{Q}_\alpha}{2e}$, а также переменные, отвечающие внешним магнитным потокам $\varphi_\alpha^x = \frac{2\pi\Phi_\alpha^x}{\Phi_0}$, при их наличии. В качестве примера в уравнении (2.6) волновая функция $\psi(\varphi_1, \dots, \varphi_m)$ записана в потоковом представлении (роль координат выполняют приведенные разности фаз $\hat{\varphi}_\alpha$). Так как

спектр квантовой задачи инвариантен относительно выбора базиса, то аналогичное решение может быть найдено в зарядовом представлении $\Psi(n_1, \dots, n_m)$, которое является Фурье-преобразованием потокового пространства. Выбор представления в каждом конкретном случае определяется удобством расчета и наглядностью.

В случае кубита-флаксонома более наглядным является потоковое представление. В этом представлении оператор числа куперовских пар определяется как $\hat{n}_\alpha = -i\frac{\partial}{\partial\varphi_\alpha}$, а соответствующее уравнение Шредингера принимает вид обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\hat{H} \left(-i\frac{\partial}{\partial\varphi_1}, \dots, -i\frac{\partial}{\partial\varphi_m}, \hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_m \right) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle. \quad (2.7)$$

Это уравнение на собственные значения численно решается методом конечных разностей. Собственные значения находятся путем численной диагонализации матрицы Гамильтониана с использованием открытого высокоуровневого языка программирования общего назначения Python и библиотек numpy, scipy и др.

2.3 Разработка топологии сверхпроводниковых кубитов с высокой индуктивностью на основе цепочек джозефсоновских переходов

Как было отмечено в начале главы, в основе разрабатываемой топологии кубитов-флаксономов лежит копланарная архитектура. Все кубиты и связанные с ними четвертьволновые резонаторы изготавливаются в виде интегральной электрической схемы в рамках одного технологического цикла на одной подложке. Помимо кубитов и резонаторов для их индивидуального считывания, на подложке также размещаются линии индивидуального контроля потока кубитов и одна микроволновая передающая линия, связанная с резонаторами. В качестве микроволновых резонаторов для индивидуального считывания кубитов используются отрезки микроволновых передающих линий, закороченные с одной стороны, и холостым ходом с другой стороны. На конце с холостым ходом расположен конденсатор, связывающий резонатор с кубитом.

Технологический послойный чертеж имеет два основных слоя: позитивный слой для электронной литографии, используемый для формирования структуры джозефсоновских контактов и других объектов с характерными

размерами менее 4 мкм, и негативный слой для фотолитографии, используемый для быстрого формирования структур с характерными размерами более 4 мкм, таких как копланарные резонаторы, передающие линии, конденсаторы и контактные площадки. Часть топологии микросхемы, содержащей кубит-флаксоonium, резонатор, линию контроля потока и ВЧ линию подачи считывающего сигнала приведена на рисунке 2.1б. Копланарные резонаторы для индивидуального считывания кубитов закручены в меандр для компактности.

Расчетные параметры резонаторов и передающей линии

Резонатор, предназначенный для индивидуального считывания состояний кубитов, состоит из трех секций передающих линий с оптическими длинами l_O , l_C и l_S и одинаковыми импедансами Z_r , причем центральная секция l_C слабо связана с микроволновой линией для считывания (ВЧ линия) с импедансом $Z_0 = 50\Omega$, при подключении нескольких резонаторов к одной ВЧ линии частоты их фундаментальных мод должны отличаться, что реализуется из-за различных длин закороченных секций l_S . Схема подключения одного считывающего резонатора к микроволновой линии считывания и к исследуемому кубиту показана на рисунке 2.2.

Из-за малой величины коэффициента связи резонатора с передающей линией к резонатор можно считать высокодобротным, а его частоту в первом приближении можно рассчитать по формуле:

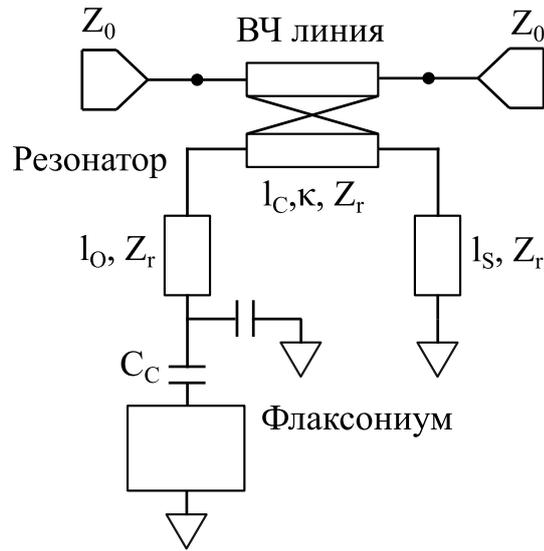
$$\frac{\omega_R}{2\pi} = \frac{c_l}{4(l_O + l_C + l_S)}, \quad (2.8)$$

где c_l – скорость света в линии.

Характеристический импеданс копланарной линии может быть рассчитан по формуле:

$$Z = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2\mu_0}{(\varepsilon + 1)\varepsilon_0}} \frac{K(k)}{K(k')} \quad (2.9)$$

где $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, $k = \frac{w}{(w+2s)}$, $k' = \sqrt{(1-k^2)}$; w – ширина центрального проводника микроволновой линии; s – ширина зазора между центральным проводником микроволновой линии и землей.



l_O – длина секции считывающего резонатора, связанной с кубитом; l_C – длина секции резонатора, связанная с микроволновой линией (ВЧ линия); l_S – длина закороченного участка резонатора Z_r – импеданс передающей линии резонатора; Z_0 – импеданс ВЧ линии; κ – коэффициент связи проводников резонатора и ВЧ линии.

Рисунок 2.2 – Схема подключения четвертьволнового копланарного резонатора к микроволновой линии считывания и исследуемому кубиту.

Для структуры, изображенной на рисунке 2.1б, для резонатора $w=7$ мкм, $s=4$ мкм и для ВЧ линии $w=14$ мкм, $s=8$ мкм. Длины соответствующих участков резонатора равны $l_C = 400$ мкм, $l_S = 2154$ мкм, и $l_O = 1066$ мкм. Расчет коэффициента связи между копланарными линиями проводился численным методом на основе гиперэллиптических интегралов, согласно работе [41], при этом использовалась онлайн версия программы, доступная по ссылке <https://smm.misis.ru/CPW-resonator-coupling/>. Коэффициент связи индивидуального резонатора с ВЧ линией составляет $\kappa = 0,085$. Характеристический импеданс копланарной микроволновой линии и резонатора примерно равны $Z_0 \approx Z_R \sim 50\Omega$. Частота считывающего резонатора равна $\omega_R/2\pi = 8,3$ ГГц.

Расчетные параметры флаксоинума

В сложных планарных и трехмерных структурах для описания эффектов зарядки электродов под действием напряжения используют формализм матрицы

емкостей. Суть этого формализма заключается в том, что если к M электродам с порядковым номером $k = 1, 2, \dots, M$ приложены потенциалы U_1, U_2, \dots, U_M , отсчитываемые от потенциала земли (бесконечно удаленная точка считается заземленной), то заряды q_1, q_2, \dots, q_M на этих электродах выражается соотношением:

$$q_k = \sum_{l=1}^M c_{kl} U_l, \quad (2.10)$$

где c_{kl} - элемент матрицы емкостей размерности $M \times M$.

Матрица емкости симметрична. Для электрической схемы, например, для эквивалентной схемы флаксоonium-резонатор, изображенной на рисунке 2.1, матрица емкости имеет вид:

$$C = \begin{bmatrix} C_J & -C_C \\ -C_C & C_R \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Каждому электроду в схеме соответствуют свои строка и столбец этой матрицы. Здесь первые столбец и строка соответствуют острову флаксоoniumа, вторые – резонатору для индивидуального считывания. На главной диагонали находятся суммарные емкости этих электродов, недиагональные элементы – взаимные емкости пар электродов со знаком минус. Для оценки элементов матрицы емкости системы флаксоonium-резонатор производится электростатическая симуляция при помощи программного обеспечения, решающего уравнение Пуассона на трехмерной сетке, например, FastCap или аналог (Ansys Q3D extractor, Ansys Maxwell).

Правильный расчет матрицы емкости требует учета точного значения диэлектрической проницаемости. Для планарных структур на толстой подложке выполняется соотношение:

$$C = \frac{\varepsilon + 1}{2} C_0, \quad (2.12)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость подложки (для изотропного диэлектрика), C_0 – матрица емкости для электродов в вакууме.

В данной работе расчет матрицы емкости электродов был проведен при помощи бесплатной программы FastCap. Оценка эквивалентной емкости маленького джозефсоновского перехода дает значение $C_{eqv} = 3,40$ фФ, а емкости связи с резонатором $C_C = 3,00$ фФ. Необходимо отметить, что C_{eqv} и C_C дают вклад как в C_J , так и в C_j – емкость маленького джозефсоновского перехода.

Площадь маленького перехода равна $S_j = 200 \times 200 \text{ нм}^2$, при этом его емкость $C_j = 1,77 \text{ фФ}$. Плотность криттока, закладываемая при проектировании системы, равна $j_c = 0,50 \text{ мкА/мкм}^2$, таким образом, значение зарядовой энергии равно $E_C \approx 2,37 \text{ ГГц}$ ($C_J = C_{eqv} + C_j + C_C$), джозефсоновской энергии равно $E_J \approx 9,94 \text{ ГГц}$. Для создания “супериндуктивности” используется цепочка из $N=70$ больших джозефсоновских переходов площадью $S_A = 700 \times 200 \text{ нм}$. Образование оксидной пленки для маленького джозефсоновского перехода и для больших джозефсоновских переходов производится в одном цикле, поэтому плотность криттока для них также равна $j_c = 0,50 \text{ мкА/мкм}^2$, а эквивалентная индуктивная энергия $E_L \approx 0,50 \text{ ГГц}$.

2.4 Экспериментальные образцы кубитов-флакониумов

Изготовление экспериментального образца по разработанной автором топологии проводилось в НОЦ “Функциональные микро/наносистемы” в МГТУ им. Н.Э. Баумана с использованием техники теневого напыления мост Долана [42]. Сначала производится очистка подложки из высокоомного кремния ($> 10000 \text{ Ом}\cdot\text{см}$) толщиной 525 мкм и размером $25 \times 25 \text{ мм}^2$ в растворе Пираньи (смесь перекиси водорода и серной кислоты в массовых долях 1:4) с последующим удалением естественного оксида в растворе HF (1:50) в течение 120 сек. Далее центрифугированием наносится стандартный набор двухслойного электронного резиста: резист AR-P.6200 толщиной 100 нм поверх сополимера ММА толщиной 700 нм . Топология структуры формируется с помощью системы электронно-лучевой литографии Raith Voyager, работающей с ускоряющим напряжением 50 кВ . Первый слой резиста проявлялся в растворителе AR600-546 в течение 1 минуты, второй – в растворе изопропилового спирта и деионизированной воды в течение 4 минут.

На следующем шаге производится напыление нижнего и верхнего электродов под углами $+11^\circ$ и -11° с промежуточным окислением первого слоя. Туннельный барьер джозефсоновского контакта формируется в атмосфере чистого кислорода при давлении $0,01 \text{ мбар}$ методом статического окисления. Джозефсоновские переходы Al-AlO_x-Al осаждаются в сверхвысоком вакууме ($\sim 10^{-10} \text{ мбар}$) при скорости осаждения около $1 \text{ \AA}/\text{с}$ с использованием сверхвы-

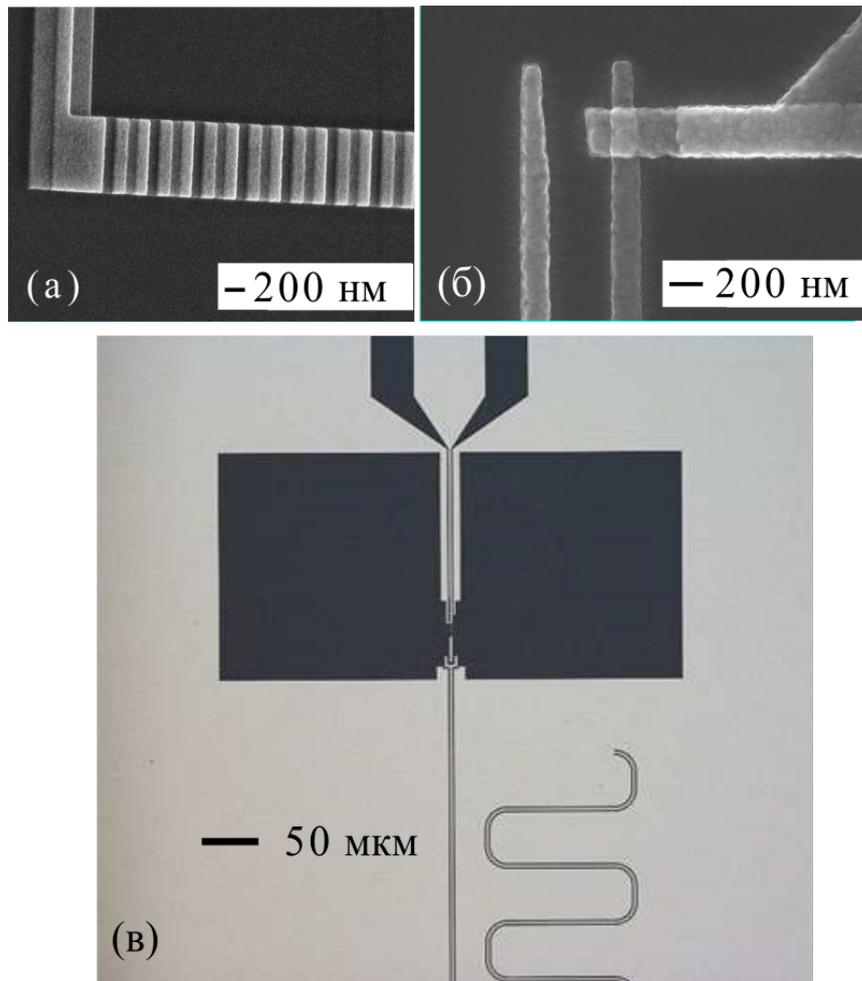
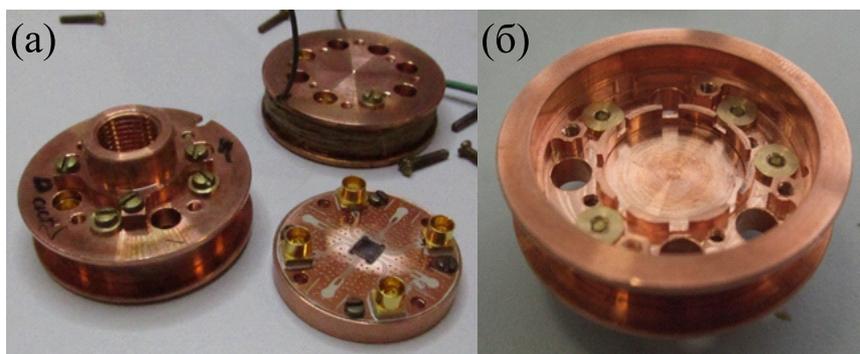


Рисунок 2.3 — (а) – СЭМ изображение цепочки джозефсоновских переходов. (б) – СЭМ изображение туннельного джозефсоновского перехода. (в) – Оптическое изображение изготовленного кубита-флаксонаума.

соковакуумной электронно-лучевой системы напыления Plassys MEB 550 SL3 для обеспечения низкой шероховатости краев электродов (< 2 нм). Завершающей стадией процесса изготовления схемы является удаление резистивной маски в стандартном растворителе на основе метилпирролидон-н в течение 3 ч.

Изображения туннельного джозефсоновского контакта, цепочки джозефсоновских контактов и системы флаксониум-резонатор, полученные с помощью сканирующего электронного микроскопа (СЭМ) показаны на рисунке 2.3.



(а) - Общий вид универсального держателя. (б) - Обратная сторона крышки.
Рисунок 2.4 — Универсальный держатель для монтажа чипов

2.5 Криогенная установка

Для проведения измерений образцы монтируются в специально разработанный медный держатель (см. рисунок 2.4). Изготовленная микросхема устанавливается в вырез, фиксируется на медной подложке при помощи клея БФ-6 и присоединяется к контактам платы посредством клиновой микросварки. Сам держатель вместе с образцом устанавливается в магнитный экран из крио пермаллоя (Cryoperm) для защиты от внешних квазистатических магнитных полей.

Все эксперименты проводились в криостате растворения Oxford Instruments Triton DR-200 с рабочей температурой 20–30 мК. Схема подключения исследуемого образца с микроволновым линиям в криостате представлена на рисунке 2.5. Для изоляции образца от паразитного излучения оборудования, расположенного при комнатной температуре, в линиях контроля («P₂» – ВЧ линия подачи считывающего сигнала, «DC₂» – линия индивидуального контроля потока, «DC₁» – линия управления потоком во внешней магнитной катушке) устанавливаются аттенюаторы и порошковые фильтры. Криогенный изолятор Quinstar помещается между образцом и малошумящим усилителем на транзисторах с высокой подвижностью носителей заряда LNF-LNC0.3_14A, установленным на ступени криостата с температурой 3 К. Подключение к линии постоянного тока «DC₁» на ступени 20 мК выполнены с использованием дополнительных низкочастотных порошковых фильтров на основе железа с экспоненциальным частотным откликом (показатель степени 5 дБ/ГГц).

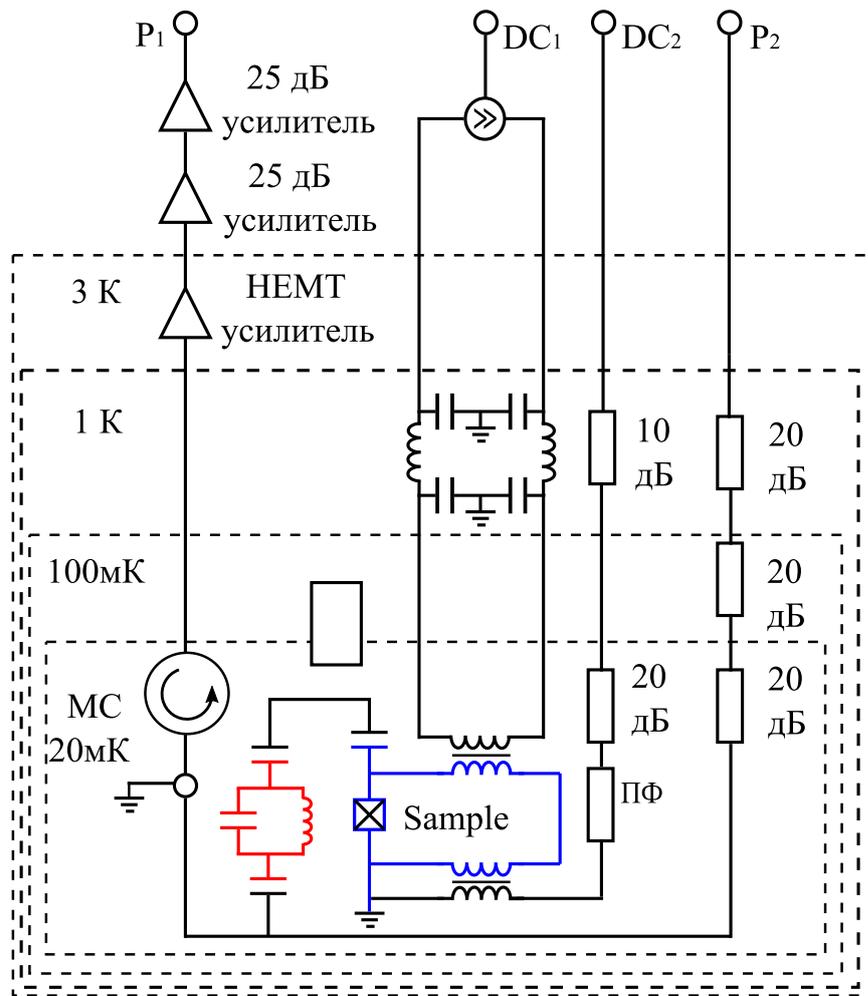


Рисунок 2.5 — Схема подключения исследуемого образца к микроволновому тракту в криостате растворения.

Однотоновая и двухтоновая спектроскопия образцов производится при помощи векторного анализатора цепей Agilent PNA-X (ВАЦ) и генератора синусоидальных сигналов Agilent PSG E8257D (ГСС). Оба микроволновых сигнала от ВАЦ и ГСС объединяются при комнатной температуре и подаются на микроволновую линию «P₂» криостата.

ВАЦ используется для измерения комплексного коэффициента прохождения СВЧ-сигнала вблизи частоты резонатора, а ГСС является источником второго тона для возбуждения кубита. Отстройка магнитного потока в контуре флаксоинума производится при помощи многоканального источника напряжения, подключенного к линиям «DC₁» и «DC₂» криостата через RC-фильтр и 2кОм резистор при комнатной температуре.

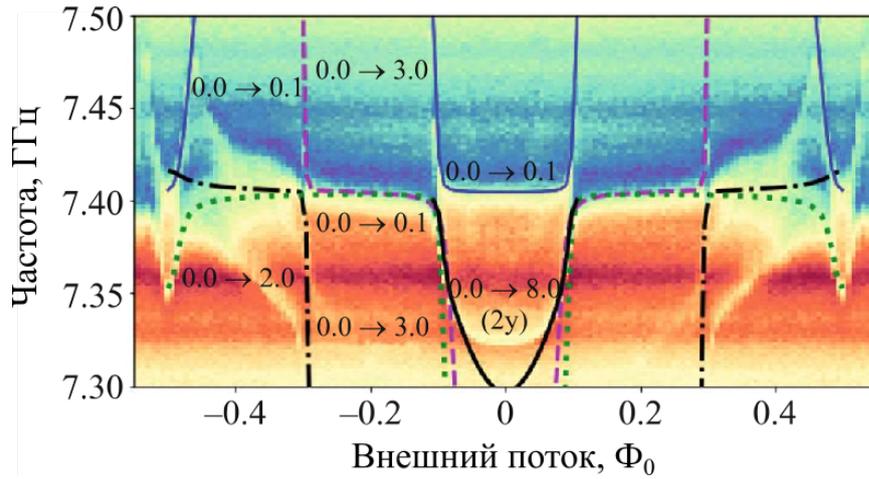
2.6 Сравнение результатов спектроскопии с численным расчетом

Для того, чтобы характеризовать изготовленный кубит-флаксоonium, сначала необходимо определить частоту индивидуального считывающего резонатора. Для этого выполняется стандартная однотоновая спектроскопия: при помощи векторного анализатора цепей (ВАЦ) производится автоматическое сканирование по частоте микроволнового сигнала и по величине постоянного тока, подаваемого на линию смещения кубита «DC₂», измерение проводится при малой мощности сканирующего сигнала.

На рисунке 2.6 представлен однотоновый спектр исследуемого образца в зависимости от внешнего магнитного потока, определяемого величиной постоянного тока смещения, на котором видна картина квазипересечений основных переходов кубита с частотой фундаментальной моды считывающего резонатора. По вертикальной оси отложена частота сканирующего сигнала, а по горизонтальной оси – внешний магнитный поток, нормированный на величину Φ_0 . Картина однотонового спектра периодична по полю. Значение частоты резонатора $\omega_R/2\pi = 7,42$ ГГц получено в результате численного расчета полного гамильтониана системы и сравнения результатов расчета с данными однотоновой и двухтоновой спектроскопии, приведенных ниже. На рисунке 2.6 также представлено наложение результатов численного моделирования, что позволило идентифицировать наблюдаемые в однотоновом спектре переходы системы кубит-резонатор. Подписи к линиям переходов на рисунке 2.6 обозначают населенность кубита-флаксоонима (первая цифра) и населенность резонатора (вторая цифра).

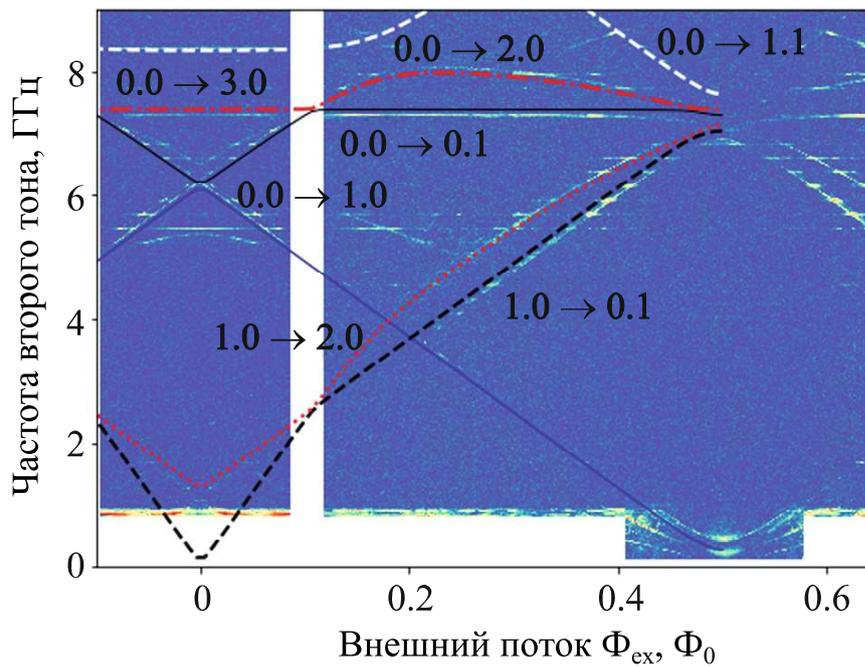
Основным результатом экспериментального исследования являются данные двухтоновой спектроскопии кубита. На рисунке 2.7 представлен двухтоновый спектр, полученный для разных значений внешнего магнитного потока и при малой мощности второго (возбуждающего переходы кубита) тона, частота первого тона при этом равна частоте считывающего резонатора. По вертикальной оси отложена частота второго тона, по горизонтальной оси – внешний магнитный поток, нормированный на величину Φ_0 .

Извлечение реальных значений параметров цепи, изготовленного образца, из экспериментальных данных производится путем сравнения их с результатами численной диагонализации гамильтониана полной системы кубит-резонатор



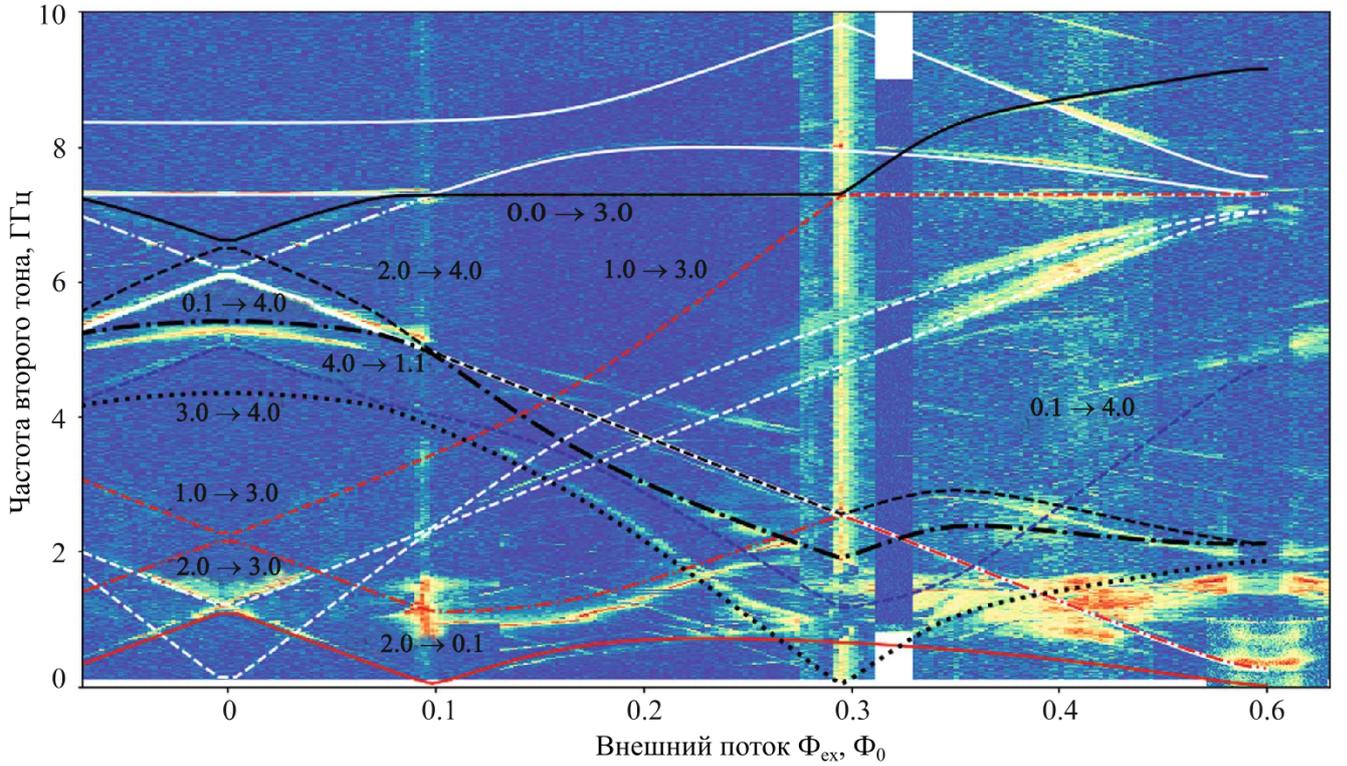
Фаза комплексного коэффициента прохождения СВЧ-сигнала вблизи частоты резонатора.

Рисунок 2.6 — Однотоновая спектроскопия системы флаксоonium-резонатор.



Амплитуда комплексного коэффициента прохождения СВЧ-сигнала на частоте резонатора. Подписи на рисунке обозначают населенность кубита-флаксоoniumа (первая цифра) и населенность резонатора (вторая цифра)

Рисунок 2.7 — Двухтоновая спектроскопия системы флаксоonium-резонатор при малой мощности сигнала второго тона



Амплитуда комплексного коэффициента прохождения СВЧ-сигнала на частоте резонатора. Подписи на рисунке обозначают населенность кубита-флаксоинума (первая цифра) и населенность резонатора (вторая цифра). Белым цветом обозначены переходы, совпадающие с переходами на рисунке 2.7.

Рисунок 2.8 — Двухтоновый спектр системы флаксоинум-резонатор при большой мощности сигнала второго тона.

(см. раздел 2.2) для разных значений внешнего магнитного потока. На рисунке 2.7 видны переходы системы кубит-резонатор: подписи на рисунке также обозначают населенность кубита-флаксоинума (первая цифра) и населенность резонатора (вторая цифра).

При выборе следующих значений характерных параметров гамильтониана (2.5): $E_C = 2,090$ ГГц, $E_J = 7,050$ ГГц, $E_L = 0,346$ ГГц, $\omega_R/2\pi = 7,420$ ГГц, и силе связи кубита с резонатором $g/2\pi = 200$ МГц, наблюдается отличное совпадение численного расчета с экспериментальными данными.

При увеличении мощности второго тона наблюдается более богатая картина возможных переходов в системе кубит-резонатор (см. рисунок 2.8). Здесь также представлено сравнение с результатами численного моделирования, и наблюдается хорошее согласие между расчетом и экспериментальными данными.

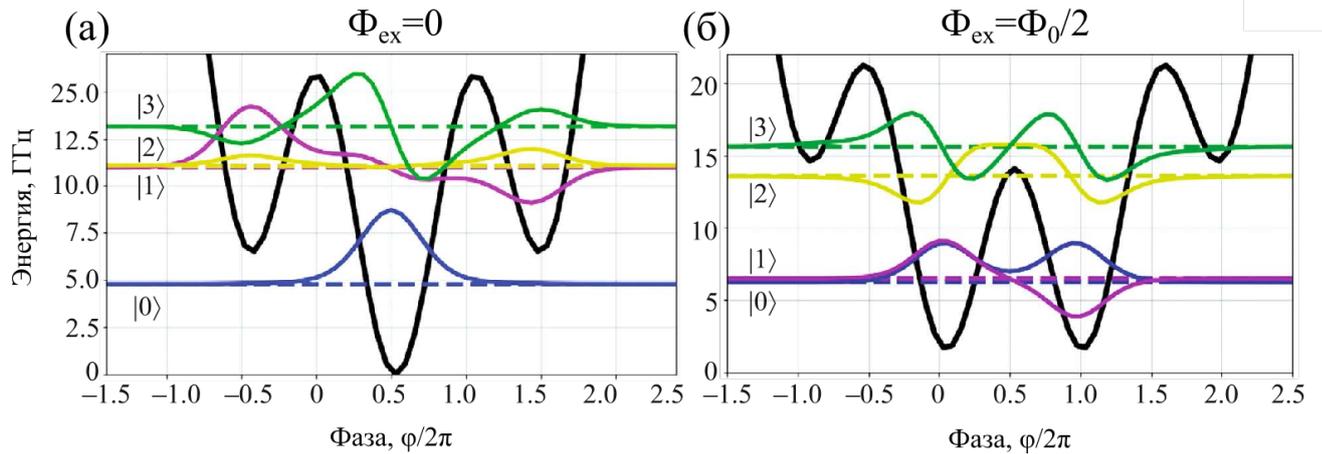


Рисунок 2.9 — Потенциальная энергия и стационарные состояния флаксоинума для значений внешнего магнитного потока $\Phi_{\text{ex}} = 0$ - (а) и $\Phi_{\text{ex}} = \Phi_0/2$ - (б).

Извлеченные параметры цепи использовались для построения вида потенциальной энергии и структуры энергетических уровней кубита для значений внешнего магнитного потока равных $\Phi_{\text{ex}} = 0$ и $\Phi_{\text{ex}} = \Phi_0/2$, что показано на рисунке 2.9. Эти значения внешнего потока представляют наибольший интерес при использовании флаксоинума в качестве квантового носителя информации, так как в них равна нулю первая производная $\frac{\partial}{\partial \Phi}$ зависимости частоты основного перехода флаксоинума от внешнего потока, что в первом порядке устраняет его чувствительность к потоковому шуму.

Как видно из рисунка 2.9, вблизи $\Phi_{\text{ex}} = \Phi_0/2$ нижние уровни энергии должны лежать в двух вырожденных потенциальных ямах. Более точное сканирование при разных значениях мощности микроволнового сигнала как первого, так и второго тона не позволило определить частоту основного перехода кубита в этой области, что, возможно, связано с сильным тепловым возбуждением кубита и близким расположением частот переходов между высоко лежащими уровнями энергии.

Основные результаты, полученные в ходе разработки топологии кубита-флаксоинума, связанного с индивидуальным микроволновым резонатором для планарной архитектуры, представлены в работе [43].

2.7 Разработка модифицированного кубита-флаксоинума

В данном разделе рассматривается новая модификация кубита-флаксоинума, работающего в особом режиме параметров, который допускают сильную емкостную связь с основным переходом кубита. По частоте и аангармонизму он близок к обычному флаксоинуму [16; 36; 44], а по соотношению джозефсоновской и шунтирующей индуктивностей – к квартону [27]. При этом зарядовая энергия относительно высока: $E_J \sim E_L \sim 4E_C$. Обоснование выбора характерных параметров системы и сравнение с другими режимами работы приведено ниже в разделе 2.7.2. Эквивалентная электрическая схема рассматриваемой системы представлена на рисунке 2.10а, а топология, соответствующая реальным емкостям и индуктивностям, показана на рисунке 2.10б. Система может использоваться в качестве элементарной ячейки (и как кубит, и как элемент связи) для создания многокубитного квантового процессора. В таком случае, соседние кубиты, реализованные в виде такой системы, могут быть емкостно связаны, что позволит адаптировать простую и широко применимую схему с перестраиваемой связью [12; 45; 46].

2.7.1 Эквивалентная схема и гамильтониан модифицированного кубита-флаксоинума

Модифицированная схема флаксоинума состоит из джозефсоновского перехода с энергией E_J , шунтированного емкостью C_J , и двух больших (супер-) индуктивностей L_1 и L_2 , замыкающих контур. Как и в первых экспериментальных образцах супериндуктивности $L_{1;2}$ построены из длинных массивов (> 50) больших одинаковых джозефсоновских контактов. Оба узла 1, 2 имеют распределенную взаимную емкость на землю $C_{1;2}$. Внешний магнитный поток Φ^x создается при помощи токовой линии смещения, которая заземлена через часть контура кубита. Индуктивность этого провода M будет определять, какой ток смещения необходим для перестройки частоты кубита от ее максимального значения до минимума. Далее в расчетах мы пренебрегаем влиянием этой

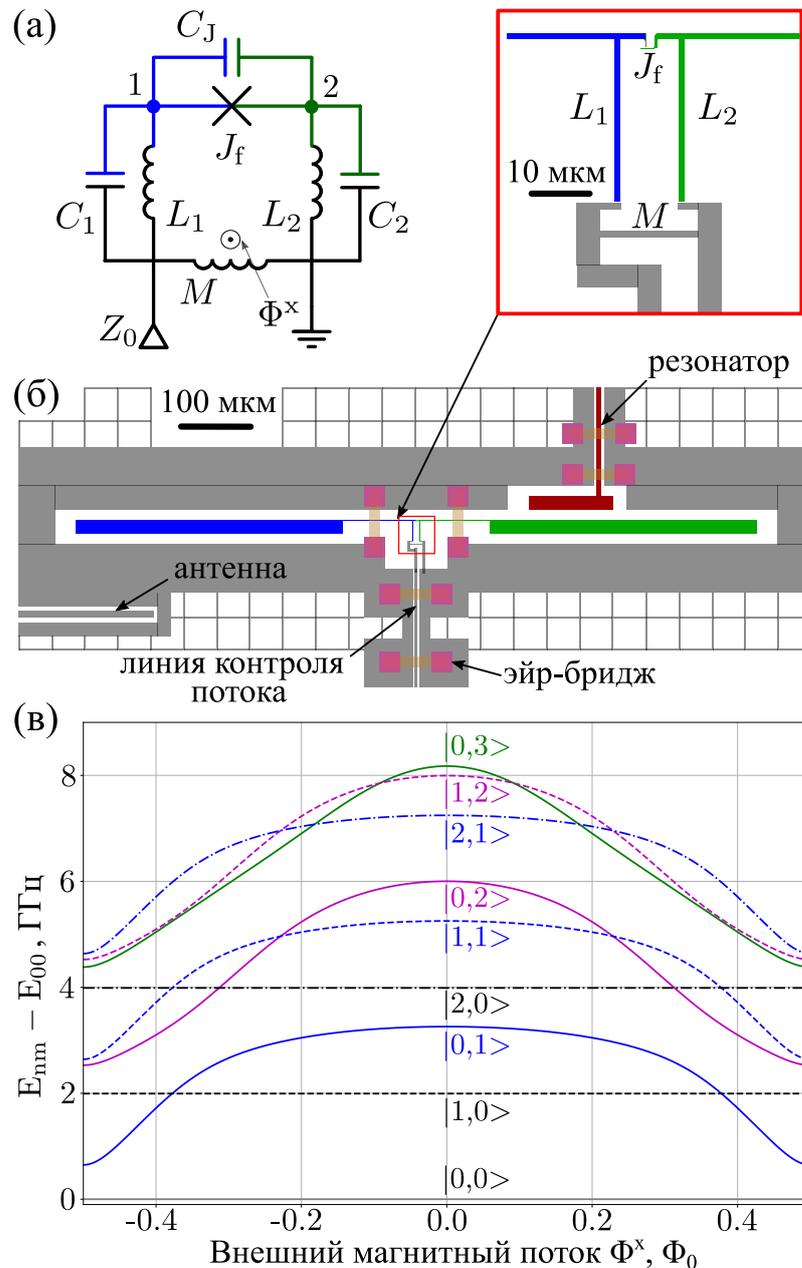


Рисунок 2.10 — (а) — Эквивалентная схема модифицированного флаксоинума, состоящего из одного джозефсоновского перехода, двух больших индуктивностей и трех конденсаторов. (б) — Пример топологии кубита с индивидуальным резонатором для считывания, линией контроля магнитного потока и микроволновой антенной. (в) — Уровни энергии модифицированной системы в зависимости от величины внешнего магнитного потока в контуре Φ^x для $E_J = 2,24$ ГГц, $E_L = 1,64$ ГГц, $C_{1;2} = 70,1$ фФ, $C_J = 1,3$ фФ

индуктивности на гамильтониан кубита, так как она на несколько порядков меньше, чем индуктивности L_1 и L_2 .

Рассматриваемая цепь имеет две степени свободы. Обозначим узловые фазы как φ_1 и φ_2 . Затем, благодаря симметрии схемы, можно перейти к физически более репрезентативным переменным, связанным с нормальными модами цепи:

$$\vartheta^+ = \varphi_1 + \varphi_2; \quad \vartheta^- = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2.13)$$

Мода ϑ^- – это флаксоновая мода, она связана с разностью фаз в джозефсоновском переходе и, таким образом, является нелинейной. Мода ϑ^+ не смещает переход и, следовательно, является полностью гармонической модой. При отсутствии беспорядка среди элементов схемы $L_1 = L_2 = L$, $C_1 = C_2 = C$ моды разделяются, и можно записать гамильтониан в виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_h + \hat{H}_f, \quad (2.14)$$

$$\hat{H}_h = 4E_{Ch}(\hat{n}^+)^2 + \frac{1}{2}E_L(\hat{\vartheta}^+ - \varphi^x)^2, \quad (2.15)$$

$$\hat{H}_f = 4E_{Cf}(\hat{n}^-)^2 + \frac{1}{2}E_L(\hat{\vartheta}^- - \varphi^x)^2 + E_J[1 - \cos(\hat{\vartheta}^-)], \quad (2.16)$$

где \hat{n}^- и \hat{n}^+ – операторы числа куперовских пар, канонически сопряженные $\hat{\vartheta}^-$ и $\hat{\vartheta}^+$, соответственно. Здесь также вводится безразмерная переменная для внешнего потока $\varphi^x = \frac{2\pi\Phi^x}{\Phi_0}$. Энергетические величины выражаются через параметры цепи как: $E_L = (\Phi_0/2\pi)^2/L$, $E_{Cf} = e^2/2C_f$, где $C_f = (C + C_J)/2$, $E_{Ch} = e^2/2C_h$, где $C_h = C/2$.

Взаимная емкость между модой флаксониума и другими элементами схемы является дефицитным ресурсом. Увеличение абсолютного значения взаимной емкости также увеличивает общую емкость моды флаксониума, что снижает частоту кубита и уменьшает его связь со всеми остальными элементами схемы. Это контрастирует со случаем индуктивно связанных кубитов-флаксониумов, где сила связи не зависит напрямую от частоты кубита. В рассматриваемой двухостровной конфигурации любой из двух островов кубита может использоваться для связи с другими элементами системы, в то время как общая эффективная емкость моды флаксониума составит половину общей емкости каждого из островов по отношению к заземляющему электроду. Такая конфигурация позволяет работать в диапазоне частот 300 – 700 МГц в рабочей точке кубитов, и при этом иметь достаточную связь между соседними кубитами.

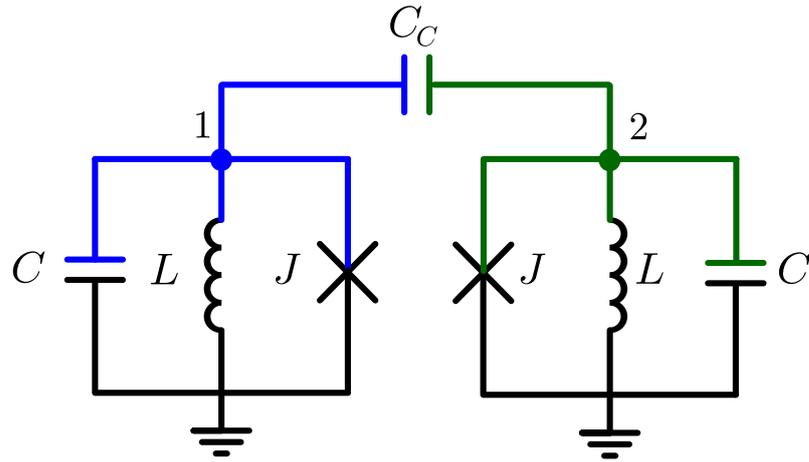
Рассчитанный энергетический спектр исследуемой системы как функция внешнего потока Φ^x представлен на рисунке 2.10в. Параметры схемы, используемые при расчете, составляют: $E_J = 2,24$ ГГц, $E_L = 1,64$ ГГц, $C = 70,1$ фФ, $C_J = 1,3$ фФ. Собственные состояния обозначены как $|n_h, n_f\rangle$, где n_h – число заполнения гармонической моды, а n_f – число заполнения моды флаксоинума. Частота гармонической моды составляет 2,0 ГГц. Частота основного перехода моды флаксоинума f_Q перестраивается от 625 МГц в точке вырождения потока до 3,31 ГГц при нулевом потоке. Анггармонизм моды флаксоинума δf_Q в точке вырождения потока составляет 1,911 ГГц.

Линия контроля потока гальванически связана с системой, что позволяет реализовать и возбуждение, и управление частотой кубита с помощью только одной микроволновой линии в криостате растворения. Этот подход необходим для упрощения систем контроля (сокращения числа управляющих каналов) в шумных устройствах квантовой обработки информации «среднего» и «большого» масштаба (NISQ). Однако, стоит отметить, что при слишком большой индуктивности связи M эта линия контроля становится существенным каналом релаксации из-за потокового шума. Скорость такой релаксации можно получить с помощью золотого правила Ферми:

$$\gamma = \omega \frac{R_Q}{2Z_0} \left(\frac{M}{L_1 + L_2} \right)^2 \left| \langle 0 | \hat{\vartheta}^- | 1 \rangle \right|^2, \quad (2.17)$$

где ω – частота кубита, $Z_0 = 50 \Omega$ – импеданс контрольной линии, R_Q – постоянная фон Клитцинга, $\langle 0 | \hat{\vartheta}^- | 1 \rangle$ – матричный элемент оператора фазы моды флаксоинума для фундаментального перехода.

Для последующей разработки топологии кубитов и создания экспериментальных образцов величина индуктивной связи с потоковой линией была выбрана равной $M = 12$ пН, что дает оценку времени релаксации порядка 1 мс в точке вырождения потока. Для индуцирования половины кванта магнитного потока в петле кубита потребуется 83 мкА тока. Из-за более низкой частоты флаксоинума в сравнении с типичным трансмоном этот ток ниже, чем ток, необходимый для создания такого же потока в СКВИДе трансмона с той же скоростью релаксации в линию контроля потока. Меньшие амплитуды управляющих сигналов позволяют уменьшить перекрестные радиочастотные наводки и обеспечивают большую гибкость в аттенюации и фильтрации сигнальной цепи при низких температурах.

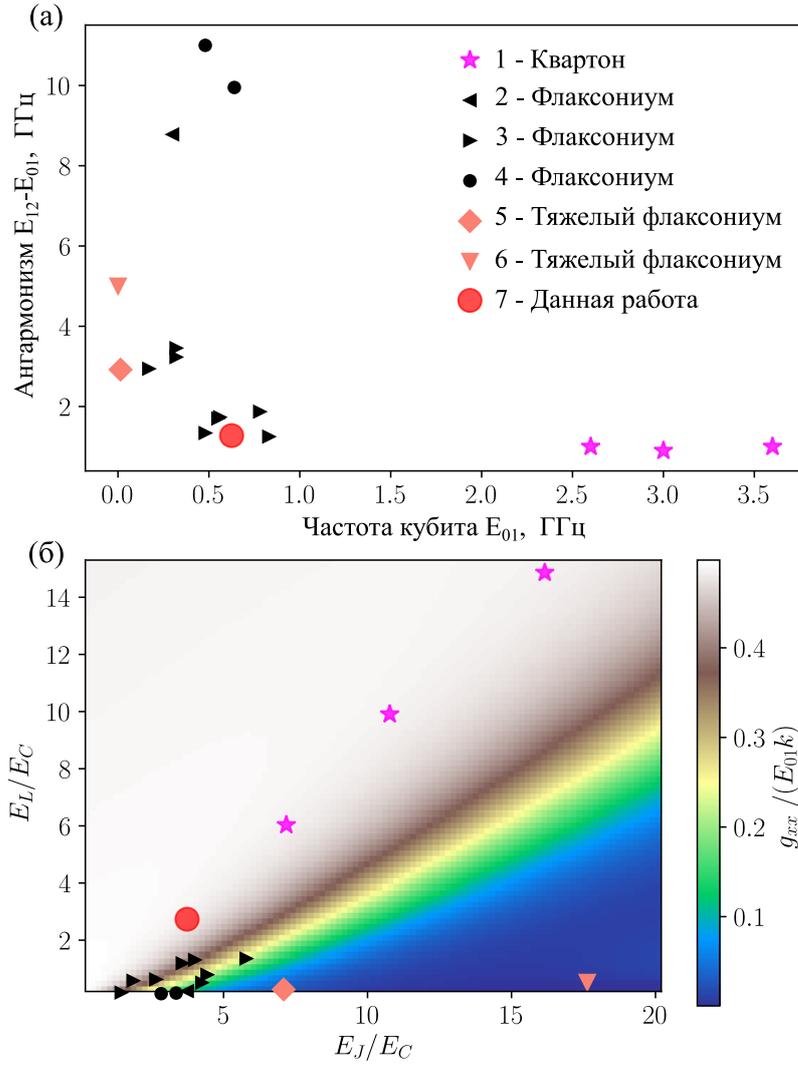


L – индуктивности, C емкости по отношению к земле, C_C – взаимная емкость между электродами 1 и 2, посредством которой реализуется связь между кубитами.

Рисунок 2.11 – Эквивалентная схема двух емкостно связанных обобщенных потоковых кубитов. Каждый кубит выделен разным цветом (кубит 1 (синим), кубит 2 (зеленым)).

2.7.2 Выбор характерных параметров системы и сравнение с другими режимами работы

Кубиты-флаксоны могут быть рассмотрены в рамках модели обобщенного потокового кубита [27]. Для достаточно длинных цепочек джозефсоновских переходов, используемых для создания шунтирующей индуктивности, обобщенные потоковые кубиты, по сути, представляют собой rf-СКВИДы и могут быть описаны тремя параметрами: зарядовой энергией E_C , энергией Джозефсона E_J и энергией шунтирующей индуктивности E_L . По сравнению с другими модификациями rf-СКВИДов, в кубитах-флаксонымах [16] используется цепочка джозефсоновских переходов для “супериндуктивности” L , что позволяет превысить импеданс вакуума и работать в режиме, когда $E_J \gg E_C$. Дополнительное емкостное шунтирование туннельного джозефсоновского перехода снижает долю участия интерфейсов и улучшает времена когерентности [39; 44]. Чрезмерное шунтирование туннельного перехода, как индуктивное, так и емкостное, значительно снижает частоту кубита, а также снижает его чувствительность к переменному напряжению; соответствующий режим работы был назван “тяжелым”-флаксономом [18; 47]. Между кубитами-флаксонымами с их когерентным туннелированием в двухъямном потенциале и кубитами-транс-



(а) Частота и ангармонизм кубитов; (б) эффективная сила связи двух емкостно связанных кубитов.

Рисунок 2.12 — Зависимость параметров двухкубитной системы от величины джозефсоновской энергии и индуктивной энергии кубитов.

монами с их плазменными колебаниями в слабоангармоничном потенциале лежит квартон [27], для которого характерно $E_J = E_L$. В данном разделе работы проведено сравнение ангармонизма, частоты кубита и величины емкостной связи между двумя идентичными кубитами, отстроенными в половину кванта потока ($\Phi_0/2$), для различных отношений E_L/E_C и E_J/E_C . Для этого был рассмотрен гамильтониан:

$$\hat{H} = \sum_{\alpha=1,2} 4E_C \hat{n}_\alpha^2 + E_J(1 - \cos \hat{\varphi}_\alpha) + \frac{1}{2} E_L \hat{\varphi}_\alpha^2 + 4\kappa E_C \hat{n}_1 \hat{n}_2, \quad (2.18)$$

который соответствует двум емкостно связанным кубитам-флаксоoniumам (см. рисунок 2.11). Зарядовая энергия $E_C = e^2/(2C_\Sigma)$ определяется эффективной

емкостью $C_\Sigma = (C + 2C_C)/(1 + C/C_Q)$, а эффективный коэффициент емкостной связи $\kappa = C_C/(C + C_C)$ не может превышать 1.

Результаты сравнения показаны на рисунке 2.12. Для наглядности на рисунке приведены данные для разных режимов работы: 1 – кубит-квартон [27], 2 – обычный флаксоonium из работы [16], 3 – обычный флаксоonium из работы [44], 4 – обычный флаксоonium из работы [39], 5 – “тяжелый”-флаксоonium из работы [18] и 6 – “тяжелый”-флаксоonium из работы [47], а также данные, использованные в данном расчете для разработки модифицированного флаксоoniumа –7.

Сила емкостной связи, нормализованная по энергии основного перехода и коэффициенту емкостной связи, ограничена значением 0,5, как показано на рисунке 2.12б. Максимальная величина нормализованной емкости связи достигается в пределе гармонического осциллятора $E_L \gg E_J$ и для кубитов-трансмонов. Рабочий диапазон параметров, используемый в дальнейшей работе, для емкостно связанных модифицированных кубитов-флаксоoniumов, обусловлен выбором частотного режима, характерного для обычных флаксоoniumов 0,5 ГГц, при сохранении отношения E_J/E_L близкого к единице, характерного для кубитов-квартонных, что не приводит к существенному ухудшению силы связи. В тоже время, относительный ангармонизм таких кубитов будет значительно превышать асимптотическое значение (при $E_J \gg E_C$) для квартонных равное 0,3.

Следует отметить, что ухудшение силы связи, рассмотренное выше, относится только к фундаментальному переходу кубита. Емкостная связь с другими переходами флаксоoniumов может быть эффективна даже при $E_J/E_L \sim 10$, обеспечивая тем самым возможность выполнения быстрых двухкубитных вентиляей, что показано в работе [47].

2.7.3 Связь моды флаксоoniumа и гармонической моды системы

Наличие асимметрии в емкостях и индуктивностях рассматриваемой цепи (рисунок 2.10а) приведет к появлению связи между гармонической модой и модой флаксоoniumа системы. В этом разделе рассматривается однокубитная система с искусственно введенной асимметрией параметров цепи $\delta C, \delta L$, при этом $C_1 = C + \delta C/2$, $C_2 = C - \delta C/2$, $L_1 = L + \delta L/2$, $L_2 = L - \delta L/2$.

Для малых величин $\delta C, \delta L$ возмущение гамильтониана (2.13) определяется как:

$$\hat{V} = \frac{4e^2\delta C}{C(C + 2C_J) - \delta C^2/4} \hat{n}_f \hat{n}_h + \frac{\hbar^2}{4e^2} \frac{\delta L}{L^2 - \delta L^2/4} \hat{\phi}_f \hat{\phi}_h, \quad (2.19)$$

при этом гамильтониан системы становится подобен гамильтониану типа Джейнса-Каммингса для кубита-флаксонаума, связанного с резонатором. Когда кубит смещен в половину кванта потока ($\Phi_0/2$), разность частот между двумя модами велика. В таком дисперсионном режиме возбуждения в резонаторной моде индуцируют дисперсионный сдвиг χ частоты кубита, квадратичный по δL и δC . Для случая, когда относительная асимметрия $\delta C/C$, $\delta L/L \sim 5\%$ дисперсионный сдвиг, возникающий из-за образовавшейся связи, будет равен $\chi = 23$ МГц.

Другим источником дисперсионного сдвига является нелинейность кинетических индукторов. В предлагаемой топологии каждый кинетический индуктор образован линейным массивом из $N = 80$ переходов, таким образом, первая нелинейная поправка к гамильтониану, обусловленная нелинейностью индуктора, будет определяться как:

$$\hat{V} = -\frac{E_L}{24N^2} (\hat{\phi}_f + \hat{\phi}_h)^4. \quad (2.20)$$

Из теории возмущения первого рода можно получить кросс-керровский коэффициент $\chi = 0,5$ МГц.

Аналогично случаю $0-\pi$ кубитов, тепловые возбуждения могут ухудшить времена когерентности кубита [48]. Скорость чистой дефазировки, обусловленная этим процессом, можно оценить для малой тепловой заселенности гармонической моды n_{th} по формуле [49]:

$$\gamma_\varphi = \frac{n_{th}\kappa\chi^2}{\chi^2 + \kappa^2}, \quad (2.21)$$

где n_{th} - число тепловых фотонов, κ - скорость затухания гармонической моды и χ - величина дисперсионного сдвига. Для экспериментальных образцов мы ожидаем $\chi \gg \kappa$. Оценка тепловой населенности гармонической моды дает значение $n_{th} \approx 10^{-4}$ для $T = 10$ мК.

Скорость распада для гармонической моды можно оценить, используя золотое правило Ферми:

$$\kappa = \omega \frac{2\pi Z_0}{R_Q} \left(\frac{C_{an}}{C + C_{an}} \right)^2 |\langle 0 | \hat{n}^+ | 1 \rangle|^2, \quad (2.22)$$

где ω и $\langle 0|\hat{n}^+|1\rangle$ - частота и матричный элемент оператора заряда основного перехода гармонической моды, соответственно. В предлагаемой топологии (см. рисунок 2.10б) величина емкости связи с микроволновой антенной составляет $C_{\text{ан}} = 0,34$ фФ, что соответствует скорости распада $\kappa = 0,01$ МГц. В итоге из уравнения (2.21) получаем $T_{\phi} > 1$ с для $T = 10$ мК.

2.8 Выводы по главе

Разработанная модель для численного расчета связанной системы флаксоonium-резонатор, а также полученные экспериментальные данные легли в основу и использовались при разработке новой модели и послонной геометрии модифицированного кубита-флаксоoniumа, а также в дальнейшем при разработке двухкубитного квантового процессора и описании квантовых биений одиночного флаксона, захваченного в двухъячеечный СКВИД, представленных в следующих главах диссертации. Стоит отметить, что технология, используемая для изготовления описанных в работе [43] образцов, может быть полезна при создании других типов кубитов, включая $0 - \pi$ кубиты [48].

Предложенная оригинальная схема модифицированного кубита-флаксоoniumа открывает новые возможности построения масштабируемых квантовых процессоров на основе низкочастотных кубитов с перестраиваемым взаимодействием. Результаты экспериментальной реализации одиночной системы модифицированного кубита-флаксоoniumа будут представлены в следующей главе вместе с результатами экспериментальной реализации двухкубитного квантового процессора с перестраиваемым взаимодействием на ее основе.

Результаты разработки модифицированного кубита-флаксоoniumа, как и результаты разработки двухкубитной системы с перестраиваемым взаимодействием на его основе были опубликованы в работе [50].

Глава 3. Двухкубитный процессор на базе кубитов-флаксопиумов с перестраиваемым элементом связи

В данной главе представлены результаты разработки двухкубитной системы с перестраиваемой величиной взаимодействия для реализации двухкубитных вентилях на низкочастотных кубитах-флаксопиумах, находящихся в точке вырождения магнитного потока. В предлагаемой системе и кубиты, и элемент связи выполнены в виде модифицированной двухэлектродной системы кубита-флаксопиума с дополнительной гармонической модой, которая была рассмотрена в конце предыдущей главы. Сила взаимодействия между вычислительными кубитами контролируется путем перестройки магнитного потока в контуре центральной “связующей” системе. В точке вырождения потока флаксопиумовые моды всех трех систем близки к резонансу и демонстрируют сильное обменное XX -взаимодействие, которое меняет местами возбуждение между двумя вычислительными кубитами. Вне ее остается лишь небольшое остаточное ZZ -взаимодействие, которое индуцирует дополнительный набег фазы на одном вычислительном кубите в зависимости от состояния второго вычислительного кубита. Таким образом, двухкубитный вентиль типа \sqrt{i} SWAP может быть выполнен путем отстройки магнитного потока в контуре элемента связи из нулевой точки в точку вырождения на время, равное четверти периода двухкубитных осцилляций Раби, и обратно.

Предложенный подход к построению двухкубитной системы подразумевает ее экспериментальную реализацию в планарной архитектуре. Разработанная топология совместима с существующим аппаратным обеспечением, которое используется для контроля устройств основанных на кубитах-трансмонах, с дополнительными преимуществами, обусловленными низкой характерной частотой флаксопиумов, позволяющей, в принципе, добиться более высокой точности вентилях операций.

3.1 Реализация перестраиваемой связи

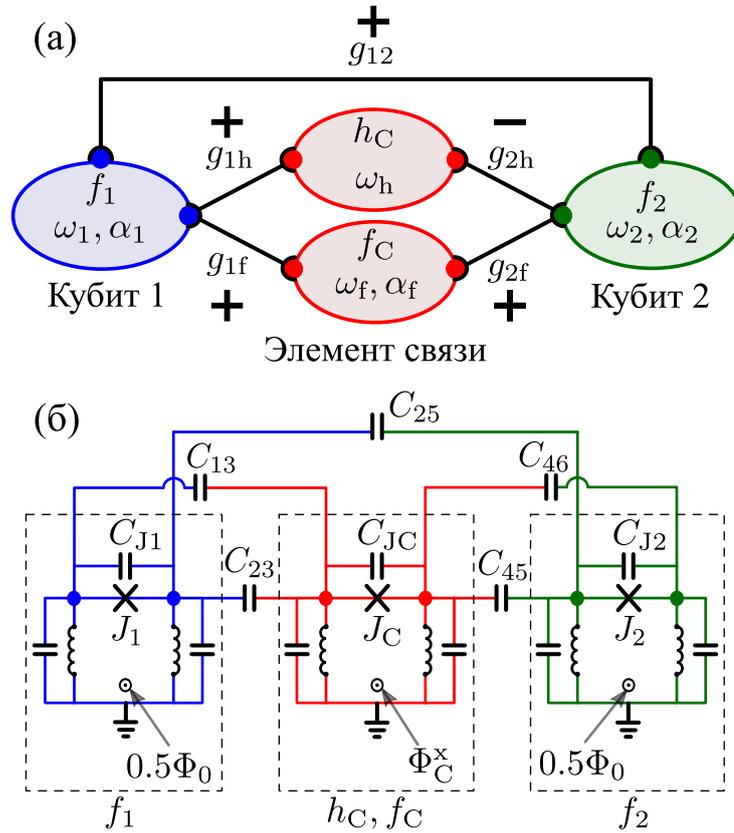
3.1.1 Основной принцип

Упрощенная схема двухкубитной системы с перестраиваемым взаимодействием показана на рисунке 3.1а. В системе присутствуют три канала связи между кубитами: прямая емкостная связь, а также опосредованное взаимодействие через флаксоиниевую и гармоническую моды элемента связи. Из-за разной симметрии гармонической моды и флаксоиниевой моды обусловленные ими константы взаимодействия имеют разные знаки. Стоит отметить, что гармонические моды систем кубитов также взаимодействуют с элементом связи, и поэтому требуется учет их влияния при расчете полного гамильтониана системы (см. раздел 3.1.2) для более точного определения статических констант связи. Однако, так как эти моды не находятся в резонансе с вычислительным подпространством, их можно исключить при моделировании динамики двухкубитного вентиля для вычислительной эффективности.

Электрическая цепь системы представлена на рисунке 3.1б для наглядности. Каждый из двух вычислительных кубитов (f_1, f_2) связан с перестраиваемой флаксоиниевой (f_C) и не перестраиваемой гармонической (h_C) модами элемента связи с константами взаимодействия g_{jf} и g_{jh} ($j = 1, 2$), а также друг с другом с константой взаимодействия g_{12} . Гамильтониан цепи имеет вид:

$$\hat{H}_{\text{full}} = \hat{H}_{f1} + \hat{H}_{hc} + \hat{H}_{fc} + \hat{H}_{f2} + \hat{H}_V, \quad (3.1)$$

где первые четыре слагаемых отвечают независимым гамильтонианам мод кубитов и элемента связи, а пятое слагаемой \hat{H}_V определяет эффективное двухкубитное взаимодействие. Взаимодействие включает в себя пять слагаемых (нахождение полного гамильтониана рассматриваемой системы подробно описано в разделе 3.1.2): первое обусловлено прямым взаимодействием между кубитами (емкостная связь между синими и зелеными узлами), и четыре члена соответствуют взаимодействию каждого кубита с модами элемента связи (емкостная связь с красными узлами в схеме на рисунке 3.1б). Используя деструктивную интерференцию между разными каналами взаимодействия, путем

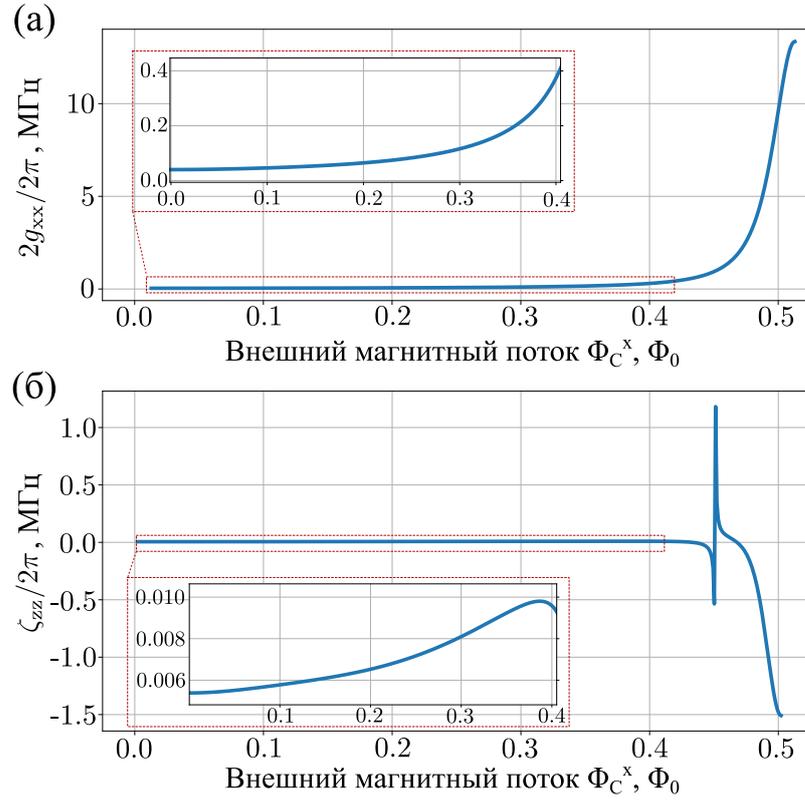


Два кубита-флаксоинума ($f_{1;2}$) емкостно связаны через элемент связи с неперестраиваемой гармонической (h_C) и перестраиваемой флаксониевой (f_C) модами. Знаки плюс и минус обозначают знаки констант XX -взаимодействия между соответствующими модами. Моды разных систем выделены разными цветами: мода первого кубита – синим, мода второго кубита – зеленым, и мода элемента связи – красным. Вычислительные кубиты отстроены в точку вырождения магнитного потока.

Рисунок 3.1 — (а) — Упрощенная схема двухкубитной системы. (б) — Схематическое изображение электрической цепи.

тщательного подбора взаимных емкостей и частот мод системы, удастся практически полностью устранить статическое XX - и ZZ -взаимодействие между вычислительными кубитами вблизи точки нулевого магнитного потока в элементе связи [51].

Рассматриваемая система позволяет реализовать двухкубитный вентиль из семейства fSim[14] подобный вентилю iSWAP. Моделирование такого вентиля выполняется путем создания в контуре элемента связи зависящего от времени магнитного потока, изменяющего частоту его флаксониевой моды f_C . Когда эта частота f_C достигает минимального значения и приближается к частотам кубитов, опосредованное взаимодействие становится резонансным и происходит



(а) – Величина эффективного поперечного XX -взаимодействия $2g_{xx}(\Phi_C^x)$. (б) – ZZ -взаимодействие $\zeta_{zz}(\Phi_C^x)$.

Рисунок 3.2 — Эффективное взаимодействие кубитов как функция магнитного потока в элементе связи.

обмен энергией между кубитами. Из-за конечного ангармонизма флуксони-вых мод кубитов, их взаимодействие не является чисто поперечным (то есть XX). Величина эффективного взаимодействия между кубитами может быть получена путем численной диагонализации гамильтониана полной системы (см. раздел 3.1.2), исключением степеней свободы элемента связи и составлением эффективного низкоэнергетического гамильтониана:

$$\hat{H}_{\text{eff}}/\hbar = -\frac{1}{2}\omega_1\sigma_1^z - \frac{1}{2}\omega_2\sigma_2^z + g_{xx}\sigma_1^x\sigma_2^x + \frac{1}{4}\zeta_{zz}\sigma_1^z\sigma_2^z. \quad (3.2)$$

При одинаковых значениях частот вычислительных кубитов величина расщепления между симметричной и антисимметричной модами соответствует эффективной связи $2g_{xx}(\Phi_C^x)$ (см. рисунок 3.2а). Паразитное ZZ -взаимодействие между f_1 и f_2 (см. рисунок 3.2б) определяется как $\zeta_{zz} = \omega_{11} - \omega_{10} - \omega_{01}$.

Из рисунка 3.2 видно, что магнитный поток в элементе связи может использоваться для включения и выключения эффективного поперечного XX -взаимодействия. При нулевом потоке величина эффективной связи составляет величину порядка 40 кГц и возрастает до 13 МГц в точке вырождения

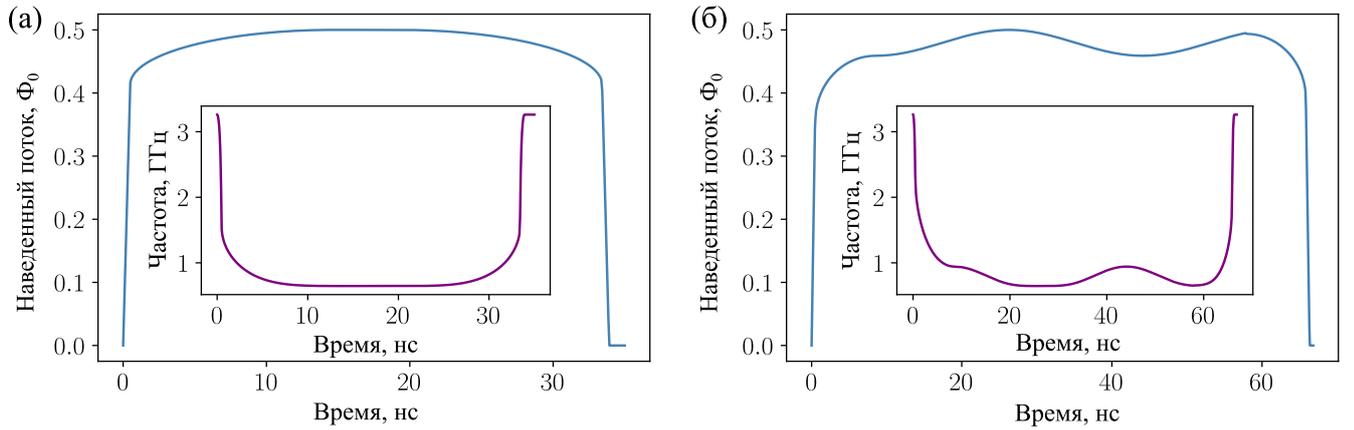
потока. В тоже время паразитное ZZ -взаимодействие может быть подавлено до 5 кГц и менее в нуле потока. Смещение магнитного потока для переключения между режимами с включенным и выключенным взаимодействием может вызвать резонансную утечку возбуждения в флаксоиниевую моду элемента связи, когда его частота пересекает сумму частот кубитов (см. раздел 3.1.2). Этот резонанс также является причиной резонанса в зависимости ζ_{zz} от потока. В рабочей точке ($\Phi_C^x = 0,5\Phi_0$) величина паразитного ZZ -взаимодействия достигает $\zeta_{ZZ}/2\pi = -1.5$ МГц и приводит к дополнительному набегу фазы дважды возбужденного состояния. В реальном эксперименте этот паразитный набег фазы можно устранить с помощью протокола спинового эха.

Семейство двухкубитных вентиляей fSim [12; 14] описывает набор квантовых логических операций, сохраняющих число возбуждений в системе, на регистре из двух кубитов, с точностью до однокубитных фазовых вращений. Его матричное представление в базисе состояний $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$ можно записать как:

$$\text{fSim}(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -i \sin \theta & 0 \\ 0 & -i \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Дальнейшее моделирование системы сосредоточено на реализации вентиля $\sqrt{\text{fSim}}$ с $\theta = -\pi/4$. Из-за ненулевого ZZ -взаимодействия в системе рассматриваемый вентиль также будет накапливать небольшую условную фазу φ . Важной особенностью этого вентиля является то, что его запутывающая способность не зависит от φ , и два таких вентиля можно использовать для создания максимально запутывающего вентиля CPHASE (последовательность вентиляей и экспериментальная реализация CZ представлены в разделе 3.2.7). В сочетании с однокубитными вентилями, вентиляи $\text{fSim}(-\pi/4, \varphi)$ можно использовать для построения произвольных двухкубитных вентиляей.

Взаимодействие между вычислительными кубитами можно включить адиабатически, медленно перестраивая внешний магнитный поток в контуре элемента связи до точки вырождения потока ($\Phi_C^x = 0,5\Phi_0$). Как только частота флаксоиниевой моды элемента связи приблизится к частотам кубитов, эффективная сила их XX -связи увеличится, индуцируя между ними вакуумные



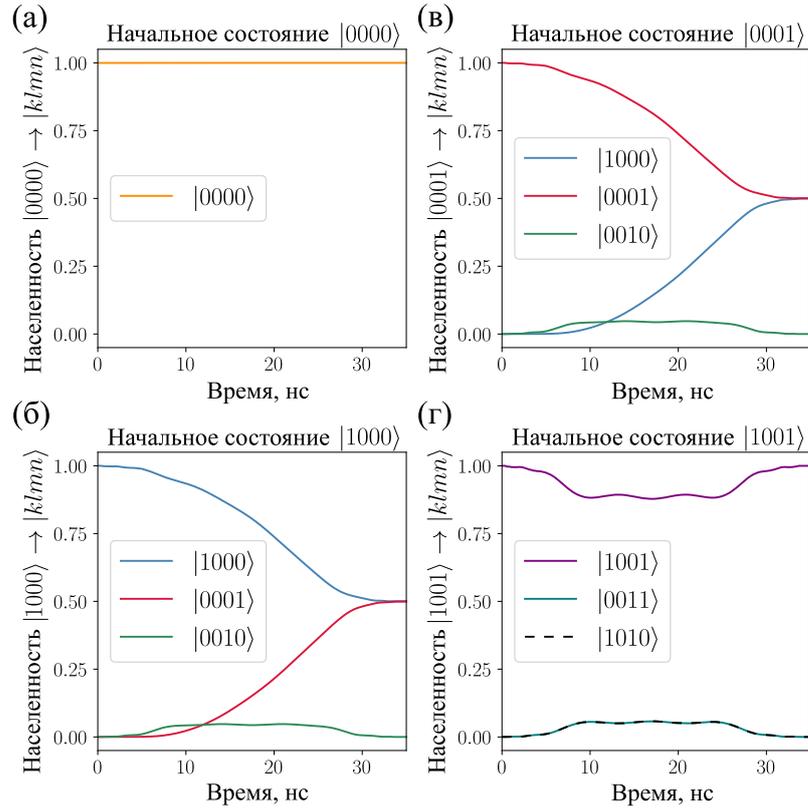
(а) – Вычислительные кубиты имеют одинаковые частоты. Импульс оптимизируется по длительности и фронтам. (б) – Вычислительные кубиты имеют разные частоты. Оптимизация производится по длительности и частоте модуляции, а также по фронтам.

Рисунок 3.3 — Форма потокового импульса и соответствующая частота флаксоновой моды элемента связи (вложенное изображение).

осцилляции Раби. По прошествии времени, равного половине цикла осцилляций Раби, аналогичным образом внешний магнитный поток в контуре элемента связи перестраивается обратно до нуля ($\Phi_C^x = 0$).

Потоковый импульс должен иметь минимально возможную длительность, сохраняя при этом адиабатичность по отношению к утечкам за пределы вычислительного подпространства. Наиболее вероятные сценарии утечки связаны с заселением флаксоновой моды элемента связи. Чтобы избежать этих переходов, необходимо использовать гладкую форму импульса $\Phi_C^x(t)$ с медленными фронтами вблизи точки вырождения потока.

Моделирование временной динамики системы производилось путем численного решения уравнения Шредингера, при этом в качестве начальных условий выбирались вычислительные стационарные состояния и вычислялась проекция результирующих состояний на вычислительные стационарные состояния. В ходе расчета принимались во внимание первые три уровня энергии каждой моды гамильтониана (3.2). Такое приближение отражает основные эффекты эволюции системы. Выполненное моделирование позволяет рассчитать утечку за пределы вычислительного подпространства, например из-за возбуждения степеней свободы элемента связи, что приводит к неунитарности результирующей матрицы. Длительность потокового импульса (см. рисунок 3.3а) оптимизировалась для получения θ равного $-\pi/4$. Точность ре-



Точность вентиля равна $F \approx 0,9999$, а набег фазы $\varphi = -0,07\pi$. Обозначение состояния соответствует населенности мод гамильтониана (3.1): $|f_1 h_C f_C f_2\rangle$, где f_1, f_2 соответствуют вычислительным кубитам, h_C и f_C - гармонической и флуксониевой моде элемента связи.

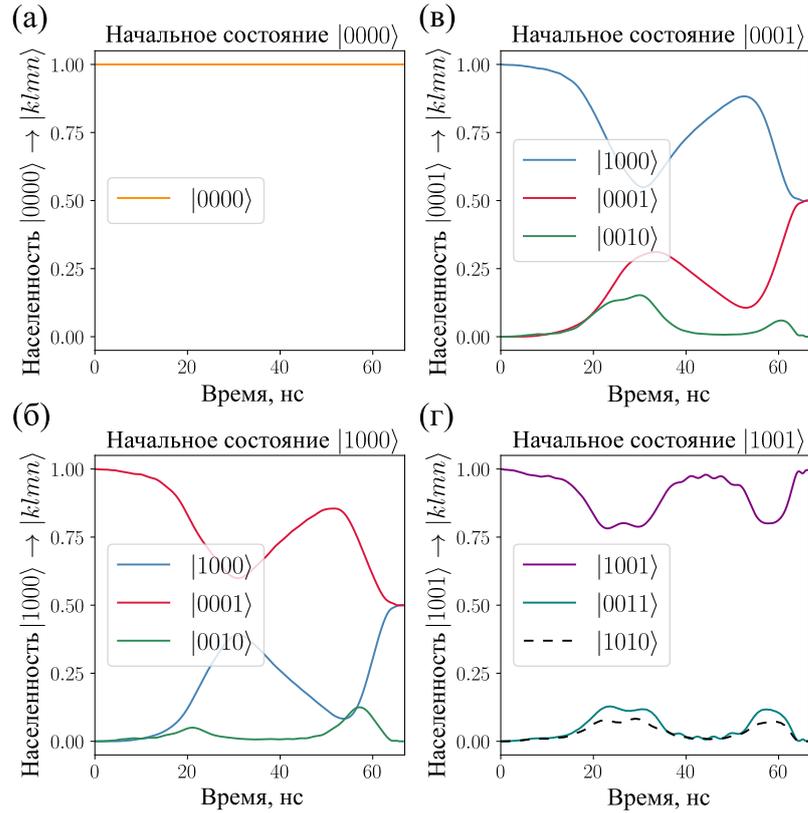
Рисунок 3.4 — Эволюция во времени населенности для четырех начальных вычислительных состояний системы для кубитов с одинаковой частотой.

зультатирующего вентиля fSim длительностью 35 нс и $\varphi \approx -0,07\pi$ составляет $F \approx 0,9999$, что хорошо! При этом использовалось стандартное выражение для точности двухкубитного вентиля [52]:

$$F = \frac{\text{Tr}(R_{\text{ideal}}^\dagger R) + 4}{20}, \quad (3.4)$$

где, R_{ideal} и R матрицы переноса Паули соответствующие идеальному вентилю fSim и смоделированному вентилю, соответственно. Временная эволюция вычислительных состояний в ходе выполнения вентиля представлена на рисунках 3.4.

В реальном устройстве частоты кубитов могут отличаться друг от друга. В этом случае можно использовать параметрическую модуляцию для реализации двухкубитного вентиля. Для этого предлагается модулировать управляющий поток вблизи рабочей точки $(0,5\Phi_0)$ синусоидальным сигналом



Точность вентиля равна $F \approx 0,9996$, а набег фазы $\varphi = -0,20\pi$. Обозначение состояния соответствует населенности мод гамильтониана (3.1): $|f_1 h_C f_C f_2\rangle$, где f_1, f_2 соответствуют вычислительным кубитам, h_C и f_C – гармонической и флаксониевой моде элемента связи.

Рисунок 3.5 — Эволюция во времени населенности для четырех начальных вычислительных состояний системы для кубитов с разностью частот 28 МГц.

на частоте, близкой к разности энергий между фундаментальными переходами вычислительных кубитов, как показано на рисунке 3.3б. В этом случае мы получаем точность $F \approx 0,9996$, что закономерно хуже, при этом $\varphi \approx -0,20\pi$, а динамика заселенности вычислительных состояний представлена на рисунке 3.5. В этом случае проводилась оптимизация фронтов импульса, а также частоты и длительности модуляции. Полная длительность параметрического потокового импульса составила 67 нс, но, вероятно, может быть дополнительно уменьшена за счет усовершенствованного формы импульса.

Ниже представлены результаты численного интегрирования уравнения Линдблада с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка для учета влияния декогеренции с различными операторами коллапса. Ошибка вентиля рассчитывается как $\varepsilon = 1 - F$, где F – точность вентиля, см. уравнение (3.4). В проведенных расчетах принимались во внимание механизмы декогеренции,

затрагивающие только основной и первый возбужденные уровни каждой моды системы, потому что остальные уровни практически не заселяются в ходе выполнения вентиля (рис. 3.4 и рис. 3.5) и едва ли вносят вклад в результирующую ошибку. Операторы коллапса, соответствующие релаксации и дефазировке, в базисе отдельных кубитов $|g\rangle$, $|e\rangle$, $|f\rangle$ определяются как:

$$L_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad L_\varphi = \frac{1}{\sqrt{2T_\varphi}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Ошибки двухкубитного вентиля, обусловленные каждым каналом декогеренции представлены в таблице 3.1.1. В столбце «унитарные ошибки» показана неточность вентиля из-за процессов утечки. Для следующих восьми столбцов расчет неточности для каждого канала декогеренции выполнялся отдельно. Помимо белого шума, который можно моделировать с помощью уравнения Линдблада, двухкубитные вентили, основанные на перестройке магнитного потока в СКВИДе элемента связи, чувствительны к низкочастотному потоковому шуму. Характерные временные масштабы этого шума обычно значительно превышают длительность вентиля и могут быть аппроксимированы случайным сдвигом постоянного значения потока во время выполнения вентиля. При нулевом потоке и в точке вырождения потока схема в первом порядке нечувствительна к потоковому шуму, таким образом, наиболее чувствительными к такому шуму являются передний и задний фронт потокового импульса. Для моделирования использовались оценки для времен когерентности $T_1 = 300$ мкс и $T_\varphi = 300$ мкс, взятые из работы [18]. В пределе малых значений ошибки линейны по отношению к скорости декогеренции. Моделирование показало, что влияние декогеренции на вычислительные кубиты дает вклад в ошибку вентиля на уровне $\sim 10^{-5}$, в то время как влияние декогеренции элемента связи еще на порядок меньше. Принимая во внимание значения времен когерентности, полученные для кубитов-флаксоиумов в трехмерном резонаторе [44], можно предположить, что совершенствование методов изготовления кубитов, вероятно, также приведет к улучшению когерентных свойств копланарных устройств, что даст возможность реализовать двухкубитные вентили с еще более высокой точностью.

Моделирование временной динамики системы проводилось с использованием пакетов с открытым исходным кодом TensorFlow и NumPy.

Таблица 1 — Ошибки двухкубитного вентиля.

	Унитарные ошибки	Релаксация $T_1 = 300$ мкс				Дефазировка $T_\phi = 300$ мкс			
		f_1	f_2	h_C	f_C	f_1	f_2	h_C	f_C
		$\varepsilon, 10^{-4}$	3,6	0,6	0,6	0,0	0,0	0,2	0,2

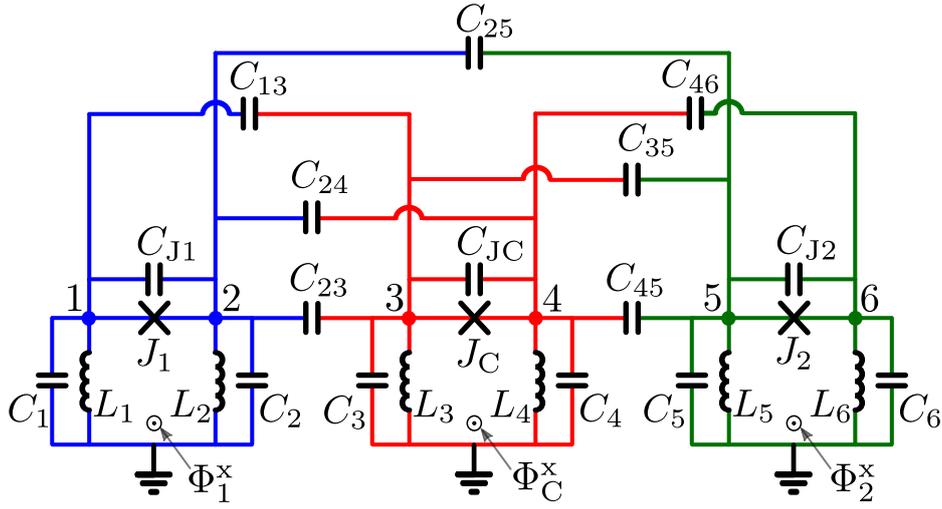
На основе представленных данных можно сделать вывод, что точность двухкубитного вентиля в разработанной системе с перестраиваемым элементом связи в основном ограничивается унитарными ошибками. Наибольший вклад в неунитарные ошибки вносят времена T_1 и T_ϕ вычислительных кубитов. Также показано, что эти времена когерентности для экспериментально реализуемых устройств с кубитами-флаксонами обычно превышают сотни микросекунд. Это говорит о том, что предложенный параметрический двухкубитный вентиль делает флаксониум перспективной альтернативой широко применяемым кубитам-трансмонам на пути реализации высокоточных вентиляльных операций и создания многокубитных процессоров. Здесь стоит также отметить, что низкая частота кубитов-флаксонов открывает возможность использования субгигагерцовой электроники и электроники для выполнения вентиляльных операций над кубитами.

3.1.2 Электрическая схема и полный гамильтониан системы. Квантование цепи

Расширенная электрическая схема предлагаемой двухкубитной системы с перестраиваемым элементом связи показана на рисунке 3.6. Каждый элемент системы реализован в виде модифицированного кубита-флаксона и образован двумя конденсаторами C_i , двумя индуктивностями L_i , где $i = 1, \dots, 6$, и джозефсоновскими переходами J_λ , где $\lambda = 1, C, 2$. Внешние потоки Φ_λ^x пронизывают контуры вычислительных кубитов и элемента связи.

Выбирая узловые потоки φ_i (см. рисунок 3.6) и напряжения $\dot{\varphi}_i$ в качестве обобщенных координаты системы можно записать лагранжиан цепи $L(\varphi_i, \dot{\varphi}_i)$:

$$L = T - U, \quad (3.6)$$



L_i – супериндукторы, C_i – емкости на землю, $C_{J\lambda}$ ($\lambda = 1, 2$) – емкости джозефсоновских переходов, C_{ij} взаимные емкости между электродами i и j .

Каждый логический элемент выделен разными цветами: кубит 1 (синий), кубит 2 (зеленый), элемент связи (красный).

Рисунок 3.6 – Эквивалентная электрическая цепь с сосредоточенными элементами для предложенной двухкубитной схемы с перестраиваемым элементом связи.

$$\begin{aligned}
 T = \frac{1}{2} [& C_1 \dot{\varphi}_1^2 + C_2 \dot{\varphi}_2^2 + C_{J1} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2 + C_3 \dot{\varphi}_3^2 + C_4 \dot{\varphi}_4^2 + C_{JC} (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3)^2 + \\
 & + C_5 \dot{\varphi}_5^2 + C_6 \dot{\varphi}_6^2 + C_{J2} (\dot{\varphi}_6 - \dot{\varphi}_5)^2 + C_{13} (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_1)^2 + C_{23} (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2)^2 + \\
 & C_{45} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_4)^2 + C_{46} (\dot{\varphi}_6 - \dot{\varphi}_4)^2 + C_{24} (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_2)^2 + \\
 & C_{35} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_3)^2 + C_{25} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_2)^2], \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U = E_{J1} [1 - \cos \frac{2\pi(\varphi_2 - \varphi_1)}{\Phi_0}] + E_{JC} [1 - \cos \frac{2\pi(\varphi_4 - \varphi_3)}{\Phi_0}] + \\
 E_{J2} [1 - \cos \frac{2\pi(\varphi_6 - \varphi_5)}{\Phi_0}] + \frac{1}{2L_1} \varphi_1^2 + \frac{1}{2L_2} (\varphi_2 - \varphi_1^x)^2 + \\
 \frac{1}{2L_3} \varphi_3^2 + \frac{1}{2L_4} (\varphi_4 - \varphi_C^x)^2 + \frac{1}{2L_5} \varphi_5^2 + \frac{1}{2L_6} (\varphi_6 - \varphi_2^x)^2, \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

где T и U – кинетическая и потенциальная энергия соответственно.

Кинетическую энергию можно записать в форме $T = \frac{1}{2} \vec{\phi}^T C_{\text{mat}} \vec{\phi}$, где $\vec{\phi} = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6]$ и C_{mat} - это матрица емкостей 6×6 :

$$C_{\text{mat}} = \begin{bmatrix} C_{f1} & -C_{J1} & -C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C_{J1} & C_{f2} & -C_{23} & -C_{24} & -C_{25} & 0 \\ -C_{13} & -C_{23} & C_{f3} & -C_{JC} & -C_{35} & 0 \\ 0 & -C_{24} & -C_{JC} & C_{f4} & -C_{45} & -C_{46} \\ 0 & -C_{25} & -C_{35} & -C_{45} & C_{f5} & -C_{J2} \\ 0 & 0 & 0 & -C_{46} & -C_{J2} & C_{f6} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

где

$$\begin{aligned} C_{f1} &= C_1 + C_{J1} + C_{13}, \\ C_{f2} &= C_2 + C_{J1} + C_{23} + C_{24} + C_{25}, \\ C_{f3} &= C_3 + C_{JC} + C_{13} + C_{23} + C_{35}, \\ C_{f4} &= C_4 + C_{JC} + C_{24} + C_{45} + C_{46}, \\ C_{f5} &= C_5 + C_{J2} + C_{45} + C_{35} + C_{25}, \\ C_{f6} &= C_6 + C_{J2} + C_{46}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Для упрощения дальнейших расчетов “супериндуктивности” и емкости каждого-флаксонаума приняты равными: $L_1 = L_2 = L_{Q1}$, $L_3 = L_4 = L_{QC}$, $L_5 = L_6 = L_{Q2}$, $C_{f1} = C_{f2} = C_{Q1}$, $C_{f3} = C_{f4} = C_{QC}$, $C_{f5} = C_{f6} = C_{Q2}$. Пренебрегая емкостными взаимодействиями между кубитами, можно определить нормальные моды цепи как:

$$\begin{aligned} \theta_1^+ &= \varphi_1 + \varphi_2; & \theta_1^- &= \varphi_1 - \varphi_2; \\ \theta_C^+ &= \varphi_3 + \varphi_4; & \theta_C^- &= \varphi_3 - \varphi_4; \\ \theta_2^+ &= \varphi_5 + \varphi_6; & \theta_2^- &= \varphi_5 - \varphi_6. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Применим это преобразование координат к матрице емкости

$$C_{\text{new}} = T_r^T \times C_{\text{mat}} \times T_r, \quad (3.12)$$

где T_r - матрица перехода, которая определяется, как:

$$T_r = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

В новых переменных потенциальная энергия принимает вид:

$$U = \sum_{\lambda=1,C,2} \left[E_{J\lambda} \left[1 - \cos \frac{2\pi\theta_{\lambda}^{-}}{\Phi_0} \right] + \frac{1}{4L_{Q\lambda}} (\theta_{\lambda}^{+} - \varphi_{\lambda}^x)^2 + \frac{1}{4L_{Q\lambda}} (\theta_{\lambda}^{-} - \varphi_{\lambda}^x)^2 \right]. \quad (3.14)$$

Далее определяем канонически сопряженные импульсы q_{λ}^{\pm} , соответствующие переменным введенным в уравнении (3.11), как:

$$q_{\lambda}^{\pm} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{\lambda}^{\pm}}, \quad (3.15)$$

и получим канонический вектор импульсов $\vec{q} = [q_1^+, q_1^-, q_C^+, q_C^-, q_2^+, q_2^-]$.

Гамильтониан системы в терминах нормальных мод определяется как

$$H = \sum_{\lambda, \gamma=+, -} q_{\lambda}^{\gamma} \dot{\theta}_{\lambda}^{\gamma} - L = \frac{1}{2} \vec{q}^T C_{\text{new}}^{-1} \vec{q} + U, \quad (3.16)$$

где C_{new}^{-1} - обратная матрица емкостей.

В итоге, преобразуя классические степени свободы в квантовые операторы, получаем:

$$\hat{H} = \sum_{\alpha} \hat{H}_{\alpha} + \sum_{\alpha \neq \beta} \hat{H}_{\alpha\beta}, \quad \{\alpha, \beta\} \in \{h_1, f_1, h_C, f_C, h_2, f_2\}. \quad (3.17)$$

Индексы h_{λ} и f_{λ} соответствуют слагаемым в гамильтониане, связанным с координатами симметричной моды θ_{λ}^{+} и антисимметричной моды θ_{λ}^{-} . Симметричные моды описываются гамильтонианом для гармонического осциллятора:

$$\hat{H}_{h\lambda} = 4E_{Ch\lambda} (\hat{n}_{\lambda}^{+})^2 + \frac{1}{2} E_{Lh\lambda} (\vartheta_{\lambda}^{+} - \varphi_{\lambda}^x)^2, \quad (3.18)$$

в то время как антисимметричные моды описываются гамильтонианом кубита-флаксона:

$$\hat{H}_{f\lambda} = 4E_{Cf\lambda} (\hat{n}_{\lambda}^{-})^2 + E_{J\lambda} [1 - \cos(\vartheta_{\lambda}^{-})] + \frac{1}{2} E_{Lf\lambda} (\vartheta_{\lambda}^{-} - \varphi_{\lambda}^x)^2. \quad (3.19)$$

Здесь вводятся безразмерные переменные для потока $\hat{\vartheta}_{\lambda}^{\gamma} = 2\pi\hat{\theta}_{\lambda}^{\gamma}/\Phi_0$ и канонически сопряженные им операторы числа куперовских пар $\hat{n}_{\lambda}^{\gamma} = \hat{q}_{\lambda}^{\gamma}/2e$.

Индуктивные и зарядовые энергии определяются как:

$$E_{Lh\lambda} = E_{Lf\lambda} = \frac{[\Phi_0/(2\pi)]^2}{2L_{Q\lambda}}, \quad (3.20)$$

$$E_{C\alpha} = \frac{e^2}{2} (C_{\text{new}}^{-1})_{\alpha\alpha}, \quad (3.21)$$

где $(C_{\text{new}}^{-1})_{\alpha\alpha}$ – диагональный матричный элемент обратной матрицы емкостей, соответствующий переменной $\alpha \in \{h_1, f_1, h_C, f_C, h_2, f_2\}$. Также вводятся и приведенные переменные для внешних потоков:

$$\varphi_\lambda^x = \frac{2\pi}{\Phi_0} \varphi_\lambda^x. \quad (3.22)$$

Слагаемые с двумя индексами $\hat{H}_{\alpha\beta}$ в гамильтониане (3.17) описывают взаимодействие между различными модами, обусловленное емкостной связью. В случае симметричной цепи, прямое взаимодействие между гармонической и флаксониевой модами в каждом элементе будут равны нулю:

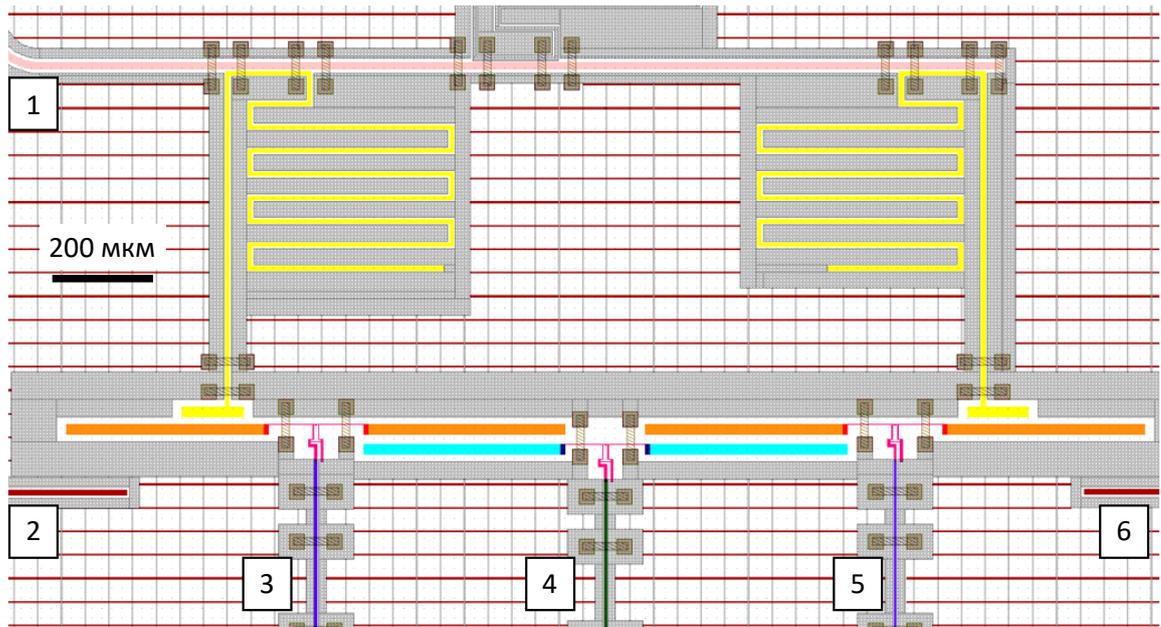
$$\hat{H}_{h_1f_1} = 0, \quad \hat{H}_{h_Cf_C} = 0, \quad \hat{H}_{h_2f_2} = 0. \quad (3.23)$$

Упрощенный гамильтониан системы (3.1) из предыдущего раздела можно получить, отбросив слагаемые, соответствующие гармоническим модам вычислительных кубитов, что дает:

$$\hat{H}_{\text{full}} = \hat{H}_{f_1} + \hat{H}_{h_C} + \hat{H}_{f_C} + \hat{H}_{f_2} + \hat{H}_V. \quad (3.24)$$

Здесь основной вклад во взаимодействие \hat{H}_V двух кубитов вносят пять слагаемых: прямое взаимодействие $\hat{H}_{f_1f_2}$, не прямое взаимодействие через гармоническую моду элемента связи $\hat{H}_{f_1h_C}$ и $\hat{H}_{h_Cf_2}$ не прямое взаимодействие через флаксониевую моду элемента связи $\hat{H}_{f_1f_C}$ и $\hat{H}_{f_Cf_2}$.

Стоит отметить, что данное описание не совсем точное, поскольку гармонические моды взаимодействуют с флаксониевыми модами вычислительного кубита из-за их взаимодействия с элементом связи. Кроме того, наличие асимметрии в цепи и нелинейности супериндуктора также приведут к появлению взаимодействия между гармонической модой и модой флаксониума на одном узле. Учет влияния гармонических мод вычислительных кубитов на эффективное взаимодействие приведет к небольшой перенормировке низкоэнергетического гамильтониана. В дальнейшем расчете статического гамильтониана эти моды учитывались, для более точного нахождения статического ZZ -взаимодействия, и пренебрегались при моделировании двухкубитных вентиляей.



1 – микроволновая линия для считывания; 2,6 – емкостно связанные с кубитами микроволновые линии; 3,5 – индуктивно связанные линии с кубитами; 4 – индуктивно связанная линия с элементом связи; Цветом условно обозначен металл, белым цветом – диэлектрик.

Рисунок 3.7 – Изображение топологии двухкубитной системы со считывающими резонаторами.

3.1.3 Параметры цепи и технологический послойный чертеж

Параметры цепи, используемые для последующих расчетов: $C_1 = C_6 = 70,53$ фФ, $C_2 = C_5 = 51,17$ фФ, $C_3 = C_4 = 49,17$ фФ, $C_{J1} = C_{JC} = C_{J2} = 1,056$ фФ, $C_{25} = 0,167$ фФ, $C_{23} = C_{45} = 19,20$ фФ, $C_{13} = C_{46} = 0,176$ фФ, $C_{24} = C_{35} = 0,234$ фФ, $E_{J1} = E_{JC} = E_{J2} = 2,14$ ГГц, $E_{L1} = E_{L2} = E_{L5} = E_{L6} = 1,514$ ГГц, $E_{L3} = E_{L4} = 1,634$ ГГц. Выбранные значения емкостей позволяют получить желаемые значения частот вычислительных кубитов и величину эффективного взаимодействия между ними.

Микросхема устройства была спроектирована и рассчитана автором. Изображение фрагмента разработанной послойная структуры двухкубитной системы, соответствующей подобранным параметрам приведено на рисунке 3.7. Линии подачи управляющих сигналов пронумерованы от 1 до 6 и выделены цветом. Каждый из вычислительных кубитов представляет собой два острова в форме прямоугольников (оранжевый цвет) и СКВИД с джозефсоновски-

ми контактами (фиолетовый цвет), по аналогии с однокубитной системой, представленной на рисунке 2.10. СКВИДы кубитов индуктивно связаны с контролирующими микроволновыми линиями (3 и 5 выделены синим цветом), через которые можно менять магнитный поток и соответственно частоты кубитов, а также подавать микроволновой сигнал на частоте кубита для спектроскопических и импульсных измерений. Элемент связи (голубой цвет) так же представляет собой два сверхпроводящих острова со СКВИДом. Острова элемента связи емкостно связаны с островами кубитов. Стационарный магнитный поток в СКВИДе управляется током по копланарной линии 4, выделена зеленым цветом, и определяет частоту флаксоновой моды элемента связи. Считывающие копланарные резонаторы (желтый цвет) выполнены в виде прямоугольного меандра и емкостным образом связаны с кубитами, а также посредством распределенной емкостно-индуктивной связи – с микроволновой линией считывания 1, выделенной розовым цветом. Кубиты также емкостно связаны с микроволновыми антеннами 2 и 6, выделенными красным. Симуляция полных и взаимных емкостей для планарной структуры микросхемы производилась при помощи электростатического расчета, выполненного в программе ANSYS Maxwell. Общий вид всей топологии, спроектированной для изготовления экспериментальных образцов, содержащей двухкубитную схему с перестраиваемым элементом связи (нижняя часть чипа), а также содержащей тестовый образец модифицированного кубита-флаксонома с индивидуальным считывающим резонатором (верхняя часть чипа) и тестовые структуры джозефсоновских переходов (справа снизу и слева сверху), представлен на рисунке 3.8.

Выбранные значения энергии джозефсоновских переходов и индуктивных энергий доступны в рамках методов изготовления, использованных в предыдущей работе [43]. Для туннельного джозефсоновского перехода предлагается использовать переходы площадью $100 \times 90 \text{ нм}^2$, а для линейного массива, формирующего “супериндуктивность”, предлагается использовать 80 больших джозефсоновских переходов площадью $1000 \times 500 \text{ нм}^2$. Все переходы могут быть изготовлены теневым напылением с плотностью криттока $j = 0,5 \text{ мкА/мкм}^2$.

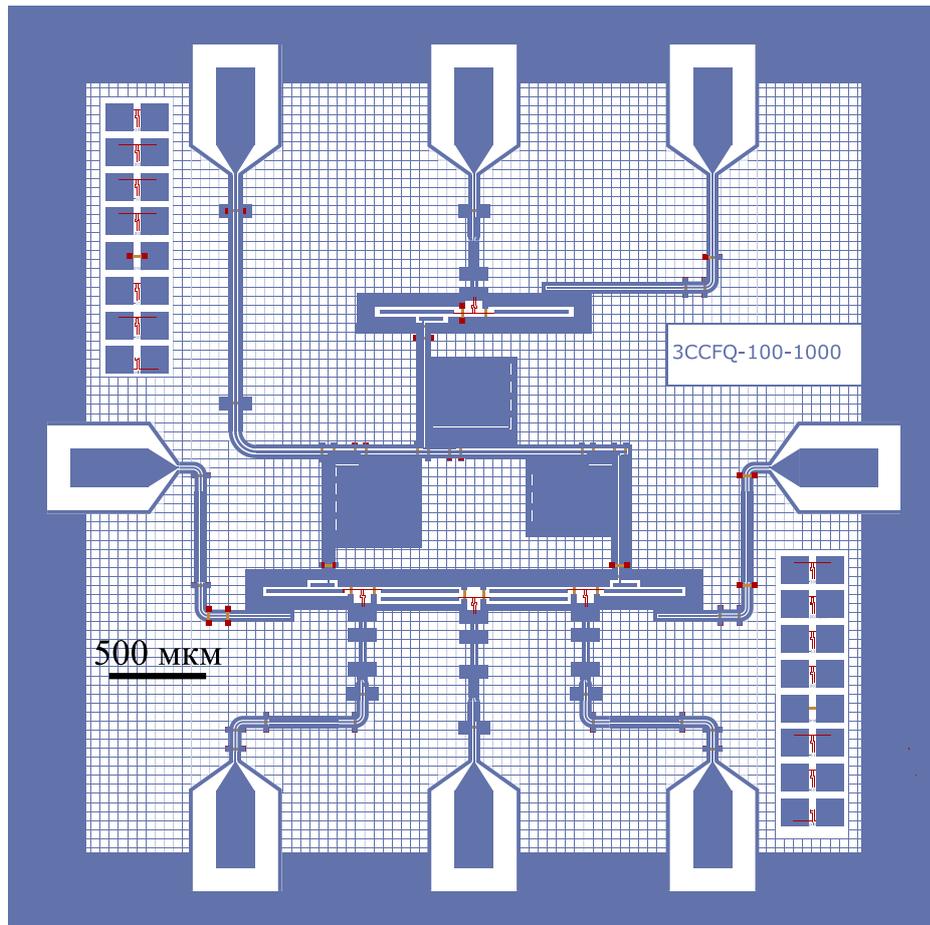


Рисунок 3.8 — Общий вид структуры двухкубитной системы с перестраиваемым элементом связи (изображение получено в программе LayoutEditor)

3.1.4 Численный расчет

В данном разделе представлены особенности и результаты численного расчета полного гамильтониана системы. Изначально, путем численной диагонализации, вычисляются собственные значения и матричные элементы заряда для всех независимых флаксоновых и гармонических мод из уравнений (3.18), (3.19). Флаксоновые моды вычислительных кубитов устанавливаются в минимум их частоты, то есть в точку вырождения потока $\varphi_{1,2}^x = \pi$, а магнитный поток в элементе связи изменяется от нуля до половины кванта магнитного потока $\varphi_C^x \in [0, \pi]$.

Для задания полного гамильтониана системы использовался открытый программный пакет QuTiP[53]. В каждой флаксоновой моде брались первые пять уровней энергии, а в каждой гармонической моде - первые три уровня, и также соответствующие им матричные элементы для учета слагаемых,

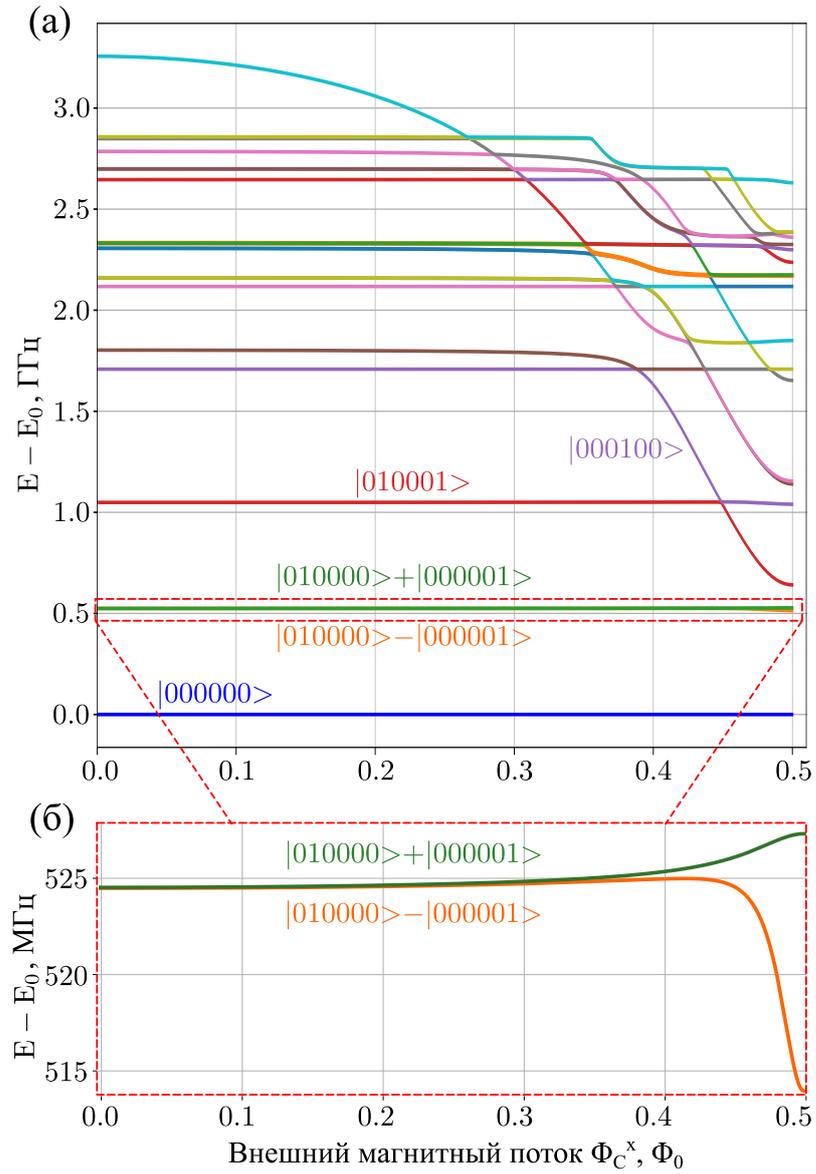


Рисунок 3.9 — (а) — Уровни энергии двухкубитной системы в зависимости от магнитного потока в элементе связи Φ_C^x . (б) — Собственные значения энергий, соответствующие однократному возбуждению вычислительных-кубитов.

отвечающих за взаимодействие (3.24). В конце производилась численная диагонализация полного гамильтониана. Расчетный энергетический спектр как функция магнитного потока в элементе связи Φ_C^x представлен на рисунке 3.9а.

Собственные состояния системы обозначены на рисунке 3.9 как $|n_{h1}, n_{f1}, n_{hc}, n_{fc}, n_{h2}, n_{f2}\rangle$, где n_α - число заполнения моды α ($\alpha \in \{h_1, f_1, hc, fc, h_2, f_2\}$). На рисунке 3.9а обозначены только первые пять уровней энергии, так как они ближайšie по частоте к пространству состояний, используемых для вычислений, и играют ключевую роль в двухкубитных вентилях. Так как уровни энергии первого $|010000\rangle$ и второго $|000001\rangle$ кубитов вырождены (см. рисунок 3.9б), собственные состояния связанной системы

представляют собой их симметричную (зеленая кривая) и антисимметричную (оранжевая кривая) комбинацию, а разность энергий этих энергий соответствует эффективному XX -взаимодействию.

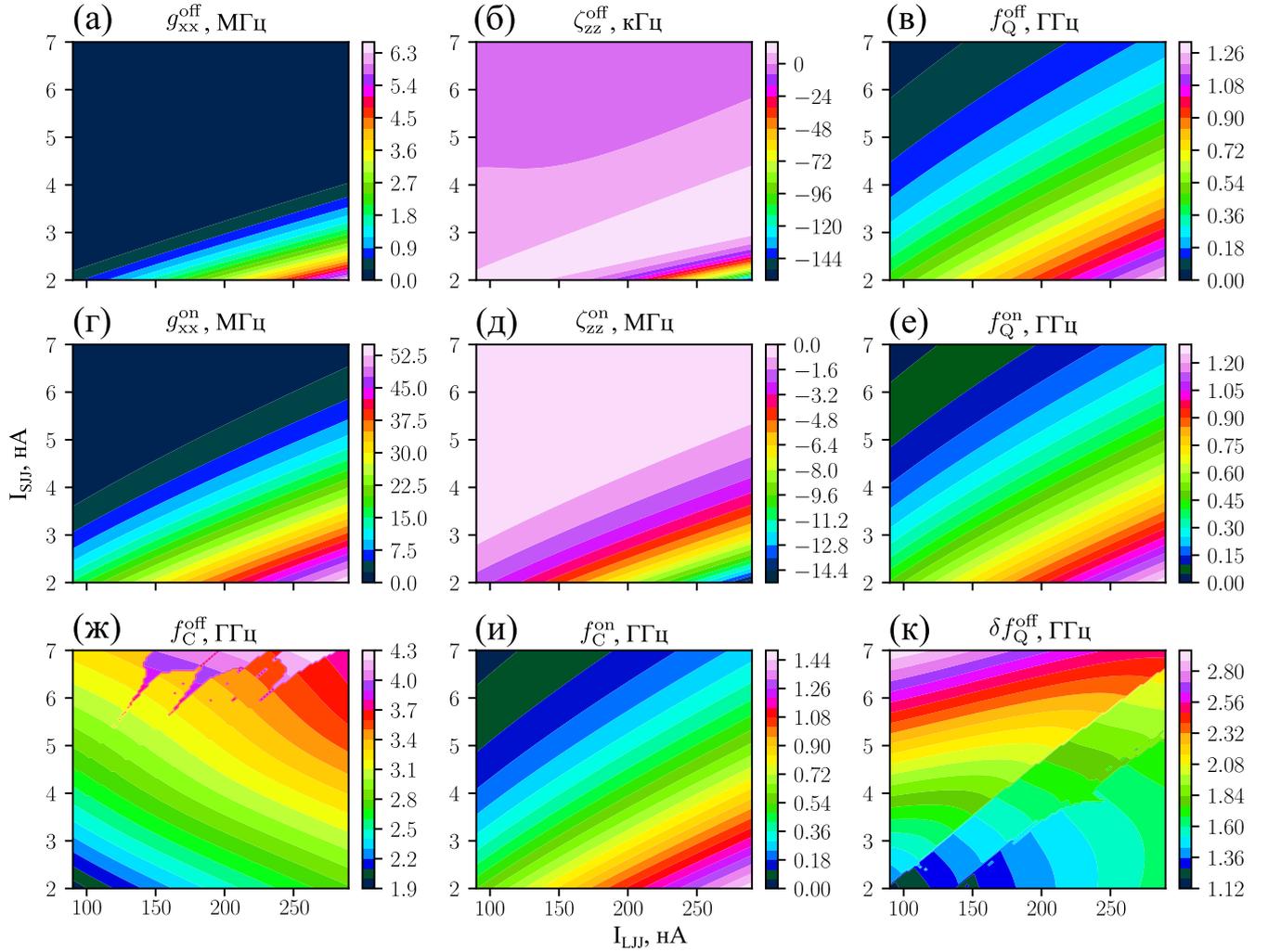
3.1.5 Влияние разброса критических токов джозефсоновских переходов на параметры системы

Важным вопросом при разработке многокубитных схем на основе джозефсоновских переходов является их устойчивость к отклонениям критических токов от значений, заданных при проектировании. Цель этого раздела — определить, как эти отклонения повлияют на эффективные параметры низкоэнергетического гамильтониана рассматриваемой двухкубитной системы.

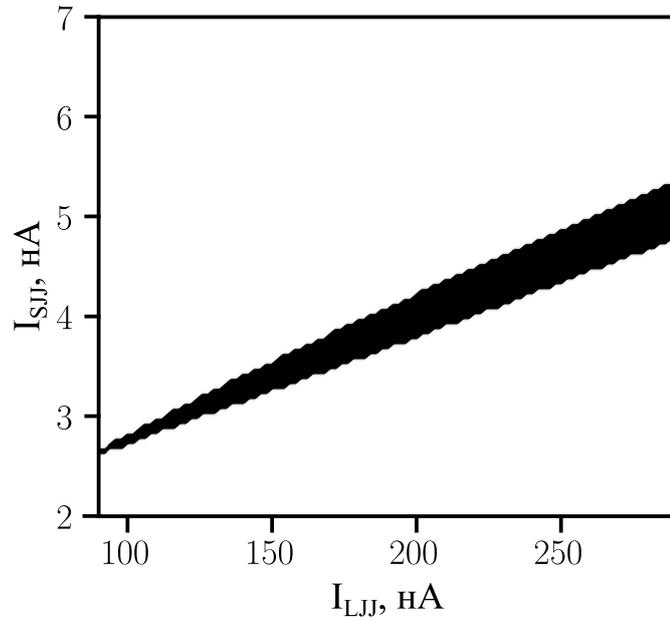
Мы повторяем численный расчет полного гамильтониана системы и при этом сканируем значения критического тока маленьких джозефсоновских контактов, используемых в качестве нелинейных элемента для вычислительных кубитов и элемента связи (для простоты мы считаем их одинаковыми), и больших джозефсоновских переходов, используемых в линейных массивах переходов, формирующих кинетические “супериндуктивности”. При этом каждая “супериндуктивность” вычислительных кубитов состоит из 42-го перехода, а “супериндуктивность” элемента связи - из 38-ми переходов, для того, чтобы его частота в точке вырождения потока была примерно на 100 МГц выше частот кубитов. Результат проведенных вычислений представлен на рисунке 3.10.

В ходе расчетов, выполненных при нулевом потоке и в точке вырождения магнитного потока в элементе связи, определялась величина эффективного взаимодействия кубитов (g_{xx}^{off} и g_{xx}^{on} соответственно), а также паразитное ZZ -взаимодействие (ζ_{zz}^{off} и ζ_{zz}^{on} соответственно). Также определялись частоты вычислительных кубитов f_Q^{off} и f_Q^{on} и частоты элемента связи f_C^{off} и f_C^{on} при нулевом потоке и в точке вырождения магнитного потока. Для полноты картины мы также приводим здесь данные для ангармонизма кубитов δf_Q^{off} .

На рисунке 3.11 показан диапазон (черная область) подходящих значений критических токов, при которых предложенная схема с перестраиваемой величиной взаимодействия может быть физически реализована. Эта область определялась из следующих условий: $8 \text{ МГц} < g_{xx}^{\text{on}} < 30 \text{ МГц}$, $g_{xx}^{\text{off}} < 0,5 \text{ МГц}$,



(а) – Величина эффективного взаимодействия кубитов при нулевом потоке в элементе связи $g_{xx}^{\text{off}} = g_{xx}(\Phi_C = 0)$; (г) – величина эффективного взаимодействия кубитов в точке вырождения потока в элементе связи $g_{xx}^{\text{on}} = g_{xx}(\Phi_C = \Phi_0)$; (б) – паразитное ZZ -взаимодействие при нулевом потоке в элементе связи ζ_{zz}^{off} ; (д) – паразитное ZZ -взаимодействие в точке вырождения потока в элементе связи ζ_{zz}^{on} ; (в), (е), (ж), (и) – частоты кубитов f_Q^{off} и f_Q^{on} и частоты элемента связи f_C^{off} и f_C^{on} при нулевом потоке и в точке вырождения потока в элементе связи; (к) – ангармонизм вычислительных кубитов δf_Q^{off} .
 Рисунок 3.10 — Зависимость основных низкоэнергетических параметров гамильтониана связанной системы от величины критического тока маленьких и больших джозефсоновских контактов.



Черная область показывает диапазон значений критических токов, позволяющих реализовать предложенную двухкубитную схему в желаемом диапазоне параметров гамильтониана.

Рисунок 3.11 — Подходящие значения критических токов.

$|\zeta_{zz}^{\text{off}}| < 5$ кГц, $|\zeta_{zz}^{\text{on}}| < 1,5$ МГц, 200 МГц $< f_Q^{\text{off}} < 600$ МГц, $\delta f_Q^{\text{off}} > 1,2$ ГГц. Следует отметить, что рисунок 3.11 приведен в качестве примера и выбранные условия не являются строгими.

3.1.6 Изготовление образца

Экспериментальный образец двухкубитной системы по разработанным автором послонным чертежам, был изготовлен в технологическом центре НОЦ ФМН в МГТУ им. Баумана Дмитрием Москалевым, Анастасией Пищимовой, Никитой Смирновым, Евгением Зикий и другими сотрудниками группы Ильи Родионова. Изображения изготовленного образца представлены на рисунке 3.12. Как было отмечено выше, экспериментальный образец содержит не только двухкубитную систему, состоящую из кубитов «А» и «В» и перестраиваемого элемента связи «С» (нижняя часть образца), но также содержит уединенный кубит «S» (верхняя часть образца), выполненный в виде модифицированного кубита-флаксонаума и использующийся для тестовых измерений.

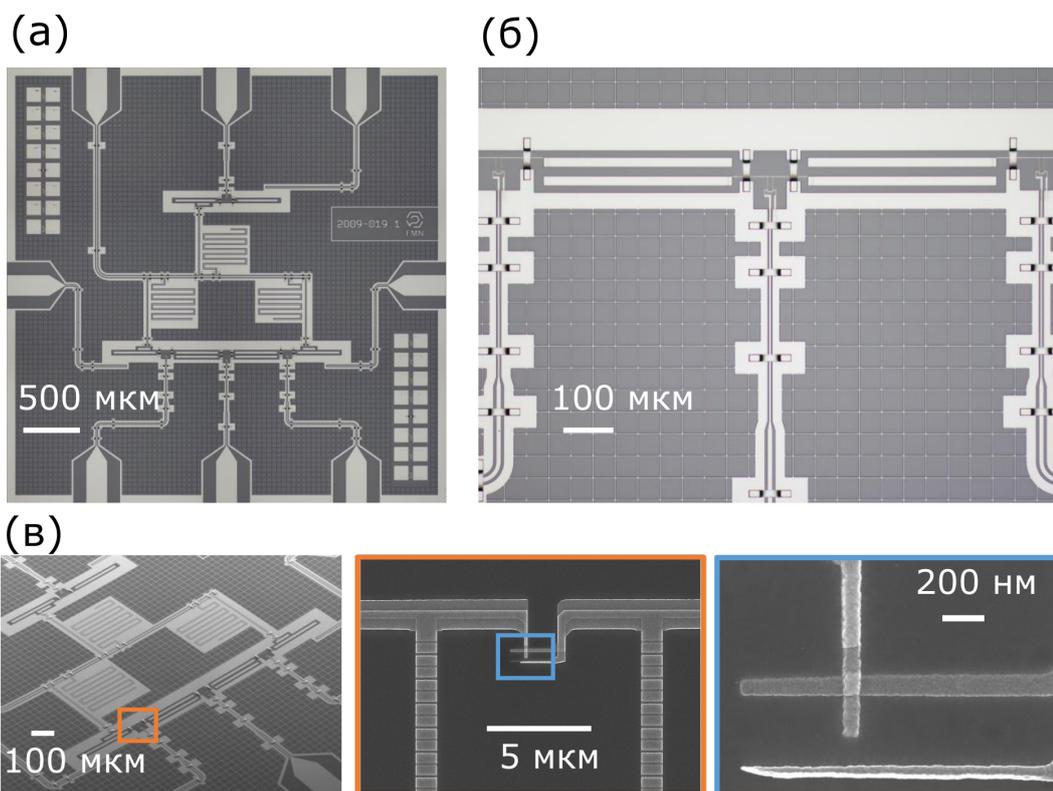


Рисунок 3.12 — (а) – Оптическое изображение изготовленного образца. (б) – Оптическое изображение элемента связи. (в) – Изображение двухкубитной микросхемы, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа, увеличенное изображение линейного массива джозефсоновских переходов первого кубита и маленького джозефсоновского перехода, выполняющего роль нелинейного элемента.

Техпроцесс включает в себя четыре основных шага: (I) формирование основного слоя алюминия, (II) теневое напыление джозефсоновских переходов и взрыв (lift-off), (III) формирование и нанесение бондажей, (IV) формирование сверхпроводящих навесных контактов (air bridges). Образец изготовлен на высокоомной кремниевой подложке Topsil Global Wafers. ($\rho > 10000 \text{ Ом}\cdot\text{см}$, толщина 525 мкм). Перед нанесением подложку очищают в растворе Пираньи при 80°C с последующим погружением в 2% раствор HF для удаления естественного оксида. Базовый алюминиевый слой толщиной 100 нм эпитаксиально напыляется электроннолучевым способом в системе осаждения в сверхвысоком вакууме. Затем наносится фоторезист Dow MEGAPOSIT SPR 955-СМ толщиной 600 нм. Конденсаторы кубитов, резонаторы, линии контроля и заземляющий слой формируются с помощью безмаскового лазерного литографа Heidelberg Instruments uPG 101, проявляются в AZ Developer для минимизации повреждения пленки, а затем подвергаются сухому травлению в плазме BCl_3/Cl_2 (Oxford

PlasmaPro100). Фоторезист зачищают в N-метил-2-пирролидоне при 80°C в течение 3 ч и промывают в изопропиловом спирте (ИПС) в ультразвуковой ванне.

На следующем этапе подложку покрывают двухслойным резистом, состоящим из 500 нм ММА (метилметакрилат) и 300 нм ПММА (полиметилметакрилат). Проявку производят в ванне с раствором МИБК/ИПС 1:3 с последующей промывкой в ИПС. Джозефсоновские переходы Al/AlO_x/Al формируются с помощью системы электронно-лучевой литографии (Raith Voyager), а алюминиевые электроды наносятся методом теневого напыления в системе сверхвысокого вакуума. Первый алюминиевый электрод толщиной 25 нм окисляется при 5 мбар для образования туннельного барьера, а затем наносится противоположащий электрод толщиной 45 нм. Затем формируются и напыляются алюминиевые бандажки, с использованием того же процесса, что и для джозефсоновских переходов с предварительной чисткой поверхности ионами аргона, для обеспечения хорошего электрического контакта перехода с базовым слоем Al. Взрыв (lift-off) проводят в ванне с N-метил-2-пирролидоном с обработкой ультразвуком при 80°C в течение 3 ч и промывают в ванне с ИПС с обработкой ультразвуком.

Наконец, сверхпроводящие навесные контакты изготавливают при помощи традиционного подхода [54]. Фоторезист SPR 220 толщиной 3 мкм наносится центрифугированием, а затем на жертвенный слой наносится рисунок с использованием безмаскового лазерного литографа. Проявление производят в растворе AZ Developer/деионизированной воды (1:1) в течение 2 минут, чтобы свести к минимуму повреждение пленки, а резист оплавливают при 140°C. Затем 300 нм алюминия напыляют с предварительной обработкой ионами аргона для удаления естественного оксида. Второй слой SPR 220 толщиной 3 мкм используется в качестве защитной маски, а лишний металл подвергается сухому травлению в плазме. Затем поврежденный слой фоторезиста удаляют в кислородной плазме и оба слоя фоторезиста удаляют N-метил-2-пирролидоном при 80°C.

3.2 Результаты эксперимента

В данном разделе представлены результаты экспериментальной демонстрации двухкубитных вентиляей между низкочастотными кубитами-флаксонами с использованием перестраиваемого элемента связи (принципиальная схема взаимодействующей системы трех тел изображена на рисунке 3.13а). Вычислительные кубиты работают в точке вырождения магнитного потока где их частоты находятся в диапазоне 600-750 МГц. Такие низкие частоты кубитов приводят к необходимости работы в относительно «горячем» окружении, что требует инициализации кубитов в их основном состоянии перед каждым измерением. Для этого в работе использовались потоковые импульсы, которые быстро перестраивают частоту кубита на несколько ГГц путем смещения магнитного потока в контуре кубита в нулевую точку и обратно. На более высокой частоте основного перехода кубита тепловое равновесие соответствует незначительной населенности возбужденного состояния. Исследуемая схема позволила реализовать управление кубитами (смещение магнитного потока в контуре кубита, для управления его частотой, и возбуждение кубита осуществляется по одной линии управления) с использованием всего одного канала генератора сигналов произвольной формы (AWG) на каждый кубит. Каждый кубит управляется непосредственно устройством AWG, без каких-либо квадратурных (IQ) смесителей и высокочастотных гетеродинов.

Было показано, что используемая схема с перестраиваемым элементом связи позволяет подавить остаточное статическое ZZ -взаимодействие и достичь средней точности однокубитных вентиляей выше 99,96%, с использованием гауссовых возбуждающих импульсов с длительностью 13,3 нс. При помощи процедуры перекрестно-энтропийного тестирования (ХЕВ) [12] была продемонстрирована точность $99,55 \pm 0,04\%$ двухкубитного параметрического вентиля fSim [55] длительностью 60 нс. Также был продемонстрирован двухкубитный вентиль CZ с точностью $99,23 \pm 0,04\%$ и длительностью 183,3 нс. Последовательность импульсов для реализации вентиля CZ состоит из двух вентиляей fSim и пяти однокубитных вентиляей и реализует протокол спинового эха для устранения условного набега фазы, происходящего во время вентиля fSim.

3.2.1 Описание экспериментального образца двухкубитного процессора на флаксонаумах с перестраиваемой величиной связи

Двухкубитный квантовый процессор состоит из трех емкостно связанных кубитов-флаксонаумов с дополнительными гармоническими модами (см. рисунок 3.13а). Оптическое изображение устройства представлено на рисунке 3.13б. Как было описано в предыдущих разделах главы, два нижних уровня энергии флаксоновых мод левой и правой подсистем «А» и «В» используются в качестве вычислительных кубитов. Центральная система «С» выполняет роль двухмодового перестраиваемого элемента связи, который в используемой архитектуре все время должен находиться в основном состоянии. Эта схема позволяет реализовать двухкубитный вентиль из семейства fSim [12; 14].

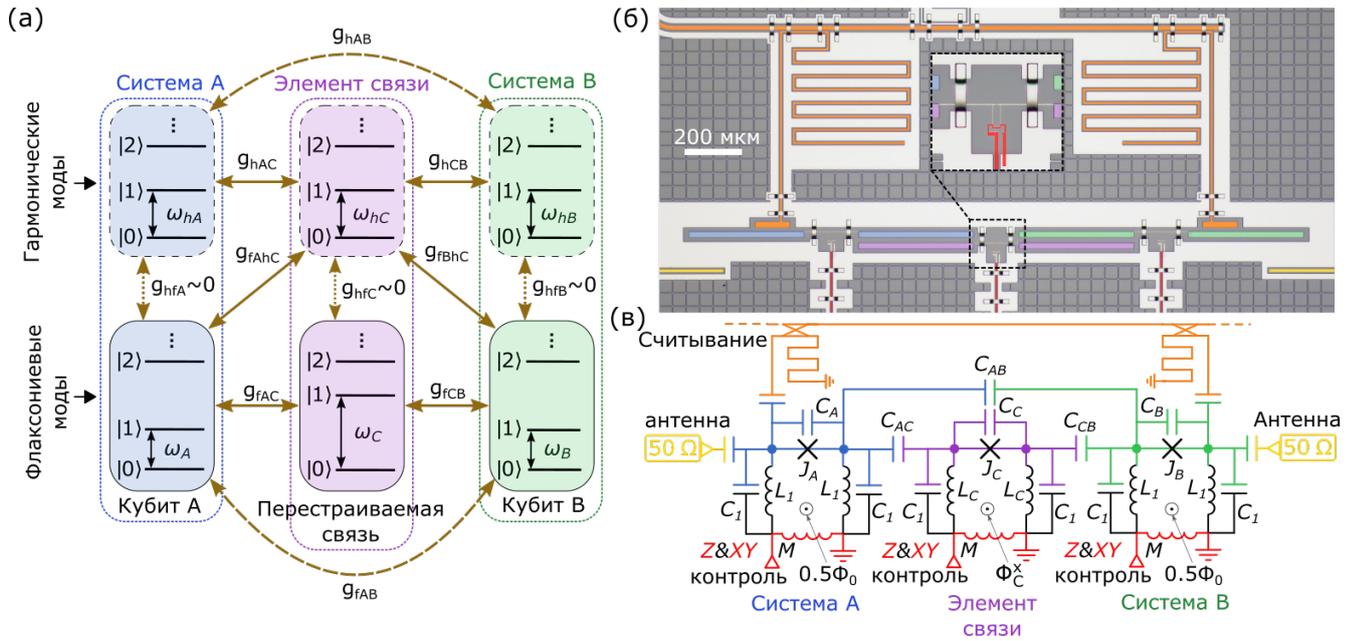
Эквивалентная электрическая схема двухкубитной системы представлена на рисунке 3.13с, а ее гамильтониан может быть записан как:

$$\hat{H}_{\text{full}} = \sum_{i=f_A, f_B, f_C} \hat{H}_i + \sum_{j=h_A, h_B, h_C} \hat{H}_j + \sum_{ij} \hat{g}_{ij}. \quad (3.25)$$

При этом гармонические и флаксоновые моды подсистем описываются гамильтонианами (3.18) и (3.19) соответственно.

Параметры подсистем кубитов «А» и «В», входящих в двухкубитный процессор, представлены в таблице 2 (также в таблице представлены параметры уединенного кубита «S»). Характерные энергетические параметры $E_{\text{Ch}}, E_{\text{Cf}}, E_{\text{L}}, E_{\text{J}}$ были получены из результатов двухтоновой спектроскопии (характерный спектр, полученный для уединенного кубита «S» будет представлен далее при описании процесса инициализации кубитов 3.2.3. В таблице $\omega_{10}^{\text{h}}/2\pi$ - частота гармонической моды, $\omega_{10}^{\text{f}}/2\pi$ и $\omega_{21}^{\text{f}}/2\pi$ - частоты флаксоновой моды в точке вырождения потока кубита.

Взаимодействие между удаленными друг от друга кубитами-флаксонаумами (f_A и f_B) обеспечивается посредством флаксоновой (f_C) и гармонической (h_C) мод элемента связи. Частоты переходов кубита «А» (Q_A) $\omega_A/2\pi$ и кубита «В» (Q_B) $\omega_B/2\pi$ в их точках вырождения потока равны 688,224 МГц и 664,763 МГц, соответственно, и могут быть отстроены до 3 ГГц путем изменения внешнего магнитного потока в их контурах. Частота гармонической моды элемента связи (h_C) равна $\omega_{hC}/2\pi = 2,0$ ГГц. Частота флаксоновой моды элемента связи (ω_{CF}) перестраивается аналогично кубитам. Контроль частот



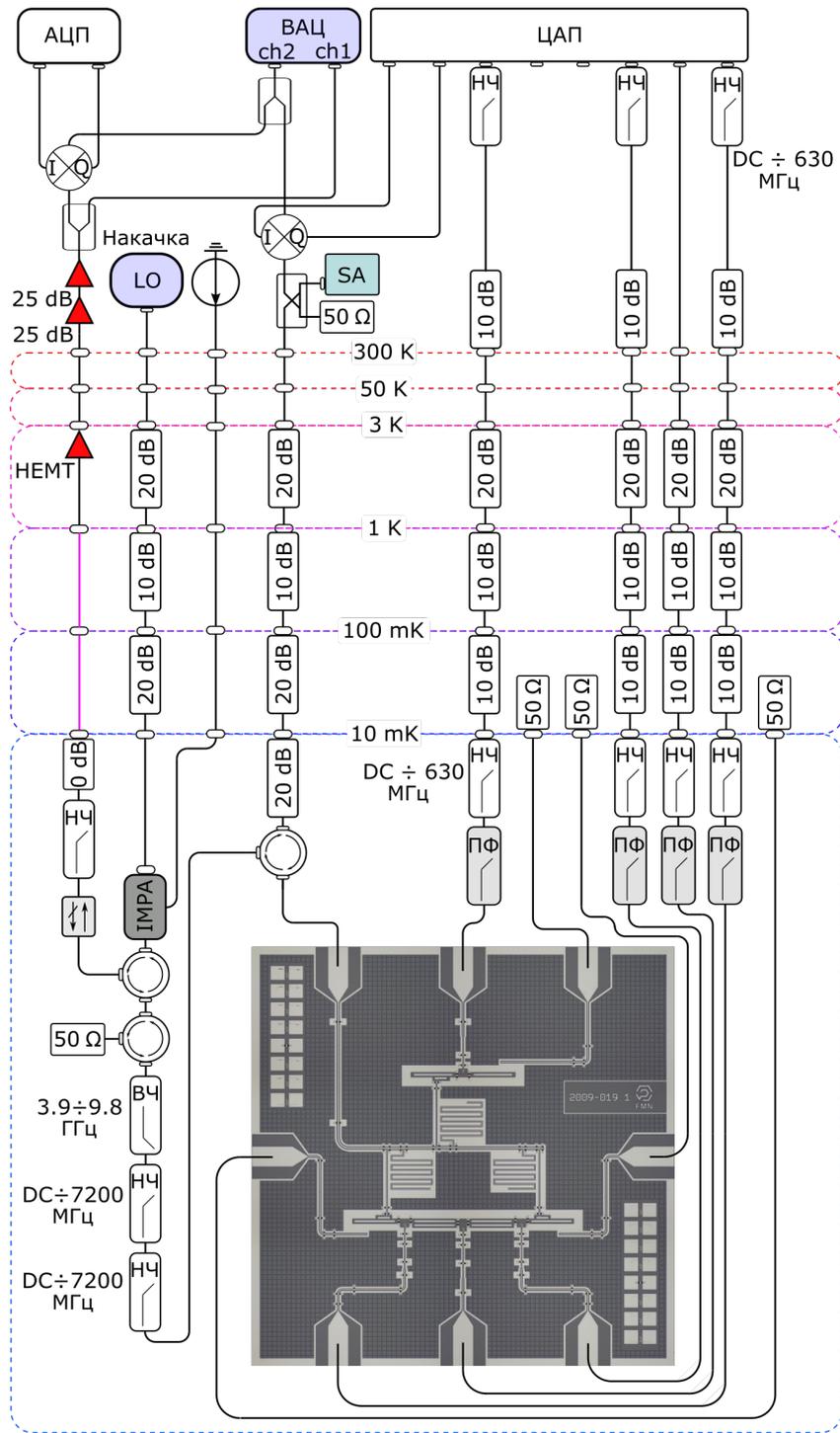
На рисунке (б) цвета (синий, фиолетовый, зеленый, оранжевый, желтый и красный) используются для обозначения соответствующих компонентов схемы (в). Нагрузка 50 Ом установлена на 10 мК ступени криостата растворения и используются для инициализации кубитов (см. раздел 3.2.3).

Рисунок 3.13 — (а) — принципиальная схема взаимодействующей системы трех тел. (б) — оптическое изображение устройства, состоящего из трех емкостно-связанных модифицированных кубитов-флаксониумов с индивидуальными микроволновыми копланарными резонаторами для считывания, изготовленных на кремниевой подложке (в ложном цвете). (в) — схематическое изображение цепи.

кубитов и элемента связи осуществляется через гальванически связанные линии контроля потока.

3.2.2 Экспериментальная установка

Эксперименты по исследованию разработанного экспериментального образца проводились в криостате растворения BlueFors LD-250 с базовой температурой 10 мК, схема подключения микроволновых линий внутри криостата, а также микроволновых устройств приведена на рисунке 3.14. Микросхема подключается к измерительной системе восемью линиями: микроволновая линия



ВАЦ ch2 ch1	R&S ZVB20 векторный анализатор цепей	АЦП	Оцифровщик Texas instruments ADS54j40/TSW14j56	Источник тока Yokogawa GS200	
LO	Генератор сигналов Agilent E8257D	ЦАП	Генератор сигналов произвольной формы Zurich instruments HDAWG8	SA	Анализатор спектра Agilent N9030A
Циркулятор Raditec RADC-4.0-8.0-Cryo	Изолятор Quinstar CWJ1019KS414	Сверхпроводящие микроволновые линии	Микроволновые линии		
Смеситель Mini-Circuits ZX10-2-183-S+	Направленный ответвитель Mikran 16 dB	Квадратурный смеситель Marki IQ0318L	Атенюатор	Порошковый фильтр (ПФ)	
Усилитель Mini-Circuits 25 dB ZVA-183-S+	Усилитель LNF-LNC0.3_14A	ПАМРА	НЧ	ВЧ	
HEMT			ФЧ	ФЧ	

Рисунок 3.14 — Схема подключения микроволновых линий и устройств.

Таблица 2 — Параметры кубитов, исследуемого экспериментального образца

Параметер	Кубит «А»	Кубит «В»	Кубит «S»
E_{Ch} , ГГц	0,562	0,562	0,568
E_{cf} , ГГц	0,567	0,567	0,564
E_{L} , ГГц	0,835	0,835	0,858
E_{J} , ГГц	2,052	2,061	1,989
$\omega_{10}^{\text{f}}/2\pi$, МГц	688,224	664,763	750,123
$\omega_{12}^{\text{f}}/2\pi$, ГГц	1,832	1,835	1,803
$\omega_{10}^{\text{h}}/2\pi$, ГГц	1,940	1,940	2,006
T_1 , мкс	87	86	172
T_2^* , мкс	51	76	113
T_2^E , мкс	107	93	146
$\omega_r/2\pi$, ГГц	7,167	7,383	6,841
$\kappa_r/2\pi$, МГц	7,6	7,2	7,4
$\chi_r/2\pi$, МГц	0,257	0,272	0,495

для считывания, три линии для одновременной подачи однокубитных вентиляей (XY контроль) и управления потоком в контуре кубита (Z контроль), три линии, подключенные к нижней ступени криостата (с температурой 10 мК) и оканчивающиеся 50 Ом нагрузками для инициализации кубитов, и линия контроля потока в элементе связи для реализации двухкубитных вентиляей.

Для генерации управляющих кубитами и элементом связи импульсов использовался генератор сигналов произвольной формы Zurich Instruments HDAWG8 (AWG). Особенностью исследуемой системы по сравнению с кубитами-трансмонами является низкая частота основного перехода кубитов в рабочей точке (точке вырождения магнитного потока). Здесь стоит отметить, что однокубитные управляющие импульсы, модулированные на частоте кубита, отстройка магнитного потока в кубитах и элементе связи, потоковые импульсы на кубиты и элемент связи для двухкубитного вентиля генерируются непосредственно с использованием только одного аналогового выходного пор-

та генератора сигналов произвольной формы (AWG). Квадратурные смесители (Marki IQ0318L) в данной схеме используются для повышения и понижения промежуточной частоты считывающих импульсов до частот резонаторов и обратно. Считывающий сигнал, отраженный от микроволновой линии, связанной с резонаторами кубитов, регистрируется либо векторным анализатором цепей R&S ZVB20 (для проведения спектроскопии), либо специально разработанным оцифровщиком (для проведения импульсных измерений). Для калибровки квадратурных смесителей использовался анализатор спектра Agilent N9030A.

Микроволновые аттенюаторы в линиях контроля используются для изоляции кубитов от теплового и инструментального шума источников сигнала, находящихся при комнатной температуре. Линия считывания оснащена параметрическим усилителем с согласованным импедансом (ИМРА), за которым установлен изолятор Quinstar CWJ1019KS414 для предотвращения попадания шума от высокотемпературных ступеней в ИМРА и на кубиты. Для накачки ИМРА используется генератор сигнала Agilent E8257D. Циркуляторы Raditec RADC-4.0-8.0-Cryo и набор из низкочастотных и высокочастотных фильтров, размещенных после образца, позволяют сигналу пройти от образца к ИМРА без ослабления, предотвращая попадание шумов. На ступени РТ2 криостата (3 К) установлен мал шумящий низкотемпературный усилитель на транзисторах с высокой подвижностью электронов (НЕМТ). На выходе криостата сигнал дополнительно усиливается двумя усилителями Mini-Circuits ZVA-183-S+.

Из-за большой величины постоянного тока 83 мкА, необходимого для смещения потока в кубитах, инициализации и управления кубитов, мы не можем установить аттенюаторы на нижней ступени криостата (10 мК) для подавления тепловых шумов от микроволновых источников, работающих при комнатной температуре, так как это вызовет сильный нагрев аттенюаторов. Вместо этого используются низкочастотные фильтры Mini Circuits VLF-630+ в сочетании с порошковыми фильтрами с ослаблением порядка 15 дБ на частотах близких к частотам кубитов (~ 700 МГц). Емкостно-связанные линии управления кубитами подключены к нагрузкам 50 Ом на нижней ступени криостата. Из-за низкой величины емкостной связи при низкой частоте кубита их влияние не значительно, но приводит к усиленной релаксации кубита, когда значение потока в контуре кубита близко к нулю (частота кубита максимальна). Этот эффект используется для инициализации кубитов и описан в разделе [3.2.3](#).

3.2.3 Калибровочные измерения

Инициализация и считывание кубитов

Для измерения квантовых состояний кубита «А» и кубита «В» используется схема дисперсионного считывания [6]. Индивидуальные считывающие резонаторы возбуждаются прямоугольными микроволновыми импульсами длительностью 1 мкс. Для каждого кубита-флаксонома различаются два состояния: основное состояние $|0\rangle$ и первое возбужденное состояние $|1\rangle$.

Как было отмечено в начале, следствием использования кубитов с низкой частотой основного перехода $\hbar\omega_{01} \leq k_B T$ является работа в относительно «горячей» среде. В отличие от кубитов-трансмонов, энергетическая релаксация переводит степень свободы флаксономов в смешанное состояние с высокой энтропией. Каждый кубит чувствителен к различным источникам шума, включая шум от линии управления потока, гальванически связанной с кубитом, микроволновой антенны, емкостно связанной с кубитом, и диэлектрические потери. Каждый источник шума может быть охарактеризован эффективной температурой, которая может быть связана или не связана с физической температурой подложки. Несмотря на использование порошковых фильтров в линиях контроля (см. раздел 3.2.2), для кубитов «А» и «В» наблюдается равновесная заселенность первого возбужденного состояния около $\sim 0,4$, а для кубита «S» около $\sim 0,2$, что соответствует эффективной температуре кубита ~ 80 мК для кубитов «А» и «В» и ~ 25 мК для кубита «S». Для лучшего отношения сигнал/шум при калибровках и характеристических измерениях мы используем процедуру инициализации кубита перед каждым измерением.

Из-за наличия слабо связанных, но неравновесных источников теплового шума такая инициализация необходима даже для более высокочастотных кубитов-трансмонов, если в эксперименте требуется приготовление чистых состояний с высокой точностью [56]. Подобно трансмонам, флаксономы могут быть инициализированы в основном состоянии при помощи охлаждения методом боковой полосы [18; 21] или методом активной инициализации и контроля, основанным на использовании обратной связи в системе управления [57].

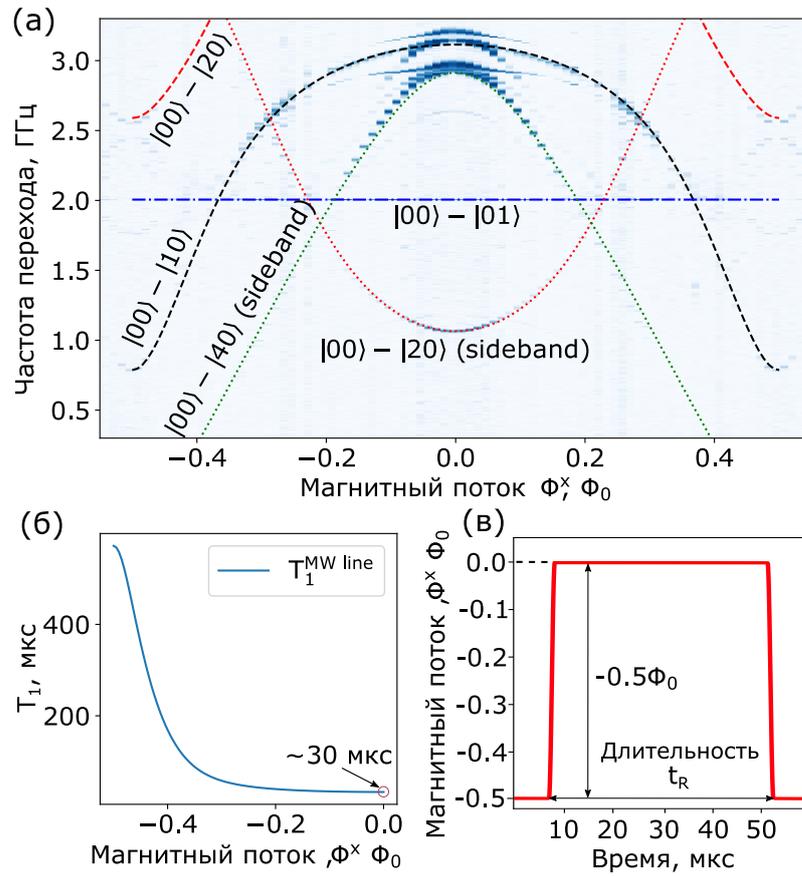
В данной работе используются емкостно связанные с кубитами микроволновые антенны в качестве спроектированного управляемого канала рассеяния для уменьшения остаточной тепловой населенности и инициализации кубита. Скорость распада, обусловленная этим процессом диссипации, можно оценить с помощью золотого правила Ферми:

$$\gamma = (2\pi)\omega \frac{Z_0}{R_Q} \frac{C_c^2}{(C_c + C_j)^2} |\langle 0|\hat{n}_q|1\rangle|^2, \quad (3.26)$$

где $C_c = 0,34$ фФ — емкость связи с микроволновой антенной, $C_j = 34,34$ фФ — эффективная емкость кубита (может быть получена из E_{cf} , см. таблицу 2), ω — частота кубита, $Z_0 = 50$ Ом — импеданс антенны, R_Q — постоянная фон Клитцинга, $\langle 0|\hat{n}_q|1\rangle$ — матричный элемент оператора заряда основного перехода флаксоновой моды кубита. Эта релаксация энергии в микроволновую антенну накладывает ограничение на время жизни кубита T_1 , как показано на рисунке 3.15б для различных значений магнитного потока Φ^x , пронизывающего контур кубита. Видно, что минимальное значение $T_1 \approx 30$ мкс достигается при $\Phi^x = 0$. Предлагаемый механизм инициализации основан на представленной зависимости времени релаксации $T_1(\Phi^x)$. Перед основной последовательностью импульсов, используемой в эксперименте, подается быстрый, но адиабатический потоковый импульс длительностью $t_R = 30$ мкс, перестраивающий кубит из точки вырождения в точку нулевого потока и обратно (см. рисунок 3.15в). Во время такого инициализирующего импульса кубит релаксирует в основное состояние.

На рисунке 3.16 показана эволюция кубита «S» после инициализирующего импульса (то есть из основного состояния $|0\rangle$), а также после инициализирующего импульса, за которым следует π -импульс (то есть из первого возбужденного состояния $|1\rangle$). Еще одним источником шума в измерениях являются ошибки считывания. Необходимо отметить, что мы не можем напрямую разделить влияние ошибок инициализации и считывания. Однако из гистограммы сигналов одновременного считывания, показанных на рисунке 3.17, можно сделать вывод, что ограничивающим фактором в наших измерениях является неточность разделения состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Видность считывания для кубита «A», кубита «B» и кубита «S» составляет 87%, 89% и 96% соответственно.

Мы предполагаем, что относительно низкая точность считывания кубитов в исследуемом устройстве обусловлена недостатками нашей системы измерения, в частности фазовым дрейфом в установке оцифровщика (АЦП на рисунке 3.14), и конструкции индивидуальных считывающих резонаторов. В



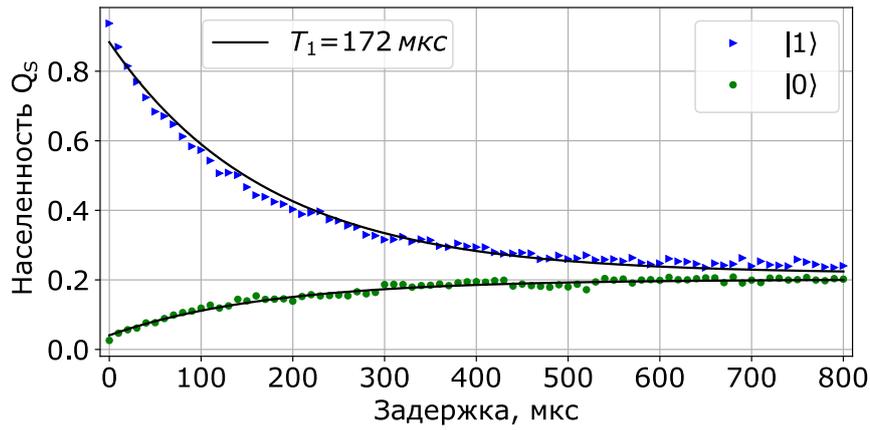
(a) – Двухтоновый спектр кубита S в зависимости от магнитного потока Φ^x в контуре кубита. Параметры системы извлекаются из данных спектроскопии путем аппроксимации данных собственными значениями гамильтонианов (3.18) и (3.19). (б) – Рассчитанное время жизни кубита T_1 , обусловленное распадом в емкостно связанную микроволновую антенну, в зависимости от величины внешнего потока Φ^x в кубите. (в) – Предлагаемая форма потокового импульса для инициализации кубита в основном состоянии

Рисунок 3.15 — Результаты спектроскопии и протокол инициализации кубитов

частности, низкое отношение $\chi \ll \kappa$ приводит к большой восприимчивости к джиттеру между тактовыми сигналами ЦАП и АЦП.

Калибровка параметрического Z-импульса

В этом разделе описана процедура калибровки и результаты эксперимента по параметрическому сдвигу частоты кубита «В», который используется для



Сплошные линии – экспоненциальные зависимости, полученные методом наименьших квадратов, с константой релаксации $T_1 = 172 \pm 5$ мкс. Рисунок 3.16 – Эволюция во времени населенности кубита S при его инициализации в основном $|0\rangle$ (зеленые точки) и первом возбужденном $|1\rangle$ (синие треугольники) состоянии.

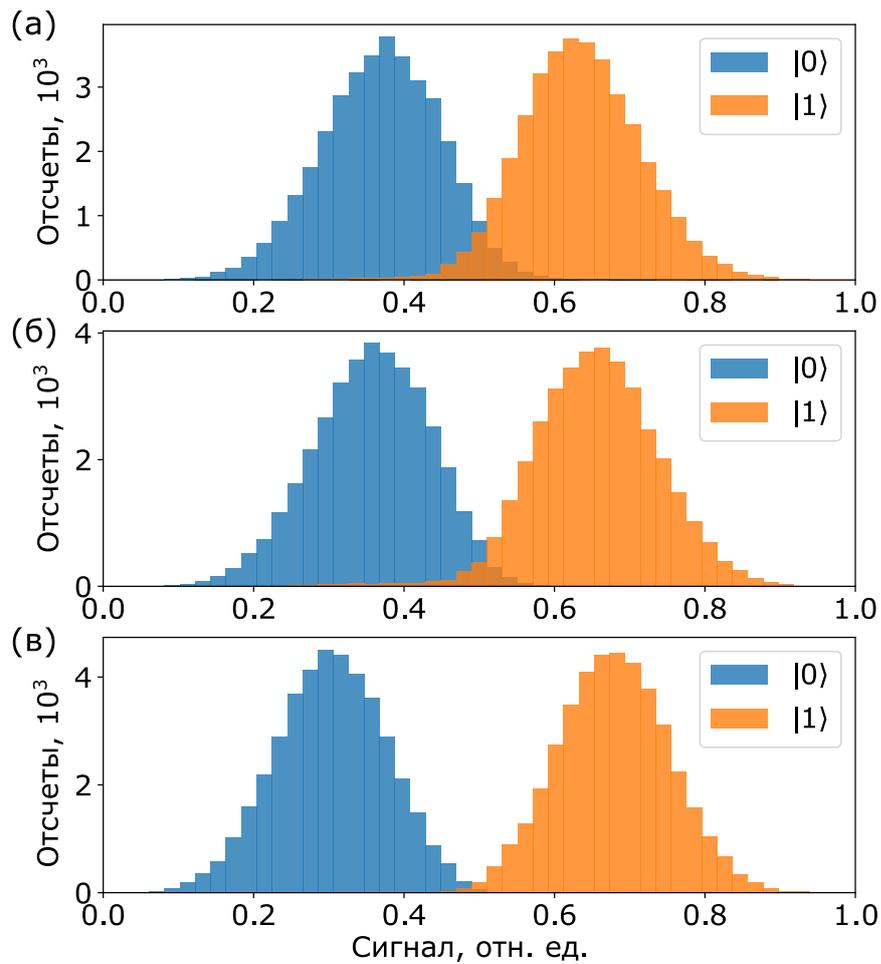


Рисунок 3.17 – Гистограммы сигналов одновременного считывания кубита «А» (а), кубита «В» (б) и кубита «S» (в) с предварительной инициализацией кубита.

параметрического резонансного двухкубитного вентиля fSim, описанного в разделе 3.2.5.

Чтобы определить рабочую точку параметрического Z-импульса, производятся измерения подобные наблюдению осцилляций Рамзея с промежуточной параметрической модуляцией потока в контуре кубита:

$$\Phi(t) = \bar{\Phi} + \tilde{\Phi} \sin(\omega_P t_d). \quad (3.27)$$

Как показано на рисунке 3.18а, этот параметрический потоковый импульс для кубита «В» реализуется путем подачи гармонического сигнала на его индивидуальную линию контроля потока. В ходе всех экспериментов кубит «В» изначально смещен в точку вырождения потока, поэтому $\bar{\Phi} = \frac{\Phi_0}{2}$, а выбранная частота модуляции равна $\omega_P/2\pi = 100$ МГц. Зависимость частоты кубита от времени принимает вид:

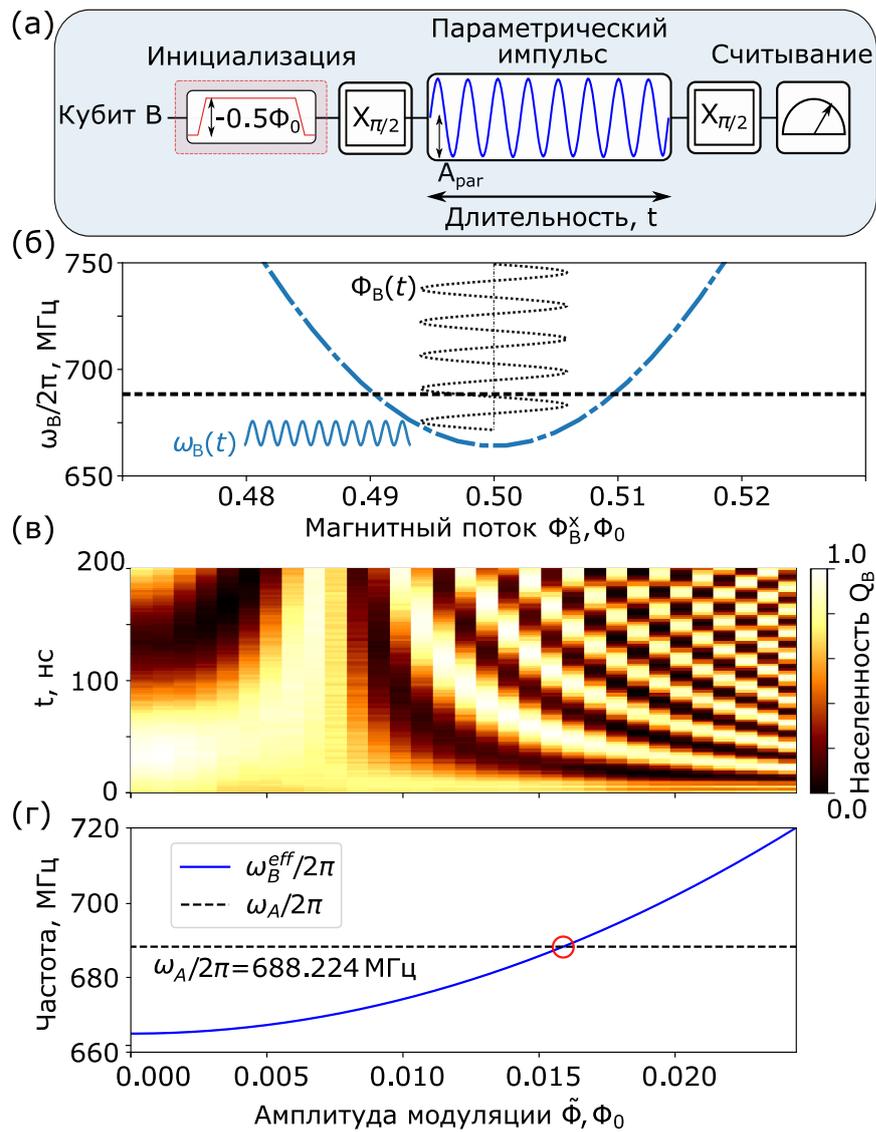
$$\omega_B^{\text{eff}}(t) = \omega_B^f + \frac{\tilde{\Phi}^2}{4} \frac{\partial^2 \omega_B^f}{\partial \Phi^2} (1 - \cos(2\omega_P t_d)) \quad (3.28)$$

для малых значений $\tilde{\Phi}$. Причина удвоения частоты в уравнении (3.28) заключается в том, что частота кубита «В» претерпевает два цикла осцилляций для каждого цикла модуляции потока, так как зависимость частоты от магнитного потока симметрична относительно точки $\Phi_0/2$, как показано на рисунке 3.18б.

В эксперименте по наблюдению осцилляций Рамзея измеряется населенность кубита «В» как функция длительности параметрического Z-импульса (t) и его амплитуды модуляции $\tilde{\Phi}$ (см. рисунок 3.18в). Из полученных данных вычисляется и строится зависимость эффективной частоты кубита «В» от амплитуды $\tilde{\Phi}$ (см. рисунок 3.18г). Амплитуда, при которой кубит «В» находится в резонансе с кубитом «А» $\omega_B^{\text{eff}} = \omega_A$, представляет собой рабочую точку параметрического Z-импульса, который использовался для реализации двухкубитного вентиля fSim, и равна $\tilde{\Phi} = 0,016\Phi_0$.

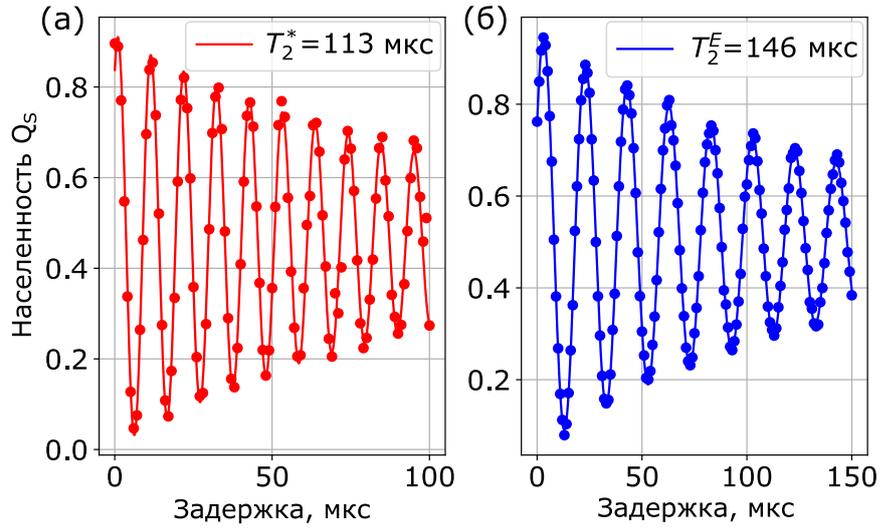
Измерение характерных времен когерентности кубитов

В этом разделе представлены результаты измерений времен когерентности T_2^* и T_2^E кубитов в их точках вырождения потока (см. таблицу 2). Элемент связи



(а) – Последовательность импульсов для наблюдения осцилляций Рамзея на кубите «В» с промежуточной параметрической модуляцией. (б) – Частота основного перехода перестраиваемого кубита «В» (штрихпунктирная синяя кривая) и не перестраиваемого кубита «А» (горизонтальная пунктирная линия). Смещение потока в точку вырождения обеспечивает большое время когерентности кубита за счет устранения чувствительности первого порядка к потоковому шуму. Влияние параметрической модуляции потока $\Phi_B(t)$ (пунктирная синусоида) на частоту кубита «В» $\omega_B(t)$ показано сплошной кривой. (в) – Осцилляции Рамзея на кубите «В» как функция амплитуды параметрического Z-импульса. (г) – Эффективная частота кубита «В» ω_B^{eff} в зависимости от амплитуды параметрического Z-импульса. Красным кружком отмечена точка пересечения, когда кубит «В» находится в резонансе с кубитом «А» $\omega_B^{\text{eff}} = \omega_A$.

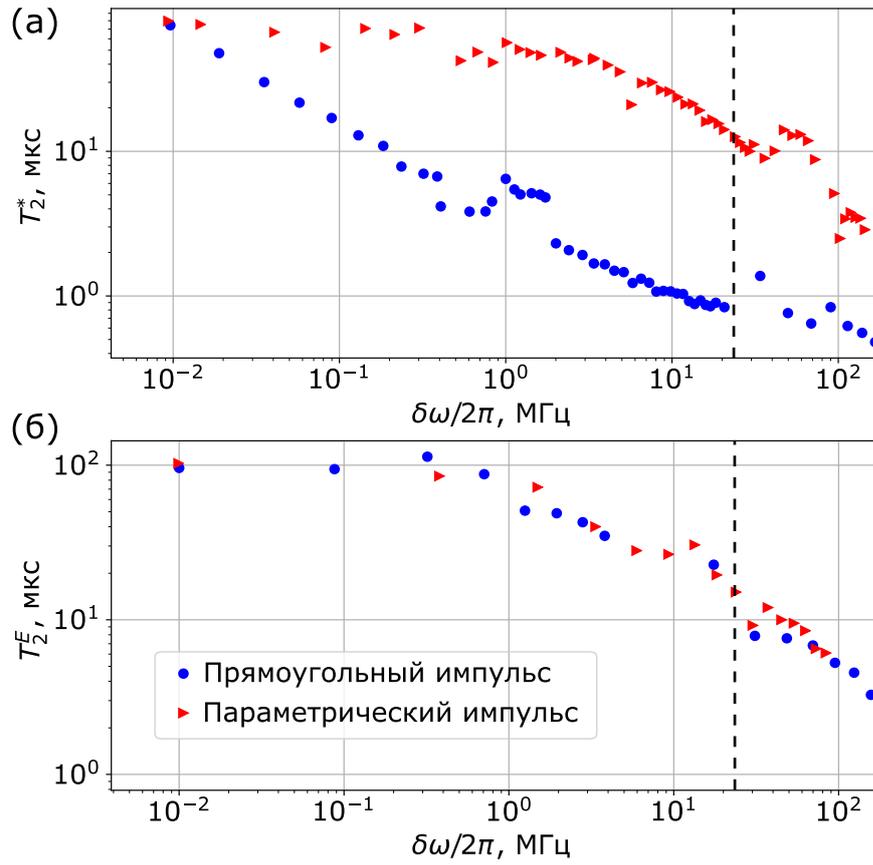
Рисунок 3.18 – Калибровка параметрического Z-импульса.



(а) – Осцилляции Рамзея (населенность кубита в зависимости от длительности задержки между импульсами). Сплошная линия - результат аппроксимации затухающей синусоидой с обратной константой затухания $T_2^* = 113.0 \pm 1.5$ мкс. (б) – Данные наблюдения спинового эха. Сплошная линия – также результат аппроксимации затухающей синусоидой с обратной константой затухания $T_2^E = 146,0 \pm 0,3$ мкс.
Рисунок 3.19 – Измерения когерентности Q_S .

отстроен в нулевую точку потока (взаимодействие между кубитами «А» и «В» выключено). Экспериментальные данные для кубита «S» показаны на рисунке 3.19. Данные для T_2^* получены в эксперименте по наблюдению осцилляций Рамзея. Данные для T_2^E получены с помощью модифицированного протокола по наблюдению спинового эха: фаза финального $\pi/2$ -импульса выставляется пропорционально величине задержки, вызывая тем самым колебания населенности измеряемого кубита, аналогично измерениям ZZ на рисунке 3.21. Добавление этих колебаний населенности необходимо, чтобы обеспечить лучшую оценку параметров при обработке экспериментальных данных. Значения времен T_2^* и T_2^E получены из аппроксимации экспериментальных данных экспоненциально затухающими гармоническими колебаниями. Данные для T_1 для кубитов «А» и «В» получены из аналогичных экспериментов по наблюдению временной эволюции как и для кубита «S» (см. рисунок 3.16).

Также были измерены времена когерентности T_2^* и T_2^E кубита «В» как функции смещения его частоты $\delta\omega = \omega_B - \omega_B(\Phi_0/2)$ (рисунок 3.20) от минимального значения в точке вырождения потока ($\omega_B(\Phi_0/2) = 664,763$ МГц). Здесь используется протокол измерения, описанный в работе [58]. Между дву-



(а) – Время когерентности T_2^* кубита Q_B как функция отстройки частоты кубита $\delta\omega/2\pi$ от значения в точке вырождения потока. (б) – Время когерентности T_2^E как функция отстройки частоты кубита $\delta\omega/2\pi$ от значения в точке вырождения потока. Вертикальная пунктирная линия обозначает отстройку частоты кубита равную $\delta\omega/2\pi = 23,461$ МГц, когда $\omega_B = \omega_A$. Рисунок 3.20 – Времена когерентности T_2^* и T_2^E кубита Q_B в зависимости от частоты кубита.

мя $\pi/2$ -импульсами на линию смещения кубита подается либо прямоугольный, либо синусоидальный (аналогично разделу 3.2.3) потоковый импульс с частотой модуляции 100 МГц. Возбуждение кубита и считывание его состояний производится в точке вырождения потока. Вертикальные пунктирные линии показывают смещение частоты кубита «В», при котором его частота настраивается так, чтобы быть равной частоте кубита «А».

Как показано на рисунке 3.21, для кубита «В» T_1 варьируется в пределах от 80 мкс до 115 мкс в диапазоне частот 200 МГц вокруг точки вырождения потока.

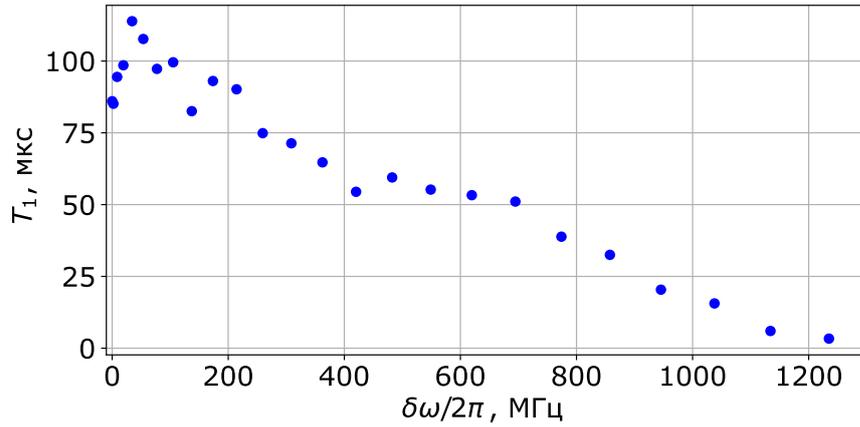


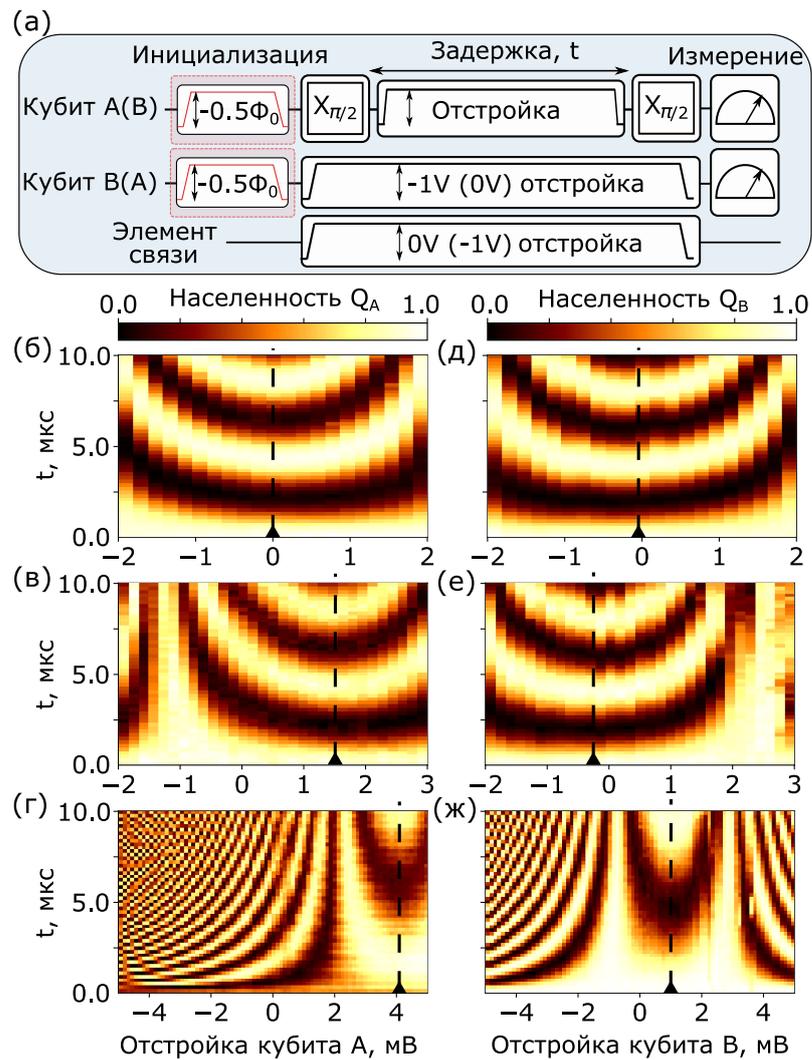
Рисунок 3.21 — Время релаксации T_1 кубита «В» в зависимости от отстройки частоты кубита $\delta\omega/2\pi$.

Перекрестные наводки

В нашем процессоре каждый вычислительный кубит и элемент связи управляются через индивидуальные гальванически связанные линии быстрого управления потоком. Приложенный к ним ток не только управляет частотой целевого кубита, но также может индуцировать дополнительные потоки в контуре других кубитов. Здесь мы используем эксперимент по наблюдению осцилляций Рамзея с промежуточным потоковым импульсом на выбранном кубите для определения коэффициентов перекрестных наводок.

Мы вводим квадратную матрицу перекрестных наводок для кубитов «А», «В» и ответвителя. Диагональные элементы этой матрицы равны единице. В качестве недиагонального элемента в i -й строке и j -м столбце записывается эквивалентная амплитуда сигнала, которую необходимо подать на i -ю линию управления, чтобы индуцировать такой же поток в контуре i -го флаксонаума что и сигнал единичной амплитуды, подаваемый на j -ю линию управления.

Определение элемента (i, j) матрицы перекрестных наводок выполняется по результатам измерения осцилляций Рамзея на i -м кубите, как показано на рисунке 3.22а. В течение времени задержки t между двумя $\pi/2$ -импульсами подается промежуточный прямоугольный потоковый импульс (амплитуда прямоугольного импульса, подаваемого на управляющую линию от источника сигналов произвольной формы, равна -1 В) на j -ю управляющую линию и прямоугольный потоковый импульс относительно небольшой амплитуды на i -ю



(а) – Последовательность импульсов для наблюдения осцилляций Рамзея с промежуточным потоковым импульсом на кубит. (б) – Осцилляции Рамзея на кубите «А» как функция амплитуды напряжения импульса смещения, прикладываемого к кубиту «А» без смещения на кубите «В» и элементе связи. (в) – Осцилляции Рамзея на кубите «А» со смещением равным $-1V$ на кубите «В». (г) – Осцилляции Рамзея на кубите «А» со смещением равным $-1V$ на кубите элементе связи. (д) – Осцилляции Рамзея на кубите «В» как функция амплитуды напряжения импульса смещения, прикладываемого к кубиту «В» без смещения на кубите «А» и элементе связи. (е) – Осцилляции Рамзея на кубите «В» со смещением равным $-1V$ на кубите «А». (ж) – Осцилляции Рамзея на кубите «В» со смещением равным $-1V$ на кубите элементе связи.

Рисунок 3.22 — Измерение перекрестных наводок.

управляющую линию. Далее производится сканирование амплитуды сигнала, подаваемого на i -ю линию управления.

На рисунках 3.22в и 3.22г показаны осцилляции Рамзея для кубита «А» как функция амплитуды промежуточного потокового импульса с импульсом смещения амплитудой -1 В на кубите «В» и элементе связи соответственно. Аналогичные данные для кубита В с дополнительным импульсом смещения амплитудой -1 В на кубит «А» (или элемент связи) показаны на рисунках 3.22е,ж соответственно. Положение точки вырождения потока в контуре исследуемого кубита отмечены вертикальными пунктирными линиями. Наконец, из сдвига положения точки вырождения потока получается следующая матрица перекрестных наводок:

$$\begin{bmatrix} V_{QA} \\ V_{QC} \\ V_{QB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0,0041 & -0,0015 \\ & 1 & \\ 0,0002 & -0,001 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in,A} \\ V_{in,C} \\ V_{in,B} \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Относительно высокая взаимная индуктивность 12 пГн индивидуальной линии контроля потока и контура кубита приводит к меньшим управляющим сигналам и, в конечном итоге, к меньшим перекрестным наводкам. В наших предыдущих работах по кубитам-трансмонам [59; 60] конструкция линии контроля была подобна конструкции, используемой в исследуемом устройстве, однако взаимная индуктивность между кубитом и линией управления составляла 1,6 пГн, что требовало подавать ток в ~ 8 раз больше, чтобы индуцировать такой же магнитный поток в СКВИДе кубитов. Среднее значение перекрестных наводок между кубитом и линией контроля потока соседнего кубита составила 0,6% (более подробно описано в дополнительных материалах к работе [59]), по сравнению со средним значением около 0,25% между кубитами «А» и «В» и элементом связи в этой работе.

3.2.4 Реализация однокубитных вентиляей посредством прямой генерации микроволнового сигнала

В исследуемом экспериментальном образце для каждого кубита выполнение однокубитных вентиляей, а также индивидуальное управление частотой кубита было реализовано посредством только одной линии смещения потока.

Недавно такой подход был продемонстрирован для кубитов-трансмонов [12; 61]. Для этих целей в эксперименте использовался генератор сигналов произвольной формы (AWG) HDAWG8 компании Zurich Instruments с частотой дискретизации 2,4 ГГц. В отличие от кубитов-трансмонов, характерные частоты которых лежат по частоте выше 3-4 ГГц и требуют использования квадратурных смесителей для формирования импульсных сигналов для возбуждения кубита, для кубитов-флаксономов (частота которых ниже 750 МГц) можно генерировать и сигналы постоянного тока, и возбуждающие кубит микроволновые импульсные сигналы с использованием только одного канала AWG.

Общей проблемой для линий управления потоком в сверхпроводящих кубитах является затухание и фильтрация. Чтобы перестраивать частоту кубита во всем диапазоне, необходимо иметь возможность индуцировать в петле кубита магнитный поток, равный половине кванта потока $\Phi_0/2$. Если взаимная индуктивность между линией контроля потока и петлей кубита мала, тогда требуется большая амплитуда управляющего тока. Если взаимная индуктивность велика, тогда линия контроля потока становится существенным каналом релаксации кубита. Как уже было сказано в разделе 2.7.1 расчетное значение взаимной индуктивности, выбранное при разработке модифицированных систем флаксониумов, составляет 12 пГн, что соответствует времени жизни кубита 1 мс и току смещения 83 мкА для отстройки кубита в точку вырождения потока $\Phi_0/2$. В то же время скорость возбуждения кубита Ω на единицу переменного тока составляет $\Omega/I \approx 320$ МГц/мкА.

Мы используем режим малых амплитуд возбуждающих сигналов для реализации однокубитных вентилях $\Omega \ll \omega_f$. В этом режиме справедливо приближение вращающейся волны и можно пренебречь осциллирующими с высокой частотой слагаемыми в гамильтониане. Однако амплитуда возбуждающего импульса все еще достаточна для значительного смещения кубита из точки вырождения потока, что приводит к фазовым ошибкам. Поэтому в работе были рассмотрены два разных подхода для компенсации этих ошибок. Первый подход основан на методе удаления производных с помощью адиабатического вентиля (DRAG) [62]. При этом возбуждающий сигнал задается уравнением:

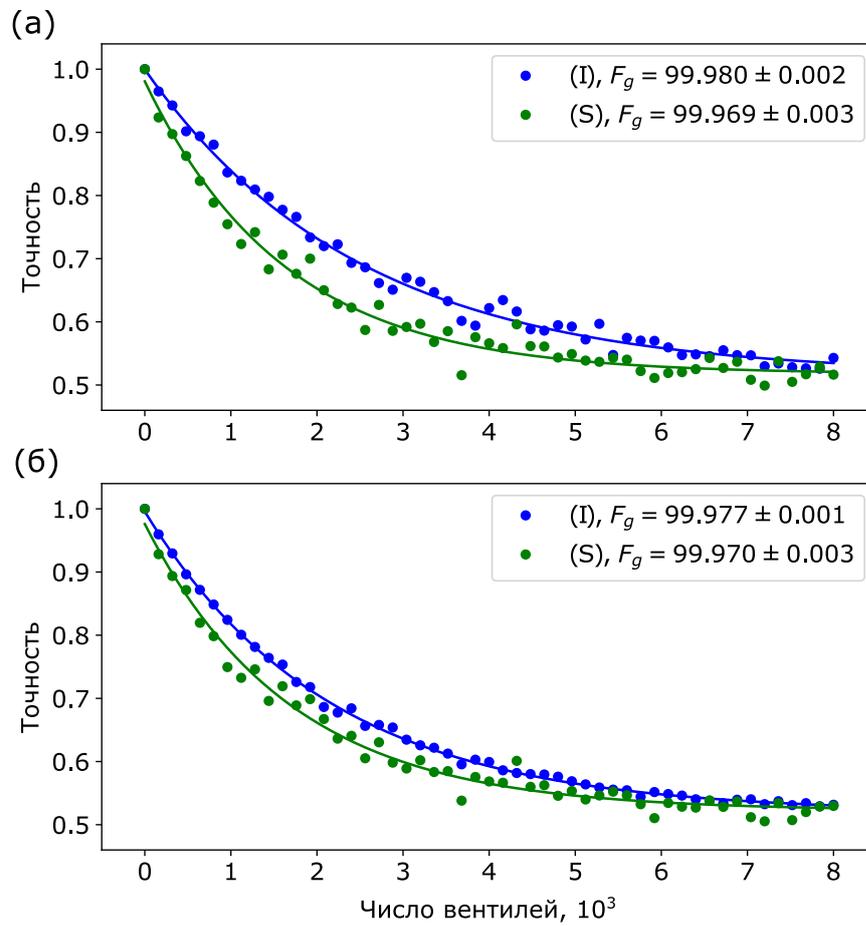
$$\begin{aligned} \Omega(t) &= \varepsilon_x(t) \sin \omega t + \alpha \dot{\varepsilon}_x(t) \cos \omega t, \\ \varepsilon_x(t) &= A \left(e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{T_p^2}{2\sigma^2}} \right). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Мы выбираем $T_p = 13,3$ нс, что соответствует минимально возможной длине сигнала AWG, и $\sigma = 3,3$ нс. Несмотря на то, что природа фазовых ошибок в кубитах-флаксонах сильно отличается от фазовых ошибок в кубитах-трансмонах, добавление дополнительного сигнала в ортогональную квадратуру может в первом порядке устранить эффект сдвига частоты. С помощью последовательности калибровочных измерений находим значения амплитуд A , соответствующие $\pi/2$ -импульсам и π -импульсам. После этого, используя процедуру, основанную на методе увеличенной фазовой ошибки (APE) [63], мы также находим α . Результаты калибровки амплитуды A гауссовых импульсов и α представлены в дополнительных материалах А.

Другой подход к решению проблемы фазовых ошибок — основан на применении виртуальных Z-вращений [64]. В данном случае используется только одна квадратура для $\pi/2$ -импульса, а фазовая ошибка корректируется добавлением инкремента фазы к встроенному в AWG осциллятору с числовым программным управлением (NCO). Инкремент фазы является мгновенной операцией, и, следовательно, точность выполнения такого Z-гейт равна 100 %. Все однокубитные вентили можно разделить на три семейства: виртуальные Z-вращения, обозначаемые как $U_1(\varphi)$, вентили, состоящие из одного $\pi/2$ -импульса и двух Z-вращений $U_2(\varphi, \lambda)$, и все остальные однокубитные вентили $U_3(\theta, \varphi, \lambda)$, которые состоят из двух $\pi/2$ -импульсов и трех Z-вращений.

В данной работе сначала использовался подход основанный на методе DRAG, чтобы продемонстрировать высокую точность однокубитных вентилях, доступную для нашего двухкубитного устройства. Для всех остальных измерений, представленных в этой диссертации использовался второй подход с виртуальным Z-вращением, так как его можно эффективно реализовать в собственных инструкциях виртуального микроконтроллера, управляющего в реальном времени генератором сигналов произвольной формы AWG, и при этом он будет совместим с используемым методом инициализации кубитов (см. раздел 3.2.3).

Измерение точности однокубитных вентилях осуществляется с помощью рандомизированного тестирования (RB) на основе группы Клиффорда [65—67]. Группа Клиффорда генерируется из тождественного импульса (I), $\pi/2$ -импульса, π -импульса и виртуального Z-вращения на угол $\pi/2$. Среди различных возможных разложений однокубитных вентилях из группы Клиффорда мы выбираем разложение с минимальной длительностью, дающей в среднем 5/6



(а) – Зависимость точности от длины последовательности вентиляей из группы Клиффорда для кубита «А». (б) – Зависимость точности от длины последовательности вентиляей из группы Клиффорда для кубита «В». (I) обозначает изолированное применение однокубитных Клиффордов и изолированное считывание кубитов «А» и «В». (S) обозначает одновременное применение однокубитных Клиффордов и одновременное считывание кубитов «А» и «В». Средняя точность вентиляей из группы Клиффорда, полученная из оценки методом наименьших квадратов. Данные усредняются по 20 случайным реализациям для каждой длины последовательности.

Рисунок 3.23 — Результаты рандомизированного тестирования однокубитных вентиляей на кубите «А» и кубите «В».

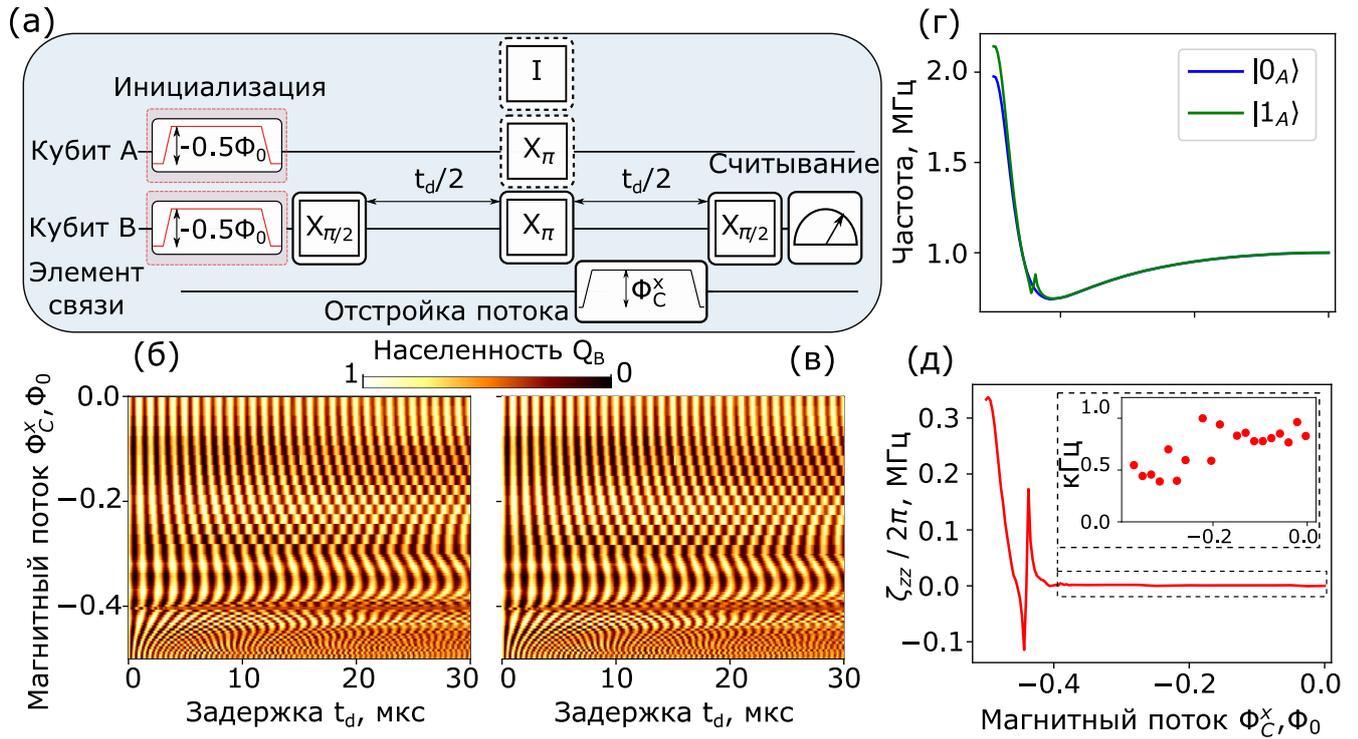
от импульса с длительностью 13,3 нс на один вентиль. Результаты однокубитного тестирования RV показаны на рис. 3.23. Мы повторяем эксперимент три раза: только для кубита «А» (синяя кривая I на рисунке 3.23а), только для кубита «В» (синяя кривая I на рисунке 3.23б) и для одновременно для кубитов «А» и «В» (зеленые кривые S на рисунках 3.23а,б). Как видно, средняя точность однокубитных вентилях из группы Клиффорда падает с 99,980 % до 99,969 % при переходе от тестирования отдельных кубитов к одновременному тестированию для кубита «А» и с 99,977 % до 99,970 % для кубита «В». Это падение точности, вероятно связано с остаточным $\sigma_x\sigma_x$ взаимодействием между кубитами, когда поток в контуре элемента связи равен нулю, то есть связь отключена.

3.2.5 Реализация двухкубитных вентилях с перестраиваемым элементом связи

Как было сказано в разделе 3.1.1 исследуемая двухкубитная система с перестраиваемым элементом связи позволяет реализовать двухкубитный вентиль из семейства $fSim$ [12; 14], матрица которого в базисе состояний $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$ дается выражением (3.3). Здесь используется обозначение $|Q_A, Q_B\rangle$ для представления собственных состояний системы в изолированной конфигурации, когда элемент связи C_F находится в максимуме своей частоты ($\Phi_C^x = 0$), а эффективное взаимодействие кубитов близко к нулю. Оба кубита находятся в точке вырождения потока, пока не выполняются никакие логические операции, и во время однокубитных вентилях.

Двухкубитное ZZ -взаимодействие

Чтобы экспериментально охарактеризовать зависимость ζ_{zz} от потока в элементе связи, используется последовательность импульсов на подобие экспериментов по наблюдению спинового эха [68], как показано на рисунке 3.24а. Наблюдение спинового эха производится на кубите «В». Параллельно реверсирующему π -импульсу, приложенному к кубиту «В», мы также можем возбудить



(а) – Последовательность импульсов для проведения эксперимента по наблюдению спинового эха на кубите «В» при инициализации кубита «А» в его основном (промежуточный вентиль I) и возбужденном (промежуточный вентиль X_π) состоянии. Фаза модуляции заключительного $\pi/2$ -импульса пропорциональна величине задержки. (б) – Результат измерения населенности кубита «В» (без π -импульса на кубит «А») в зависимости от времени задержки и амплитуды потокового импульса на элемент связи. (в) – Результат измерения населенности кубита «В» (без π -импульса на кубит «А») в зависимости от времени задержки и амплитуды потокового импульса на элемент связи. (г) – Частота осцилляций спинового эха кубита «В» в зависимости от амплитуды потокового импульса Φ_C^x , подающегося на элемент связи. Синяя кривая соответствует случаю, когда на кубит «А» подается промежуточный вентиль I , а зеленая кривая, когда на кубит «А» подается промежуточный вентиль X_π параллельно с π -импульсом на кубит «В». (д) – Величина ZZ -взаимодействия ζ_{zz} как функция Φ_C^x . Вложенная картинка показывает значения ζ_{zz} вблизи точки нулевого потока в элементе связи. Рисунок 3.24 – Результаты измерения величины ZZ -взаимодействия.

кубит «А». Во время задержки после π -импульса добавляется потоковый импульс на элемент связи. Кроме того, вводится дополнительный фазовый сдвиг в модуляцию конечного $\pi/2$ -импульса, пропорциональный времени задержки, так что даже без потокового импульса на элемент связи мы получаем затухающие колебания с частотой 1 МГц. И потоковый импульс на элемент связи и возбуждающий импульс на кубит «А» приводят к сдвигу частоты кубита «В», и, как следствие, к изменению частоты осцилляций. Экспериментальные результаты представлены на рисунках 3.24б-г. Удвоенная разница частот колебаний кубита «В» для случаев возбужденного и невозбужденного кубита «А» и даст величину ZZ -взаимодействия ζ_{zz} , показанную на рисунке 3.24д. Результаты измерений подтверждают, что в разработанном процессоре удастся подавить паразитное статическое ZZ -взаимодействие (менее 1 кГц) в широком диапазоне магнитных потоков в элементе связи.

Двухкубитный вентиль типа $\sqrt{i\text{SWAP}}$ реализуется адиабатическим индуцированием вакуумных осцилляций Раби между состояниями $|10\rangle$ и $|01\rangle$ двухкубитной системы. Скорость этих осцилляций регулируется путем контроля ω_C , которая эффективно перестраивает силу связи g_{xx} (см. рисунок 3.25в).

Разность частот кубитов в их рабочих точках (точки вырождения потока $\Phi_0/2$) составляет примерно $\Delta = 23$ МГц, в то время как максимальная эффективная сила связи составляет величину около $g_{xx}^{\max} \approx 8$ МГц. В данном случае для реализации запутывающего вентиля недостаточно простого увеличения эффективной силы связи между кубитами перестройкой элемента связи в точку вырождения потока, так как амплитуда вакуумных Раби осцилляций, оцениваемая по формуле $4g_{xx}^2/(4g_{xx}^2 + \Delta^2)$, меньше значения 0,5, необходимого для вентиля $\sqrt{i\text{SWAP}}$. Прямое решение проблемы разности частот кубитов заключается в подаче потокового импульса на линию контроля кубита «В» одновременно с потоковым импульсом на элемент связи. Однако, такой подход идет вразрез с самой идеей использования кубитов-флакониумов с более высокими временами когерентности из-за больших скоростей дефазировки кубитов вне точек вырождения потока.

Чтобы преодолеть это препятствие, мы используем метод параметрического сдвига частоты, продемонстрированный ранее для кубитов-трансмонов в [55]. Вместо подачи прямоугольного потокового импульса на кубит его частота смещается при помощи периодической модуляции потока. Это значительно снижает влияние низкочастотных потоковых шумов на когерентные свойства

кубитов. Амплитуда такой модуляции выбирается так, чтобы эффективная частота кубита «В» становилась равной частоте кубита «А». Процедура калибровки Z-импульса для параметрического сдвига частоты кубита была описана в разделе 3.2.3.

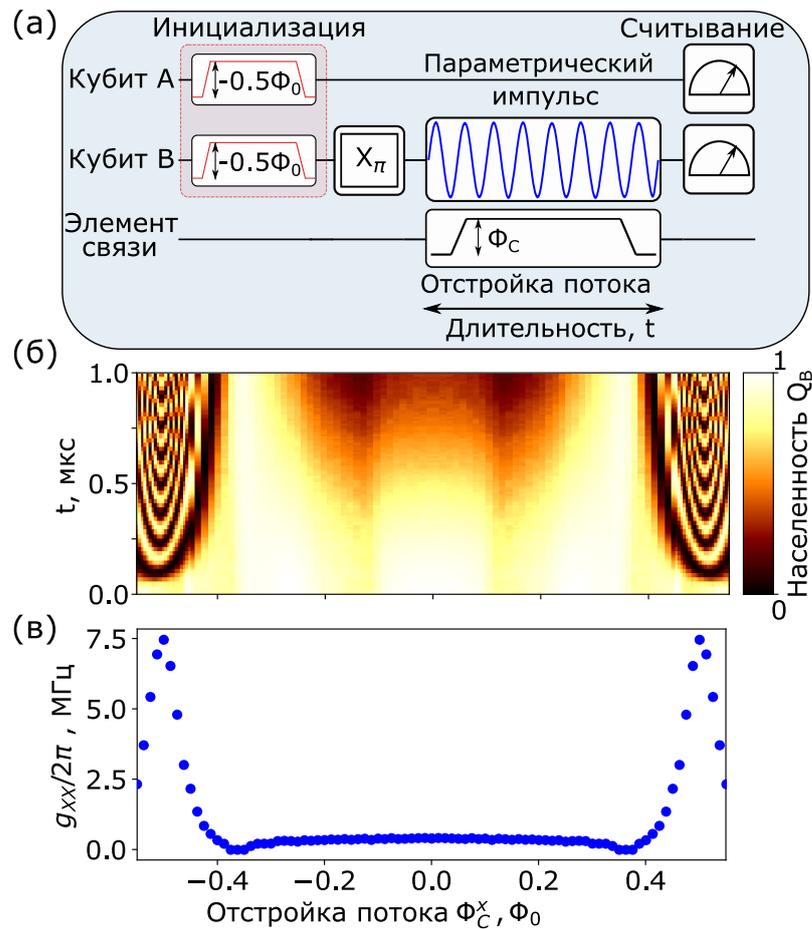
Двухкубитное ХХ-взаимодействие

Сначала необходимо охарактеризовать эффективную величину взаимодействия между кубитами g_{xx} путем измерения обмена энергией между состояниями $|10\rangle$ и $|01\rangle$ в зависимости от смещения потока элемента связи. Перед началом измерений мы приготавливаем состояние $|01\rangle$, прикладывая π -импульс к кубиту «В», за которым следует параметрический Z-импульс $\Phi_B(t)$ (частота которого равна $\omega_p/2\pi = 100$ МГц, а амплитуда $\tilde{\Phi} = 0,016 \Phi_0$) переменной длительности импульса t_d , чтобы привести его в резонанс с кубитом «А» (рисунок 3.25а). Во время параметрической модуляции эффективная сила связи между кубитами изменяется смещением потока в элементе связи путем подачи прямоугольного потокового импульса с амплитудой Φ_C^x . Результат измерения населенности кубитов как функции t_d и Φ_C^x представлен на рисунке 3.25б.

Для количественной оценки силы связи между кубитами g_{xx} мы аппроксимируем осцилляции населенности состояния $|01\rangle$ гармоническими колебаниями при каждом значении амплитуды потокового импульса на элементе связи. Частоты полученных гармонических колебаний показаны на рисунке 3.25в. Как и ожидалось при моделировании [50], максимальное значение величины взаимодействия наблюдается в точке вырождения потока элемента связи ($\Phi_C = 0,5\Phi_0$) и также остается относительно постоянным $g_{xx} \approx 0,4$ МГц в широком диапазоне от $-0,3\Phi_0$ до $0,3\Phi_0$.

Калибровка двухкубитного вентиля типа \sqrt{i} SWAP

Здесь рассматривается двухкубитный вентиль типа \sqrt{i} SWAP: $f\text{Sim}(\theta, \varphi)$ с $\theta = -\pi/4$. Физически вентиль состоит из параметрического Z-импульса, по-



(а) – Последовательность импульсов для измерения величины взаимодействия кубитов при параметрической модуляции (кубит «В» приводится в резонанс с кубитом «А») в зависимости от амплитуды потокового импульса на элемент связи. (б) – Результаты наблюдения обмена энергией между состояниями $|10\rangle$ и $|01\rangle$ как функции амплитуды потокового импульса Φ_C^x на элемент связи. (в) – Эффективное XX -взаимодействие g_{xx} в зависимости от Φ_C^x .

Рисунок 3.25 — Наблюдение XX -взаимодействия.

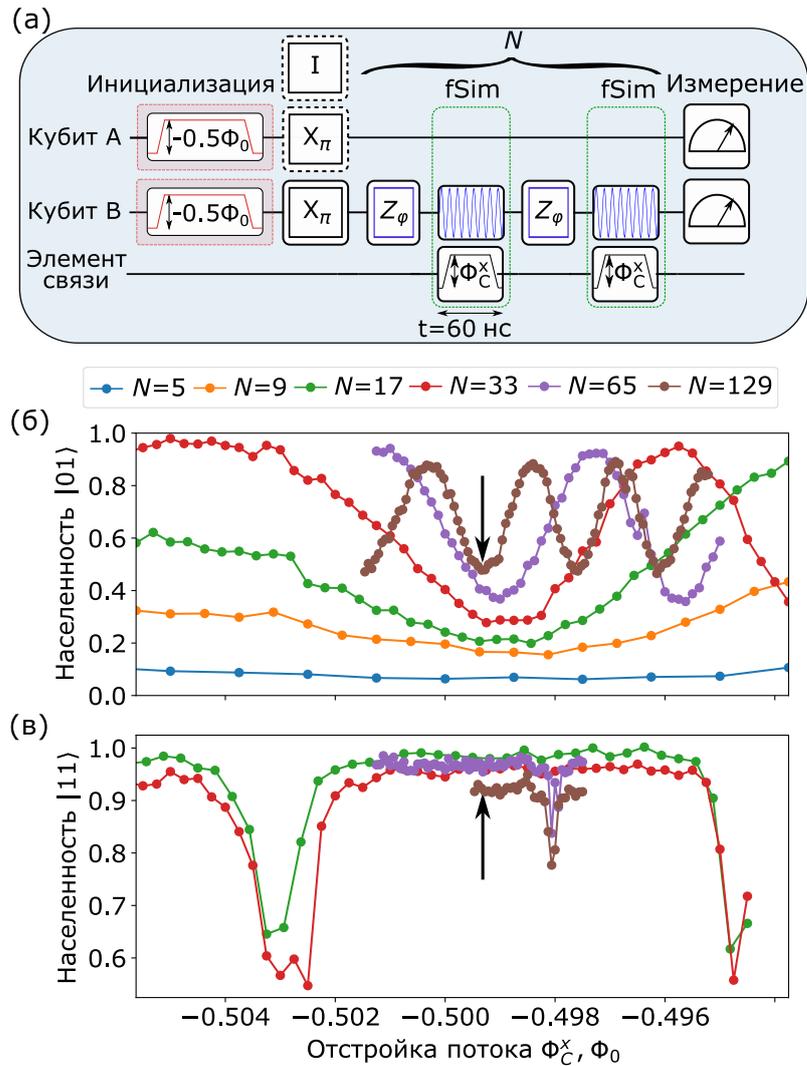
даваемого на кубит «В» и сдвигающего его частоту, и потокового импульса на элемент связи. Общая длительность комбинированного вентиля составляет 60 нс, что соответствует 6 периодам параметрического импульса. Во избежание утечки за пределы вычислительного подпространства во время подачи потокового импульса на элемент связи мы заменяем его передний и задний фронт фрагментами синусоиды. Длительность фронта подбирается таким образом, чтобы результирующая амплитуда калиброванного потокового импульса была как можно ближе к $0,5\Phi_0$, в результате чего как для переднего, так и для заднего фронта получаем длительность равную 14 нс. Цель представленной в этом

разделе процедуры калибровки — найти амплитуду Φ_C^x , соответствующую двухкубитному вентилю для фиксированной длительности импульса.

Последовательность импульсов, используемая для калибровки, показана на рисунке 3.26а. Идея такой калибровочной последовательности заключается в том, что для нечетного числа N пар вентилях $\text{fSim}(\frac{\pi}{4}, \varphi)$ населенности состояний $|01\rangle$ и $|10\rangle$ меняются местами. В начале последовательности возбуждается кубит «В», а кубит «А» остается в основном состоянии после инициализации (единичный вентиль I на рисунке 3.26а). Это соответствует состоянию $|01\rangle$ двухкубитной системы. После применения последовательности измеряется населенность состояния $|01\rangle$. Цель измерения — найти параметры импульса, при которых конечная населенность состояния $|01\rangle$ будет минимальна.

Помимо эффекта обмена населенностями состояний $|01\rangle$ и $|10\rangle$ и условного набега фазы состояния $|11\rangle$ применение такого двухкубитного вентиля также приводит к набегу однокубитных фаз. Если фазы, набегающие на каждом кубите в течение одного двухкубитного вентиля, не совпадают, то последующие вентили fSim не будут когерентно складываться, и амплитуда колебаний населенностей между состояниями $|01\rangle$ и $|10\rangle$ будет меньше единицы. Чтобы устранить эффект разного набега фаз, после каждого вентиля fSim добавляется физический Z -импульс, который представляет собой один период осциллирующий параметрического потокового импульса, сдвигающего частоту кубита, и компенсирующего разность набега фазы (импульс Z_φ на рисунке 3.26а). Для корректной оценки Φ_C^x нужно одновременно найти амплитуду Z_φ -импульса, максимизирующую амплитуду колебаний населенности.

Процедура калибровки заключается в последовательном сканировании амплитуды потокового импульса на элемент связи, а затем сканировании амплитуды параметрического Z_φ -импульса. Пара таких измерений выполняется сначала для $N = 5$, затем для $N = 9$ и далее для $N = 2^m + 1$, где m — номер итерации. При больших m декогеренция становится ограничивающим фактором, уменьшающим амплитуду колебаний между состояниями $|01\rangle$ и $|10\rangle$. На каждой итерации обновляются амплитуды Z_φ -импульса и амплитуды потокового импульса на элемент связи, выбирая точку минимальной населенности состояния $|01\rangle$. Для большей надежности мы суммируем линейно интерполированные населенности из всех предыдущих итераций.



(а) – Последовательность импульсов для калибровки амплитуды вентиля \sqrt{i} SWAP. Кубит «А» инициализируется в основном состоянии (при этом состоянии двухкубитной системы – $|01\rangle$) для калибровки амплитуды двухкубитного вентиля, и в первом возбужденном состоянии (при этом состоянии двухкубитной системы – $|11\rangle$) для измерения утечки в невычислительные состояния. Двухкубитный вентиль типа \sqrt{i} SWAP состоит из параметрического Z-импульса на кубит «В», подаваемого параллельно с 60 нс прямоугольным потоковым импульсом с 14 нс фронтами на элемент связи. Параметрический потоковый импульс Z_ϕ подается на кубит «В» перед каждым вентиляем \sqrt{i} SWAP для компенсации набега фазы. (б) – Населенность состояния $|01\rangle$ в зависимости от амплитуды потокового импульса на элемент связи Φ_C^x . (v) – Населенность состояния $|11\rangle$ в зависимости от амплитуды потокового импульса на элемент связи Φ_C^x . Черные стрелки на рис.(б) и (v) показывают выбранное значение амплитуды потокового импульса

$$\Phi_C^x = -0,49787.$$

Рисунок 3.26 – Калибровка двухкубитного вентиля типа \sqrt{i} SWAP.

Результаты сканирования амплитуды потокового импульса Φ_C^x на элементе связи показаны на рисунке 3.26б. Выбранное в ходе калибровки значение $\Phi_C^x = -0,49787$, соответствующее $\theta = \pi/4$, показано черной стрелкой.

Также было проведено измерение сохранения состояния $|11\rangle$. При определенных условиях может произойти утечка из дважды возбужденного состояния исследуемой системы в невычислительное возбужденное состояние степени свободы элемента связи. Для этого готовится $|11\rangle$ путем подачи π -импульсов на оба кубита (Q_A и Q_B) и измеряется населенность состояния $|11\rangle$ после выполнения набора калиброванных двухкубитных вентилей $\sqrt{i\text{SWAP}}$ (рисунок 3.26в). Черная стрелка указывает оптимальную амплитуду потокового импульса Φ_C^x , определенную ранее.

3.2.6 Измерение точности двухкубитного вентиля fSim при помощи перекрестно-энтропийного тестирования

Чтобы определить точность двухкубитного вентиля fSim, используется процедура перекрестно-энтропийного тестирования (ХЕВ), подробно описанная в [12]. Главной особенностью такого метода является то, что он позволяет не только вычислить точность исследуемого вентиля, но и оценить неизвестные параметры в его унитарной матрице. Помимо углов θ и φ , явно указанных в определении fSim (3.3), будучи физически реализованным на конкретной двухкубитной системе этот вентиль также включает три независимых однокубитных вращения фазы, которые происходят из-за сдвига частот кубитов во время двухкубитного вентиля.

Другая важная особенность заключается в том, что представление, связанное с XX -взаимодействием, которое генерирует вентиль fSim, отличается от представления, связанного с однокубитными вентилями. Относительная фаза встроенных в AWG осцилляторов с числовым программным управлением (NCO), используемых для однокубитных унитарных операций, зависит от времени как $(\omega_A - \omega_B)t$; эта фаза также входит в недиагональные матричные элементы унитарной матрицы двухкубитного вентиля. Точно так же виртуальные Z -вращения, реализованные фазовыми сдвигами NCO, не влияют на вентиль fSim. Таким образом, фактически у нас есть два представления,

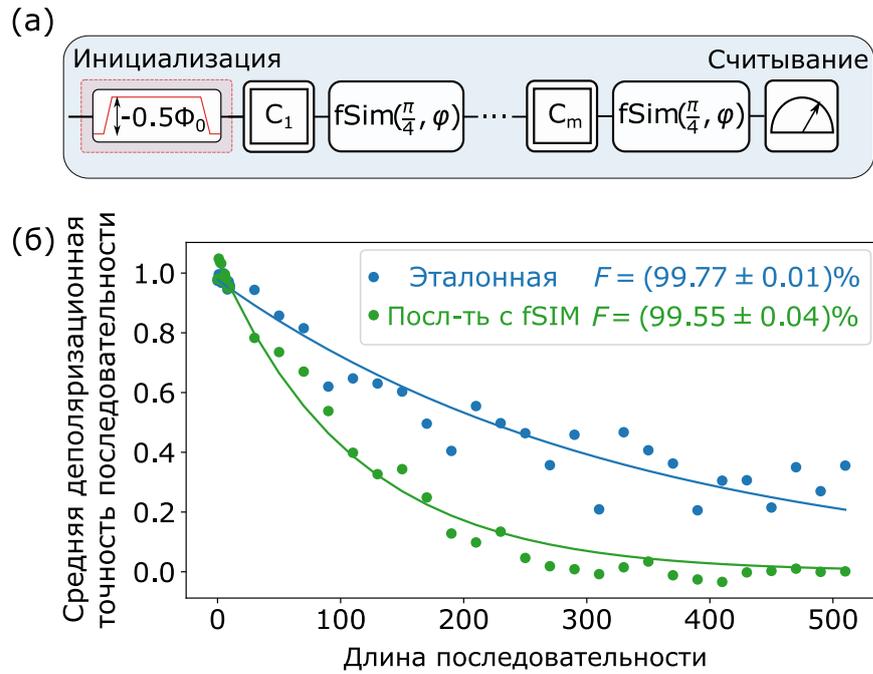
описывающих поведение двухкубитного устройства: представление, вращающееся вместе с кубитами, которое определяется осцилляторами в генераторе сигналов, управляющем кубитами, и лабораторное представление, в котором кубиты вращаются с разными частотами. Моделирование эволюции системы под воздействием как однокубитных, так и двухкубитного fSim вентиля должно учитывать переходы между этими представлениями.

Идея метода XEB аналогична рандомизированному тестированию (randomized benchmarking - RB) и перемежающему рандомизированному тестированию (interleaved randomized benchmarking - IRB). В отличие от RB и IRB, после выполнения последовательности случайных вентилях мы не применяем последний («возвратный») вентиль, который, в приближении идеальных вентилях, «отменяет» действие предыдущих вентилях и возвращает кубит в собственное состояние оператора измерения, а измеряем систему в случайном состоянии суперпозиции. Для каждой длины последовательности (m) выполняются измерения большого количества (100) различных случайных последовательностей.

Оценка параметров двухкубитного вентиля выполняется путем сравнения измеренных распределений вероятностей с распределениями вероятностей, смоделированными для последовательностей идеальных унитарных вентилях. Максимизируя линейную перекрестную энтропию между результатами моделирования и эксперимента, получена оценка параметров вентиля: $\theta/\pi = 0,2502$, $\varphi/\pi = 0,0255$. После нахождения параметров унитарного вентиля мы оцениваем среднюю деполяризационную точность конечного состояния $\overline{\epsilon}_m$. Она может быть аппроксимирована функцией ap^m , где p — параметр деполяризации, а a — дополнительный параметр, используемый для учета ошибок приготовления и измерения состояний (SPAM). Средняя точность выполненных вентилях определяется выражением

$$F = p + (1 - p)/D, \quad (3.31)$$

где $D = 2^n$ - размерность гильбертова пространства (в данном случае $n = 2$). Если исследуемый вентиль вставляется после каждой однокубитной операции, то средняя точность этого вентиля определяется по формуле (3.31) с $p = p_2/p_1$, где p_2 и p_1 — параметры деполяризации, соответствующие последовательностям вентилях с перемежающим (исследуемым) вентиляем и без него (опорные последовательности).



(а) – Последовательность импульсов для перекрестно-энтропийного тестирования. (б) – Деполаризационная точность последовательности. Синим показаны данные для эталонной последовательности однокубитных импульсов из группы Клиффорда без двухкубитного вентиля, зеленым – с промежуточным двухкубитным вентилем. Данные усредняются по 100 случайным реализациям для каждой длины последовательности. Рисунок 3.27 — Перекрестно-энтропийное тестирование (ХЕВ) двухкубитного вентиля типа \sqrt{i} SWAP.

На рисунке 3.27(б) синими точками показан экспоненциальный спад деполаризационной точности $\overline{\varepsilon}_m$ эталонных (опорных) случайных последовательностей однокубитных импульсов из группы Клиффорда, применяемых одновременно к двум кубитам. Зеленые точки показывают аналогичные результаты для случая, когда перемежающийся (исследуемый) вентиль fSim вставлен между однокубитными операциями, как показано на рисунке 3.27(а). Из метода наименьших квадратов получаем $p_1 = (99,697 \pm 0,016)\%$ и $p_2 = (99,10 \pm 0,04)\%$. Результирующая точность вентиля fSim при этом равна $F = (99,55 \pm 0,04)\%$.

3.2.7 Калибровка двухкубитного вентиля CZ

Вентиль fSim, который можно естественным образом реализовать на нашем двухкубитном устройстве, имеет ряд недостатков. Во-первых, это вопрос двух разных представлений для однокубитных и двухкубитных вентиляей, который обсуждался в выше. Во-вторых, запутывающий двухкубитный вентиль из группы Клиффорда, такой как iSWAP или CZ, будет более полезен для сравнения производительности нашего устройства с другими реализациями двухкубитных вентиляей. Наконец, именно двухкубитные вентили из группы Клиффорда используются в алгоритмах.

В данной работе мы составляем вентиль CZ из двух вентиляей fSim($\frac{\pi}{4}$, φ) и 5 однокубитных вентиляей, используя последовательность, предложенную в дополнительных материалах к работе [50]. Здесь эта последовательность показана в виде импульсов, подаваемых на разные каналы управления двухкубитной системы (см. рисунок 3.28а). В основе этой последовательности импульсов лежат два идентичных вентиля fSim, разделенные π -импульсом, обозначаемым как $U_3(\pi, \varphi_x, \lambda_x - \varphi_x)$. Эта последовательность, подобная эксперименту со спиновым эхом, позволяет компенсировать условный набег фазы φ в вентиляях fSim. Результирующий вентиль будет эквивалентен вентилю CZ с точностью до однокубитных вентиляей. Кроме того, легко показать, что эти однокубитные вентили могут быть выражены через $\pi/2$ -импульсы, обозначаемые как $U_2(\varphi_i, \lambda_i - \varphi_i), i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Еще одно ключевое преимущество этой последовательности состоит в том, что оператор CZ является диагональным в вычислительном базисе. Таким образом, он остается инвариантным при унитарном преобразовании, от представления однокубитных вентиляей (представление, вращающееся вместе с кубитами) к представлению двухкубитных вентиляей (лабораторное представление). Как следствие, когда мы создаем последовательность импульсов в лабораторном представлении, реализующую вентиль CZ, такую последовательность импульсов можно будет использовать в любой момент времени. В отличие от импульсов, используемых для реализации автономных однокубитных вентиляей, однокубитные вентили в такой последовательности всегда должны иметь одинаковую фазу модуляции в лабораторном представлении. Это гарантирует

то, что относительная фаза между вентиляем fSim и однокубитными вентилями останется неизменной.

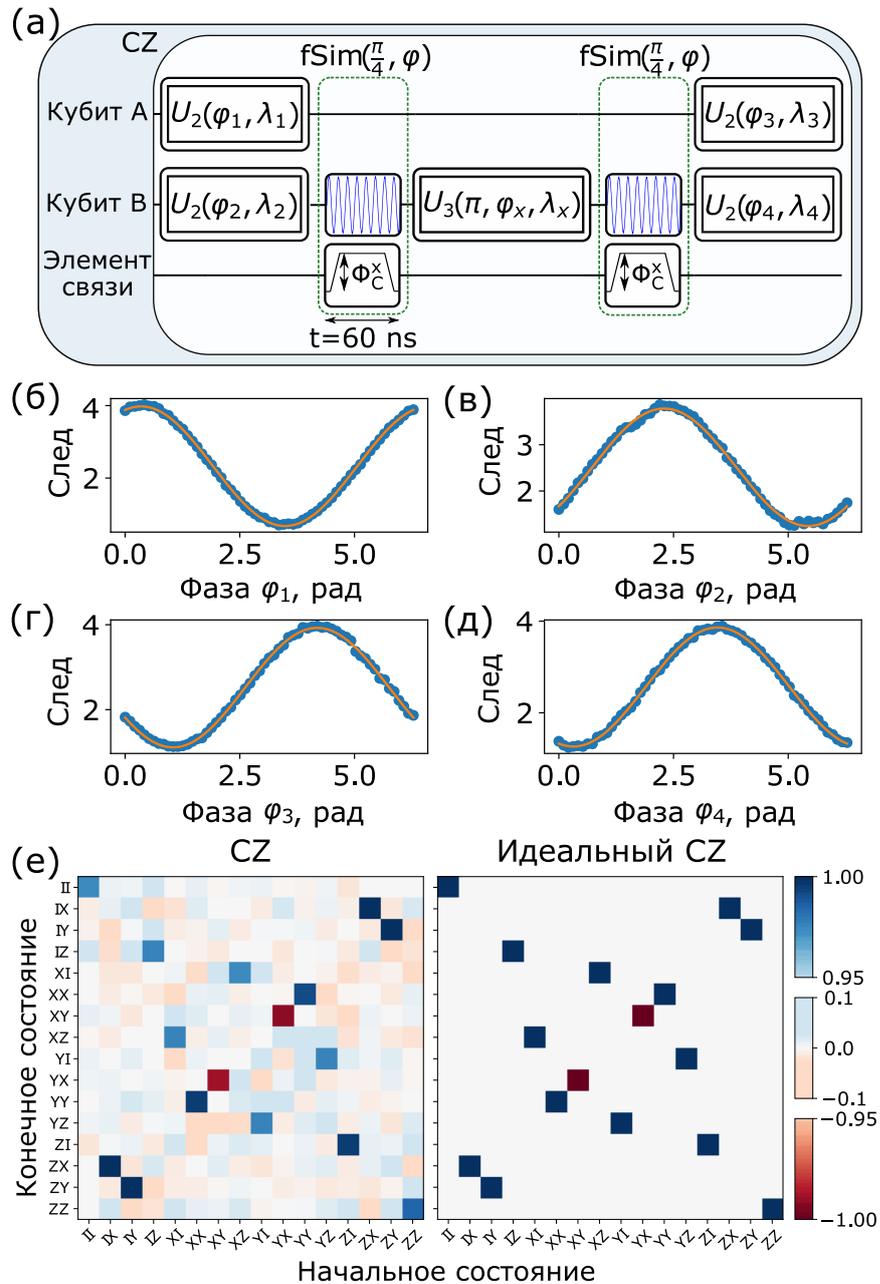
Процедура калибровки вентиля CZ начинается с известной амплитуды однокубитных $\pi/2$ -импульсов и определенной заранее последовательности импульсов, соответствующей fSim($\pi/4, \varphi$). При этом нам не нужны предварительные знания об относительных фазах любого из этих импульсов. Пусть U — унитарная матрица, описывающая действие импульсов, показанных на рисунке 3.28а. Для любых значений относительных фаз $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_x, \varphi_x$ существует множество значений $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, для которых U имеет диагональный вид. Кроме того, квадраты абсолютных значений диагональных элементов U могут быть выражены как

$$|u_{ii}|^2 = \prod_{j=1}^4 \cos^2 \frac{\varphi_j - \varphi_j^o}{2}, \quad (3.32)$$

где φ_j^o соответствуют искомым значениям φ_j , которые соответствуют диагональному виду унитарной матрицы U .

Мы исследуем сумму квадратов абсолютных значений диагональных элементов U , приготавливаем каждое из вычислительных состояний ($|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$), выполняя последовательность вентиляей (рисунок 3.28а) и измеряя населенность, оставшуюся в приготовленном состоянии. Полученную величину можно интерпретировать как след классической матрицы переходных вероятностей. Следует обратить внимание, что согласно уравнению (3.32) все диагональные элементы матрицы переходных вероятностей равны и являются произведениями функций от $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. Таким образом, значения $\varphi_1^o, \varphi_2^o, \varphi_3^o$ и φ_4^o можно найти, используя только одномерные сканы по $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и φ_4 . Результаты измерения следа матрицы переходных вероятностей показаны на рисунках 3.28б-д.

После калибровки последовательности импульсов, соответствующей диагональному оператору, который с точностью до однокубитных операций эквивалентен вентилю CZ, остается только два свободных параметра. Эти параметры представляют собой углы однокубитных вращений вокруг оси Z . Эти углы могут быть определены из результатов квантовой томографии процесса, подробное описание которой приведено в работах [69; 70]. После дополнения калиброванной последовательности импульсов виртуальными однокубитными Z -импульсами, компенсирующими эти вращения, квантовая томография



(а) – Последовательность вентилей эквивалентных вентилю CZ. (б-д) – Результаты калибровки φ_1 , φ_2 , φ_3 , φ_4 (синие точки) и аппроксимация гармонической функцией. (е) – Матрица переноса паули калиброванного вентиля CZ (слева) с точностью 99.4% полученная из квантовой томографии процесса. Матрица переноса Паули идеального вентиля CZ (справа) показана для сравнения.

Рисунок 3.28 — Калибровка вентиля CZ и квантовая томография процесса.

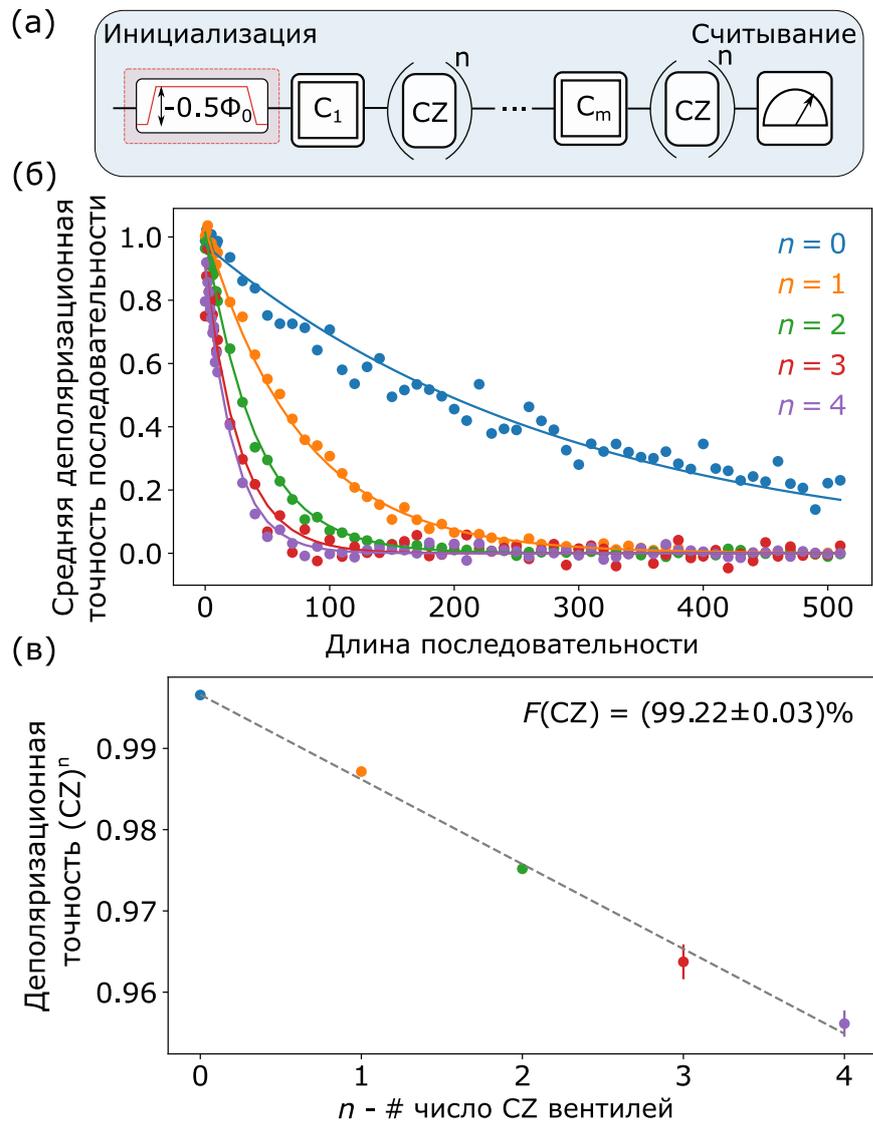
процесса проводится повторно. Результирующая матрица переноса Паули калиброванной последовательности, эквивалентной вентилю CZ, показана на рисунке 3.28е, оценка точности двухкубитного вентиля, полученная на основании результатов такого измерения, составляет 99,4%.

3.2.8 Измерение точности двухкубитного вентиля CZ при помощи перекрестно-энтропийного тестирования

В данном разделе, представлены результаты определения точности составного двухкубитного вентиля CZ в ходе перекрестно-энтропийного тестирования ХЕВ. Последовательность импульсов, используемая для этого эксперимента показана на рисунке 3.29а. Эксперимент проводится для n последовательных двухкубитных вентилях CZ, чередующихся со случайными однокубитными вентилями из группы Клиффорда. На рисунке 3.29б,в показана зависимость средней деполяризационной точности последовательности от ее длины для разного числа двухкубитных вентилях. Как видно из рисунка, точность применения последовательного числа двухкубитных вентилях CZ линейно зависит от их числа n , что указывает на отсутствие когерентных ошибок. Точность двухкубитного вентиля, полученная из линейной аппроксимации зависимости, составляет $F = (99,22 \pm 0,03)\%$ на один вентиль. Ошибки получены из стандартной дисперсии метода наименьших квадратов и общепринятых формул для расчета ошибок.

3.3 Выводы по главе

Разработан и экспериментально реализован двухкубитный квантовый процессор с перестраиваемым взаимодействием на основе модифицированных кубитов-флаксоиумов. Проведена демонстрация высокоточного двухкубитного квантового вентиля fSim. Предложен алгоритм построения и калибровки составного двухкубитного вентиля CZ. Экспериментально реализован алгоритм перекрестно-энтропийного тестирования, позволивший провести измерение точ-



(а) – Последовательность импульсов для перекрестно-энтропийного тестирования вентиля CZ. (б) – Деполаризационная точность последовательностей с разным числом ($n = 0 \div 4$ - обозначены цветом) промежуточных вентилях CZ. Данные усредняются по 100 случайным реализациям для каждой длины последовательности. (в) – Точность выполнения n двухкубитных вентилях (CZ^n) в зависимости от числа n .

Линейная зависимость свидетельствует о некогерентных ошибках.
 Рисунок 3.29 — Перекрестно-энтропийное тестирование (ХЕВ) двухкубитного вентиля CZ.

ности двухкубитных вентилях. Для реализации параметрического резонансного двухкубитного вентиля fSim применялись параметрические Z-импульсы для модуляции потока кубита «B» и приведения его в резонанс с кубитом «A». Для низкочастотных кубитов, используемых в исследуемом устройстве, был предложен и реализован механизм инициализации кубитов в основном состоянии. Архитектура процессора с перестраиваемым элементом связи дала возможность не только реализовать двухкубитные вентили с высокой точностью, но и подавить остаточное паразитное ZZ-взаимодействие (здесь менее 1 кГц), что позволило продемонстрировать параллельные однокубитные операции с высокой точностью. Падение точности однокубитных операций при одновременном тестировании двух кубитов в сравнении с независимым тестированием кубитов составило в среднем около 0,1 %, что существенно лучше в сравнении с процессорами без перестраиваемых элементов связи.

Количественный анализ и сравнение параметров представленного в настоящей диссертации двухкубитного квантового процессора с результатами полученными ранее в 2020—2022 гг. в США (University of Maryland)[20] и Китае (Alibaba Quantum Laboratory) [21] позволяет сделать заключение о перспективах использования разработанной системы с перестраиваемым элементом связи. Так, времена жизни и времена дефазировки кубитов в составе исследуемой двухкубитной системы выше чем в альтернативной планарной схеме [21], но без перестраиваемого элемента связи ($T_1 = 80(57)$ мкс и $T_{2Echo} = 30(17)$ мкс для Q_A (Q_B), соответственно), и в схеме, помещенной в объемный резонатор ($T_{2Echo} = 31(64)$ мкс для Q_A (Q_B), соответственно). Кроме того, средние точности однокубитных операций, полученные на исследуемом двухкубитном процессоре при одновременном применении однокубитных Клиффордов и одновременном считывании кубитов, выше чем в работе[21] (99,95%(99,83%) для Q_A (Q_B), соответственно) и в работе[20] (95,8% для Q_A и Q_B).

Необходимо также отметить, что использование гальванически встроенных линий контроля потока кубитов позволяет сократить число управляющих каналов с двух [21], где один канал связан индуктивно с кубитом и используется для подачи постоянного смещения на кубиты, а второй канал связан с кубитом емкостно и используется для реализации однокубитных вентилях, до одного на каждый кубит. Это в перспективе масштабирования упрощает систему контроля и существенно снижает нагрузку на криостат. Перестраиваемый элемент связи позволил получить гораздо меньшее значение остаточного паразитного

ZZ -взаимодействия (для сравнения в работе [21] оно составило величину 0,235 МГц), а также подавить перекрестные наводки до 0,25% (в работе [21] оно составило величину 7%, а в работе [20] нет линий индивидуального контроля постоянного смещения на кубиты).

Полученные в данной главе результаты раскрывают интересный и многообещающий подход к отказоустойчивым квантовым вычислениям с низкочастотными кубитами, которые могут стать конкурентоспособной альтернативой сверхпроводниковым процессорам на кубитах-трансмонах. Очевидно, что низкая частота вычислительных кубитов открывает возможность использования субгигагерцовой электроники и линий контроля как для вентиляционных операций над кубитами, так и для индивидуального контроля, что, в свою очередь, позволяет значительно уменьшить сложность системы управления процессором за счет использования одной гальванически связанной линии контроля потока для каждого кубита. Результаты экспериментальных исследований двухкубитного процессора подготовлены к публикации [22].

Глава 4. Квантовые биения одиночного флаксона, заключенного в СКВИД

4.1 Введение

Длинные джозефсоновские переходы, а также цепочки и массивы, образованные джозефсоновскими переходами, в том числе джозефсоновские передающие линии (ДПЛ), состоящие из параллельных джозефсоновских переходов, соединенных индуктивностями, являются идеальными платформами для изучения динамики топологически устойчивых возбуждений, так называемых магнитных флаксонов (МФ). Данные макроскопические объекты представляют собой вихри постоянных токов, каждый из которых несет квант магнитного потока Φ_0 . Классическая динамика таких флаксонов в присутствии постоянных и переменных магнитных и электрических полей изучалась ранее [71; 72]. Наблюдались такие явления, как: релятивистские эффекты [71], “bunching” флаксонов [73], многосолитонные возбуждения [74], черенковское излучение плазменных осцилляций [75; 76], неравновесные метастабильные состояния флаксонов [77], выход из потенциальной ямы под действием тепловых флуктуаций [78], и другие. Несмотря на то, что параллельный массив джозефсоновских контактов, образующий ДПЛ, состоит из множества сильно взаимодействующих степеней свободы, классическая динамика большого флаксона, занимающего несколько ячеек в массиве, может быть точно отображена на релятивистскую механику его центра масс [71; 78].

Стоит отметить, что при использовании сверхпроводниковых квантовых цепей и кубитов, состоящих из одиночных маленьких джозефсоновских переходов или многоконтактных сверхпроводниковых квантовых интерферометров (СКВИДов) наблюдались различные когерентные макроскопические квантовые явления, например, макроскопическое квантовое туннелирование, квантовые биения, когерентные колебания амплитуды вероятности нахождения флаксона справа и слева, индуцированные микроволновым излучением осцилляции Раби, осцилляции Рамзея [5; 68; 79; 80]. Однако, в этой области все еще остается неисследованной квантовая когерентная динамика мобильных возбуждений (магнитных флаксонов) и возможность их использования в качестве “лета-

ющих” кубитов для манипулирования квантовой запутанностью и передачи квантовой информации на чипе. Поэтому возникает естественный вопрос: возможно ли наблюдать когерентные квантово-механические эффекты в динамике макроскопических топологических возбуждений, таких как флаксоны, возникающих в сильно взаимодействующих квантовых системах многих тел?

Первые попытки экспериментального исследования квантово-механической динамики флаксонов, захваченных в длинном джозефсоновском переходе были сделаны более десяти лет назад в работе [81], где наблюдалось туннелирование и квантование уровней энергии одиночного флаксона в потенциале непрерывного длинного джозефсоновского контакта. Также были предсказаны и наблюдались более сложные некогерентные квантовые явления, такие как квантовые осцилляции и квантовая диссоциация пар вихрь-антивихрь [82]. Однако когерентная макроскопическая квантовая динамика флаксонов во временной области пока не наблюдалась, что связано с их относительно большим размером и, как следствие, низкой эффективной зарядовой энергией в длинных джозефсоновских переходах, что, в свою очередь, препятствует сохранению их корпускулярности в квантовом режиме.

Уменьшить размер флаксона возможно, используя вместо непрерывного длинного джозефсоновского перехода одномерные массивы квантовых джозефсоновских переходов, формирующих ДПЛ, с большой индуктивностью ячеек системы. ДПЛ состоит из цепочки взаимосвязанных сверхпроводящих петель (ячеек), где связь между соседними ячейками обеспечивается небольшими джозефсоновскими переходами. Схематическое изображение ДПЛ с одним захваченным флаксомом показано на рисунке 4.1а. Флаксон в такой системе соответствует скачку на 2π в распределении разности фаз вдоль джозефсоновских переходов, а положение центра стационарного флаксона совпадает с одной из ячеек.

Для исследования квантового режима работы флаксонов в ДПЛ необходимо использовать достаточно маленькие джозефсоновские переходы, такие, чтобы их энергия Джозефсона была сравнима с их зарядовой энергией. В таком пределе для уменьшения размера флаксона до нескольких ячеек требуются очень большие индуктивности. Использование для этих целей геометрических индуктивностей проблематично, так как в таком случае структура станет очень большой, и большая ёмкость индуктивности будет подавлять туннелирование, а также сделает её сильно чувствительной к паразитным

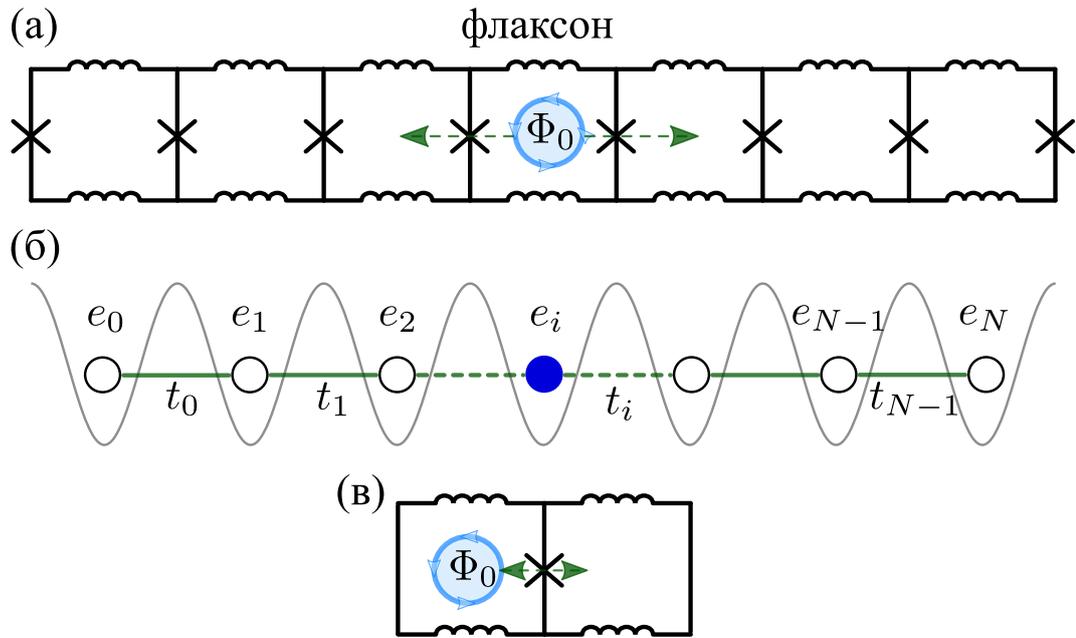


Рисунок 4.1 — (а) — Схематическое изображение одномерного параллельного массива джозефсоновских контактов, соединенных кинетическими индукторами, образующих ДПЛ. (б) — Периодический (Пайерлса-Набарро) потенциал для одиночного магнитного флаксона захваченного в одномерный ДПЛ. Здесь каждой потенциальной яме соответствует ячейка в ДПЛ (а), при этом e_i — соответствует энергии флаксона в i -й яме, а t_i — отвечает за скорость туннелирования. (в) — Простейшая система для изучения квантовой динамики флаксона — двухъячеечный СКВИД. Захваченный в системе флаксон показан синим.

флуктуациям окружающих магнитных полей. Альтернативой геометрическим индуктивностям являются высокие кинетические индуктивности, образованные либо цепочками классических джозефсоновских контактов [36; 83], либо неупорядоченными сверхпроводящими материалами, такими как гранулированный алюминий (grAl) [17; 84], NbTiN [35] или оксид индия [85], аналогично подходу, используемому для изготовления кубитов-флаксонов.

Согласно теоретическому анализу, выполненному в работе [86], ДПЛ с высокой кинетической индуктивностью могут быть сопоставлены с широким классом моделей одномерных решеток с сильной связью и, тем самым, представляют собой интересную платформу для квантового моделирования защищенных симметрией топологических возбуждений. Классический потенциал для одиночного топологического кинка в решетке синус-Гордона - это так называемый потенциал Пайерлса-Набарро [87]. Для флаксона в несмещенной ДПЛ он эквивалентен N вырожденным минимумам, разделенным энергетическими барьерами, центры которых совпадают с джозефсоновскими переходами. При

этом, чем больше размер магнитного флаксона по сравнению с размером ячейки решетки, тем меньше высота этих барьеров (см. рисунок 4.1б). Гамильтониан системы для одночастичной задачи принимает вид:

$$\hat{H}_{tb} = \sum_{i=0}^{N-1} e_i |i\rangle \langle i| + \sum_{i=0}^{N-2} t_i |i\rangle \langle i+1|, \quad (4.1)$$

где $|i\rangle$ обозначает однофлаксонное состояние в i -й ячейке. При составлении гамильтониана \hat{H}_{tb} принимается во внимание только взаимодействие между ближайшими соседями. Энергии флаксона в i -й яме e_i определяются индуктивными энергиями ячеек и джозефсоновскими энергиями переходов, а также зависят от приложенных токов и магнитных полей, пронизывающих ячейки ДПЛ. Амплитуда t_i макроскопического квантового туннелирования флаксона между соседними ячейками системы определяется отношением джозефсоновской энергией E_{Ji} и зарядовой энергией E_{Ci} контакта как $t_i \propto \exp(-\sqrt{8E_{Ji}/E_{Ci}})$, подробности изложены в работе [88]. В такой системе также возможно реализовать пространственную зависимость скорости туннелирования флаксона путем модуляции джозефсоновской энергии переходов вдоль массива.

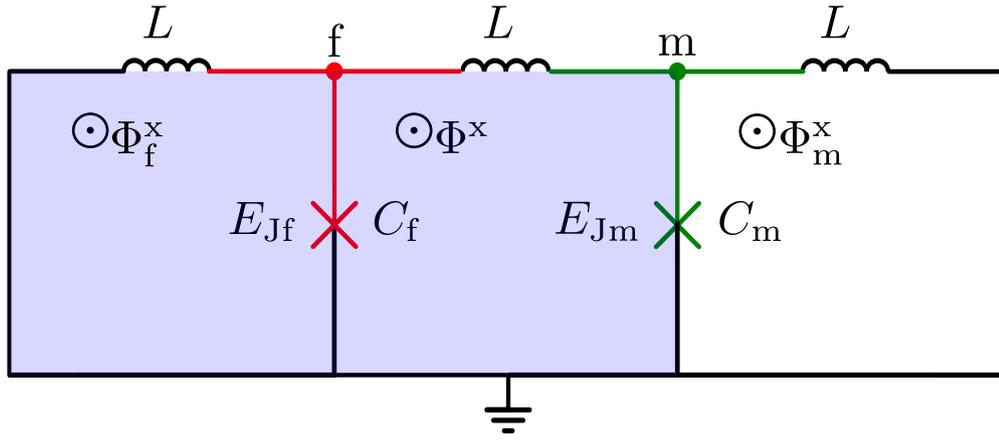
В данной главе представлены результаты теоретических исследований когерентной квантовой динамики флаксона, захваченного в двухъячеечный СКВИД с высокой кинетической индуктивностью (см. рисунок 4.1в). Такая система представляет собой простейшую цепь для наблюдения когерентной квантово-механической динамики одиночного флаксона. Она позволяет локализовать флаксон в одной из двух ячеек (левой или правой), производя манипуляции с внешними магнитными полями. При наличии значительной зарядовой энергии E_C можно также ожидать макроскопическое квантовое туннелирование и когерентные квантовые биения захваченного флаксона между ячейками. Далее, была рассмотрена более сложная система, в которой две ячейки СКВИДа связаны через другую сверхпроводящую ячейку, содержащую два небольших джозефсоновских перехода, образуя таким образом трехъячеечный СКВИД (см. рисунок 4.2), и в результате анализа высокоэнергетического спектра системы предложен метод наблюдения этих (и других) квантово-механических эффектов, связанных с динамикой флаксон, с временным разрешением. В частности, когерентную квантовую динамику одиночного

флаксона, захваченного двумя крайними левыми (крайними правыми) ячейками, можно измерить путем обнаружения плазменных мод правого (левого) джозефсоновского перехода, что эквивалентно локальному возбуждению высокоэнергетических состояний в локальной потенциальной яме [86]. В некотором смысле предложенный подход похож на считывание в обычной схемы квантовой электродинамики цепей с той разницей, что в качестве резонатора используется один из джозефсоновских контактов.

4.2 Электрическая схема, лагранжиан и гамильтониан исследуемой системы

В данном разделе рассматривается трехъячеечный СКВИД состоящий из двух маленьких джозефсоновских контактов. Эквивалентная электрическая схема цепи представлена на рисунке 4.2. Левый (электрод «f» отмечен красными линиями на рисунке) и правый (электрод «m» отмечен зелеными линиями) джозефсоновские переходы характеризуются джозефсоновскими энергиями E_{Jf} и E_{Jm} , соответственно, а также большими шунтирующими емкостями $C_f = C_m = C$. Здесь стоит отметить, что замена одиночного джозефсоновского контакта между крайними левыми и крайними правыми ячейками на двухконтактные СКВИДы позволит перестраивать джозефсоновские энергии связи в широком диапазоне. Джозефсоновские переходы связаны сверхпроводниковыми петлями с высокой кинетической индуктивностью L (для простоты мы считаем их одинаковыми). Внешние магнитные поля Φ_f^x , Φ^x , Φ_m^x пронизывают левую, центральную и правую ячейки СКВИДа, соответственно. В частности, данная цепь позволяет локализовать один флаксон в двух крайних левых (крайних правых) ячейках СКВИДа аналогично протоколу, предложенному в статье [86], и использовать возбуждения плазменных мод в правом (левом) джозефсоновском переходе для определения местонахождения флаксона.

Классическая динамика джозефсоновских переходов определяется зависящими от времени фазами $\varphi_f(t)$ и $\varphi_m(t)$. Воспользовавшись законом Кирхгоффа и правилом квантования магнитного потока в каждой ячейке, мы можем записать лагранжиан трехъячеечного СКВИДа в виде:



Красным обозначен левый джозефсоновский контакт «f», зеленым - правый джозефсоновский контакт «m». L – кинетические индуктивности; Φ_f^x , Φ^x и Φ_m^x – внешние магнитные поля в левой, центральной и правой ячейках СКВИДа, соответственно.

Рисунок 4.2 – Эквивалентная схема с сосредоточенными элементами рассматриваемого трехъячеечного СКВИДа.

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2} \frac{C\Phi_0^2}{(2\pi)^2} \dot{\varphi}_f^2 + \frac{1}{2} \frac{C\Phi_0^2}{(2\pi)^2} \dot{\varphi}_m^2 - E_{Jf}[1 - \cos \varphi_f] - E_{Jm}[1 - \cos \varphi_m] - \\
& - \frac{\Phi_0^2}{2L(2\pi)^2} \left(\varphi_f + \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi_f^x \right)^2 - \frac{\Phi_0^2}{2L(2\pi)^2} \left(\varphi_m - \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi_m^x \right)^2 - \\
& - \frac{\Phi_0^2}{2L(2\pi)^2} \left(\varphi_f - \varphi_m - \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi^x \right)^2, \quad (4.2)
\end{aligned}$$

где $\Phi_0 = h/(2e)$ – квант магнитного потока. Определив узловые заряды как $Q_\alpha = \frac{2\pi}{\Phi_0} \partial L / \partial \dot{\varphi}_\alpha$, ($\alpha = f, m$), мы получим гамильтониан цепи в следующей форме:

$$\hat{H} = \hat{H}_F + \hat{H}_M + \hat{H}_I, \quad (4.3)$$

$$\hat{H}_F = \frac{\hat{Q}_f^2}{2C} + E_{Jf}[1 - \cos \hat{\varphi}_f] + \frac{\Phi_0^2}{L(2\pi)^2} (\hat{\varphi}_f - \pi\Phi_{\Delta f}/\Phi_0)^2 + \frac{(\Phi_{\Sigma f})^2}{2L}, \quad (4.4)$$

$$\hat{H}_M = \frac{\hat{Q}_m^2}{2C} + E_{Jm}[1 - \cos \hat{\varphi}_m] + \frac{\Phi_0^2}{L(2\pi)^2} (\hat{\varphi}_m - \pi\Phi_{\Delta m}/\Phi_0)^2 + \frac{(\Phi_{\Sigma m})^2}{2L}, \quad (4.5)$$

$$\hat{H}_I = -\frac{\Phi_0^2}{L(2\pi)^2} \hat{\varphi}_f \hat{\varphi}_m. \quad (4.6)$$

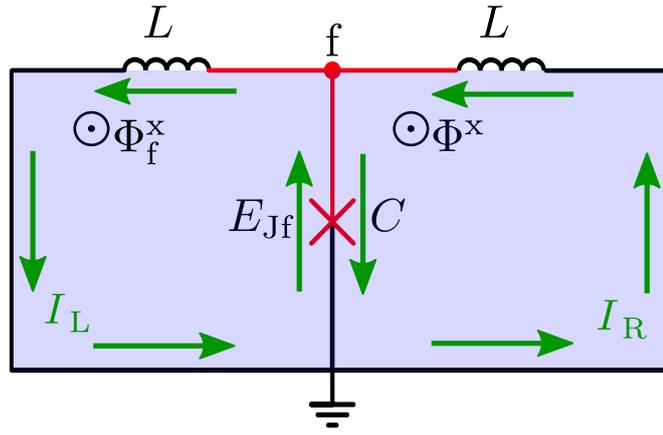
Как видно из этих выражений, полный гамильтониан состоит из трех частей: \hat{H}_F (\hat{H}_M) – это гамильтониан независимого двухъячеечного СКВИДа с внешними магнитными потоками (две крайние левые (крайние правые) ячейки на

рисунке 4.2 и рисунке 4.3); гамильтониан \hat{H}_I описывает индуктивное взаимодействие между системами F и M , благодаря которому гамильтониан \hat{H}_M может использоваться для наблюдения квантовой динамики системы F . Здесь введены обозначения для различных комбинаций внешних магнитных полей: $\Phi_{\Delta f} = \Phi^x - \Phi_f^x$, $\Phi_{\Sigma f} = \Phi_f^x + \Phi^x$, $\Phi_{\Delta m} = \Phi_m^x - \Phi_2^x$ и $\Phi_{\Sigma m} = \Phi^x + \Phi_m^x$. Эти комбинации магнитных потоков не являются независимыми, а удовлетворяют условию: $\Phi_{\Sigma m} - \Phi_{\Sigma f} - \Phi_{\Delta f} - \Phi_{\Delta m} = 0$.

4.3 Квантовая динамика одиночного флаксона

В данном разделе представлены результаты исследования квантовой динамики флаксона, полученные из анализа гамильтониана (4.4). Этот гамильтониан определяет квантовую динамику двухъячеечного СКВИДа с маленьким джозефсоновским переходом. Эквивалентная цепь системы представлена на рисунке 4.3. Внешний поток Φ_f^x (Φ^x) создается в пределах левого (правого) контура СКВИДа. Как уже было сказано выше, высокие кинетические индуктивности L контуров могут быть реализованы в виде длинных цепочек, состоящих из N классических джозефсоновских переходов, образующих так называемую “супериндуктивность”. В таком случае индуктивность ячейки L будет равна $L = N\Phi_0^2/[(2\pi)^2 E_{Ja}]$, где E_{Ja} — джозефсоновская энергия классического перехода в цепочке. Для подавления фазовых флуктуаций в цепочке таких контактов требуется выполнение условия $E_{Ja}/E_{Ca} \gg 1$, где E_{Ca} — зарядовая энергия одного перехода. В таком пределе макроскопическое квантовое туннелирование будет происходить только через туннельный джозефсоновский переход «f». Цепочки классических джозефсоновских контактов широко использовались в качестве “супериндуктивности” для кубитов-флаксониумов[36].

Численная диагонализация гамильтониана (4.4) проводилась для различных наборов параметров системы, при этом варьировались значения джозефсоновской энергии E_J , зарядовой энергии E_C и индуктивной энергии E_L , для определения низколежащих энергетических уровней и соответствующих им волновых функций (подробности расчета описаны в работе [88]). В ходе расчета также варьировались приложенные извне магнитные потоки Φ_f^x и Φ^x для определения зависимостей уровней энергии E_i от $\Phi_{\Delta f} = \Phi^x - \Phi_f^x$.

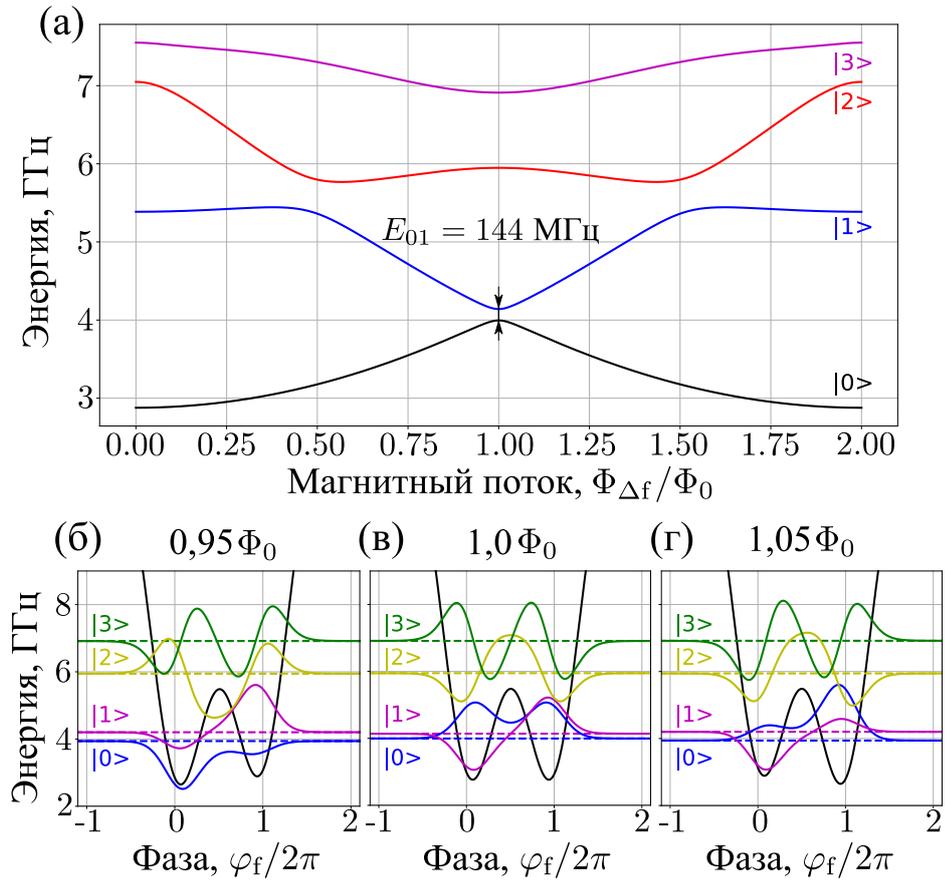


E_{Jf} – джозефсоновская энергия контакта «f»; C – шунтирующая емкость; L – кинетическая индуктивность; Φ_f^x (Φ^x) – магнитный поток, пронизывающий левую (правую) ячейку СКВИДа; I_L (I_R) – постоянный ток, текущий через левую (правую) ячейку.

Рисунок 4.3 – Эквивалентная схема двухъячеечного СКВИДа описываемого гамильтонианом (4.4)

Макроскопическую квантовую динамику флаксона можно наблюдать только в определенном диапазоне параметров. Во-первых, как было сказано выше, необходимо уменьшить “размер” флаксона. Этого можно добиться уменьшением индуктивной энергии и соответствующим увеличением безразмерного параметра $\beta = E_J/E_L \gg 1$. Во-вторых, отношение джозефсоновской энергии E_{Jf} к зарядовой энергии E_C должно быть $E_{Jf}/E_C \geq 1$. С учетом этих условий для дальнейших расчетов были выбраны следующие параметры схемы: $E_C/h = 0,5$ ГГц и $E_L/h = 0,15$ ГГц. Здесь стоит отметить, что такие значения могут быть достаточно легко реализованы в экспериментах со сверхпроводниковыми цепями, о чем свидетельствуют данные, представленные в предыдущих главах диссертации.

При выбранных параметрах электрической цепи была произведена численная диагонализация не зависящего от времени уравнения Шредингера. Рассчитанный энергетический спектр системы для $E_{Jf}/h = 2$ ГГц ($\beta \simeq 13.3$) как функция разности магнитного потока в левой и правой ячейках СКВИДа $\Phi_{\Delta f}$ представлен на рисунке 4.4а для четырех нижних уровней энергии системы (полный магнитный поток в системе считаем равным $\Phi_{\Sigma f} = \Phi_0$). Как видно, энергетические состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ становятся практически вырожденными при $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$, а расщепление $\Delta E_{01}(\Phi_{\Delta f}) = E_1 - E_0$ увеличивается по мере отклонения разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$ от точки вырождения $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$. На

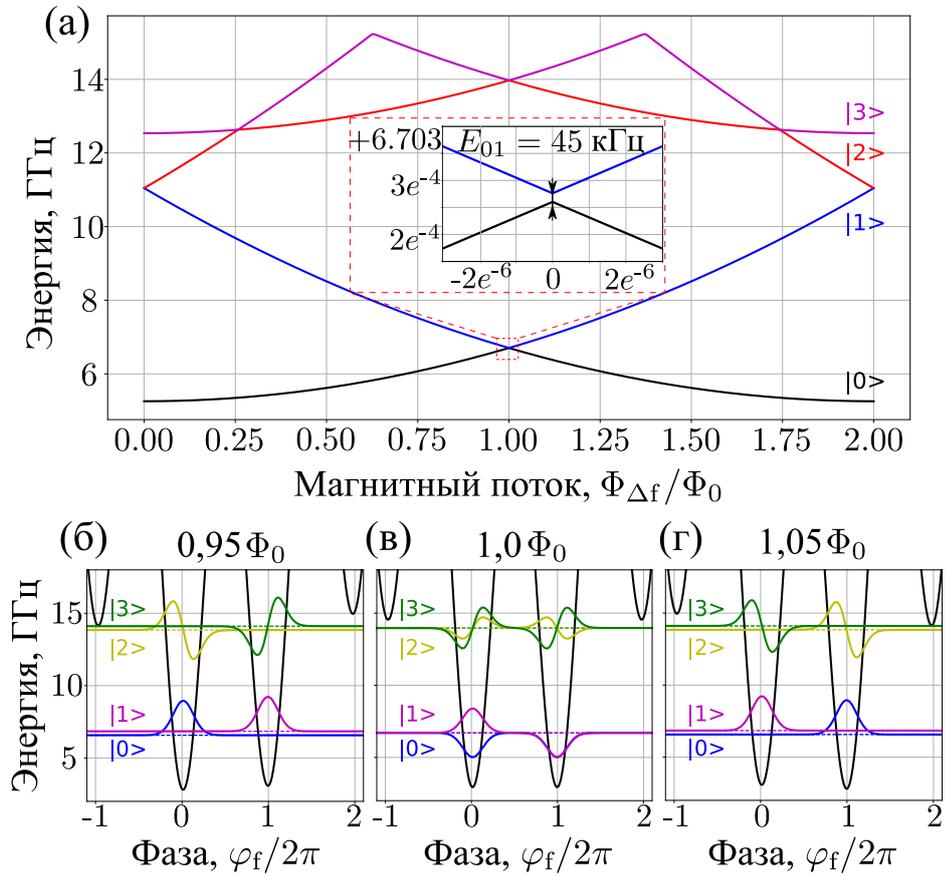


Параметры системы: $E_{Jf}/h = 2$ ГГц, $E_C/h = 0,5$ ГГц, и $E_L/h = 0,15$ ГГц. Система работает в пределе: $\beta \approx 13,3$, $E_{Jf}/E_C = 4$. При расчете суммарный магнитный поток в СКВИДе выбран равным $\Phi_{\Sigma f} = 1,0\Phi_0$

Рисунок 4.4 — (а) — Уровни энергии двухъядечного СКВИДа в зависимости от разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$. (б), (в), (г) — Потенциальная энергия и волновые функции в фазовом представлении при $\Phi_{\Delta f} = 0,95 \Phi_0$, $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$ и $\Phi_{\Delta f} = 1,05 \Phi_0$, соответственно. Здесь состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ близки к вырождению.

рисунке 4.4(б,в,г) показаны низколежащие энергетические уровни, расположенные в потенциальном профиле $U(\varphi_f)$, а также рассчитанные волновые функции при значениях разности магнитных потоков $0,95\Phi_0$, $1,0\Phi_0$ и $1,05\Phi_0$.

Увеличение джозефсоновской энергии E_{Jf} приводит к сильному уменьшению расстояния между энергетическими уровнями Δ в точке вырождения $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$, где $\Delta = \Delta E_{01}$. Для сравнения на рисунке 4.5(а) представлена зависимость уровней энергии от магнитного потока $E_i(\Phi_{\Delta f})$ при $E_{Jf}/h = 15$ ГГц ($\beta = 100$), а на рисунке 4.5(б,в,г) показаны низколежащие энергетические уровни, профиль потенциальной энергии $U(\varphi_f)$ и рассчитанные волновые функции состояний.

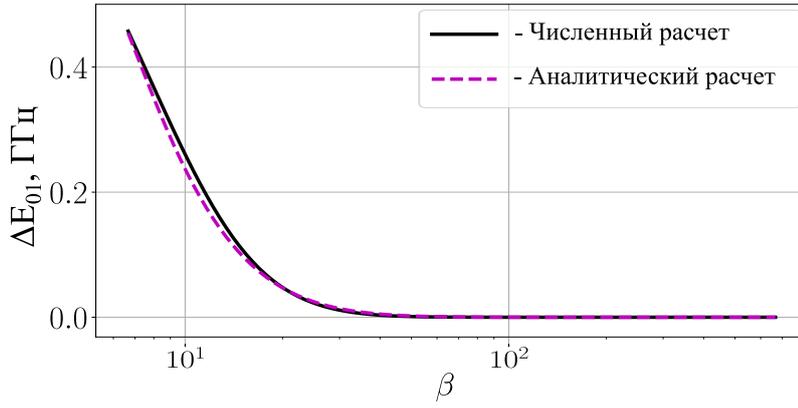


Параметры системы: $E_J/h = 15$ ГГц, $E_C/h = 0,5$ ГГц, и $E_L/h = 0,15$ ГГц. Система работает в пределе: $\beta \approx 100$, $E_J/E_C = 30$. При расчете суммарный магнитный поток в СКВИДе выбран равным $\Phi_{\Sigma f} = \Phi_0$. Рисунок 4.5 — (а) — Уровни энергии двухъячеечного СКВИДа в зависимости от разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$. (б), (в), (г) — Потенциальная энергия и волновые функции в фазовом представлении при $\Phi_{\Delta f} = 0,95 \Phi_0$, $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$ и $\Phi_{\Delta f} = 1,05 \Phi_0$, соответственно. Здесь состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ близки к вырождению.

Результаты численного расчета зависимости величины расщепления энергетических уровней Δ от параметра β показаны на рисунке 4.6 сплошной линией. Наибольший интерес для нашего исследования представляет область значений внешнего потока вблизи $\Phi_{\Delta f} \simeq 1.0\Phi_0$ и большие значения $\beta \gg 1$, в которой гамильтониан системы (4.4) можно линеаризовать и преобразовать к форме:

$$\hat{H}_F = \hat{H}_F(\Phi_0) + \delta\Phi_{\Delta f} \left. \frac{\partial \hat{H}_F(\Phi_{\Delta f})}{\partial \Phi_{\Delta f}} \right|_{\Phi_0} = \hat{H}_F(\Phi_0) + \delta\Phi_{\Delta f} \hat{I}, \quad (4.7)$$

где $\delta\Phi_{\Delta f} = (\Phi_{\Delta f} - \Phi_0)$, а оператор тока I , текущего через джозефсоновский переход, определяется как $\hat{I} = \frac{\Phi_0}{2\pi L}(\pi - \hat{\varphi}_f)$. Ток I можно представить в виде



Сплошная линия – результаты численного расчета; пунктирная линия – аналитический расчет. Параметры системы, выбранные для расчета: $E_C/h = 1$ ГГц, $E_L/h = 0,15$ ГГц и $E_{Jf}/h = 1 \div 100$ ГГц. Рисунок 4.6 – Зависимость величины расщепления уровней энергии $\Delta = \Delta E_{01}(\Phi_{\Delta f} = 1,0\Phi_0)/h$ вырожденных состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ от параметра β .

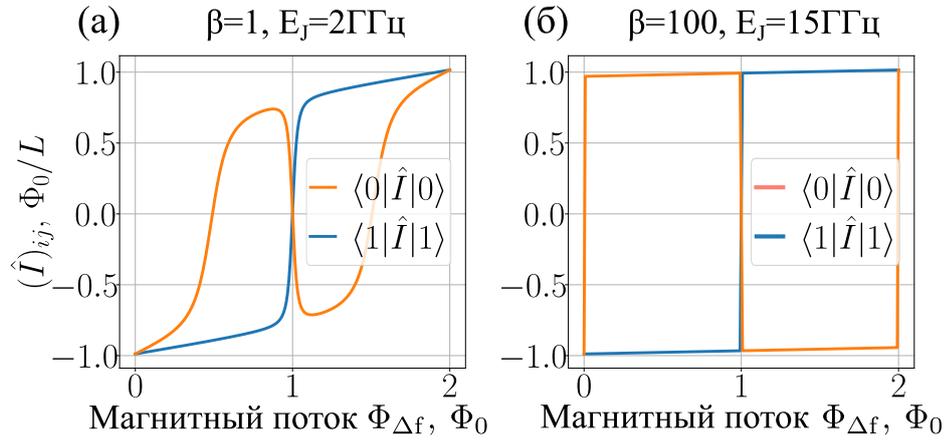
$I = I_L - I_R$, где I_L (I_R) – токи, протекающие через левые (правые) сверхпроводящие ячейки. Зависимость матричных элементов $\hat{I}_{00} = \langle 0 | \hat{I} | 0 \rangle$ и $\hat{I}_{11} = \langle 1 | \hat{I} | 1 \rangle$ для основных состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ от разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$ была рассчитана численно и представлена на рисунке 4.7 для двух разных значений E_{Jf} . Как видно, вблизи точки вырождения ($\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$) матричные элементы имеют противоположные знаки, т.е. $\hat{I}_{00} = -\hat{I}_{11}$, а при больших значениях β матричные элементы $|\hat{I}_{ii}| \approx \pm \frac{\Phi_0}{L}$, $i = 0,1$ (см. рисунок 4.7б).

Из представленного анализа можно сделать вывод, что большие положительные (отрицательные) значения тока I соответствуют постоянным сверхпроводящим токам, текущим в левых (правых) ячейках. Эти постоянные токи определяют местонахождение захваченного флюксона в левой (правой) ячейке. Таким образом, квантовая динамика двух низколежащих собственных состояний может быть описана в базисе местоположения флюксона с двумя состояниями, $|L\rangle$ и $|R\rangle$. В этом базисе гамильтониан одиночного флюксона имеет известную однокубитную форму:

$$\hat{H}_{2\text{cells-MF}} = \frac{\Delta}{2} \hat{\sigma}^x + \frac{\varepsilon}{2} \hat{\sigma}^z, \quad (4.8)$$

где $\varepsilon_0 = \delta\Phi_{\Delta f} \frac{\Phi_0}{2L}$, а $\Delta = \Delta E_{01}(\Phi_{\Delta f} = 1,0\Phi_0)$. Этот гамильтониан определяет расщепление энергетических уровней как $\Delta E_{01} = \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2}$.

Вблизи точки вырождения магнитного потока $\Phi_{\Delta f}$ матричные элементы оператора тока \hat{I}_{ii} , $i = 0,1$ становятся малы, что свидетельствует о том, что



(а) – $E_J/h = 2$ ГГц; (б) – $E_J/h = 15$ ГГц. Другие параметры системы выбраны равными: $E_C/h = 0,5$ ГГц and $E_L/h = 0,15$ ГГц. Оранжевая кривая – зависимость для матричного элемента \hat{I}_{00} ; синяя кривая – для \hat{I}_{11} .
 Рисунок 4.7 — Абсолютные значения матричных элементов оператора тока \hat{I}_{ij} через туннельный джозефсоновский контакт СКВИДа в зависимости от разности магнитного потока $\Phi_{\Delta f}$ для двух разных значений энергии джозефсоновского контакта

динамика одиночного квантового флаксона определяется квантовым туннелированием между соседними ячейками, и происходят когерентные *квантовые биения* с частотой $f_{qb} = \Delta E_{01}/h$.

Динамику одиночного флаксона в двухъячеечном СКВИДе также можно понять из анализа классического профиля потенциала $U(\varphi_f)$. В режиме $\beta \gg 1$ потенциал $U(\varphi_f)$ состоит из джозефсоновских ям, глубина и высота которых зависят от E_J (E_L фиксировано) и $\Phi_{\Delta f}$, соответственно (см. рисунки 4.4б,в,г и 4.5б,в,г). В классическом режиме джозефсоновская фаза φ_f локализована в минимумах $U(\varphi_f)$. Таким образом, значения $\varphi_f \simeq 0$ ($\varphi_f \simeq 2\pi$) соответствуют локализации флаксона в левой (правой) ячейках. В квантовом режиме ненулевое значение зарядовой энергии приводит к когерентному туннелированию и *квантовым биениям* захваченного флаксона между соседними ячейками. В пределе $\beta \gg 1$ с использованием квазиклассического приближения была также получена аналитическая зависимость частоты квантовых биений $f_{qb}(\Phi_{\Delta f} = \Phi_0)$ от параметра β (подробности изложены в работе [88]). Зависимость представлена на рисунке 4.6 пунктирной линией.

4.4 Детектирование положения одиночного флаксона

В данном разделе проведен анализ квантовой динамики одиночного флаксона захваченного в трехъячеечном СКВИДе (см. рисунок 4.2). Когерентная квантовая динамика такой системы определяется гамильтонианом (4.3), а захваченный флаксон демонстрирует два квантово-механических эффекта, а именно когерентное квантовое туннелирование флаксона между соседними ячейками и возбуждения плазменных колебаний в джозефсоновских контактах, «f» и «m». Как обсуждалось в разделе 4.3, частота когерентного квантового туннелирования флаксонов может быть увеличена, при изменении энергий Джозефсона $E_{Jf}, E_{Jm} \geq E_C$ (см. рисунок 4.4). В этом разделе рассматривается противоположный случай, когда $E_{Jf} \gg E_C$ и $E_{Jm} \gg E_C$ и когерентное туннелирование флаксона будет сильно подавлено, а сам флаксон локализуется в одной из ячеек СКВИДа.

4.4.1 Спектр низколежащих уровней энергии и редуцированный гамильтониан: возбуждения плазменных мод

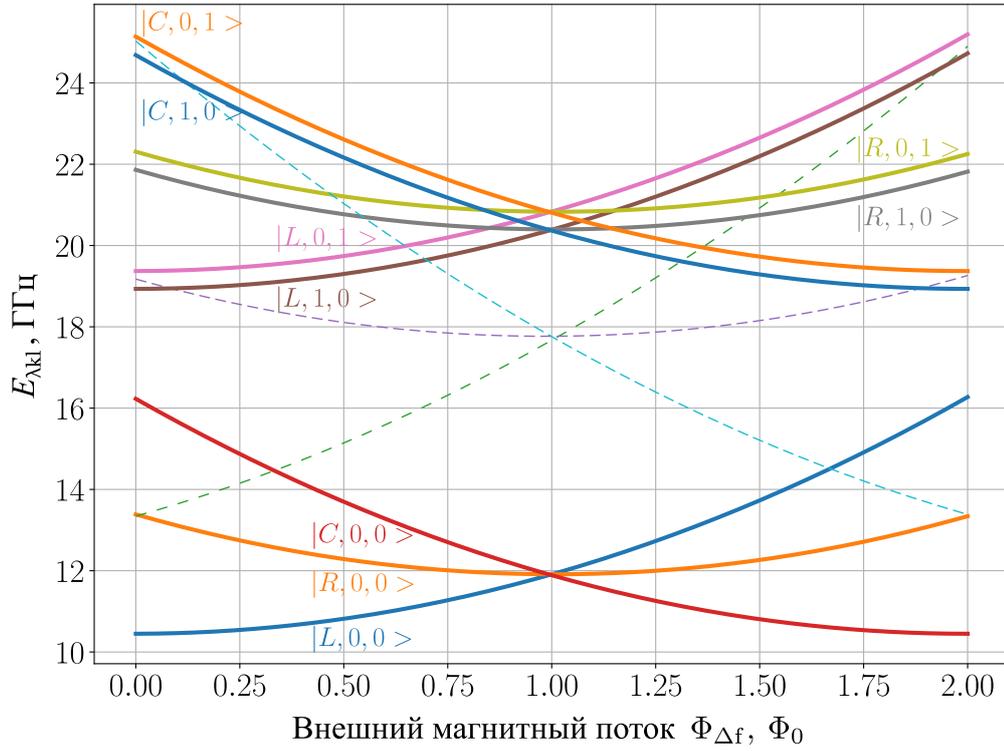
Для количественного анализа спектра сильно локализованного флаксона проведен численный расчет (подробности изложены в работе [88]) низколежащих собственных значений энергии и собственных функций гамильтониана (4.3) для следующего набора параметров: $\Phi_m^x = 0$, $\Phi_{\Sigma f} = \Phi_f^x + \Phi^x = 0$. При расчете также варьировалось значение разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f} = \Phi^x - \Phi_f^x$. Чтобы подавить квантовое туннелирование и локализовать одиночный флаксон в одной из трех ячеек СКВИДа, джозефсоновские энергии $E_{Jf}/h = 20$ ГГц, $E_{Jm}/h = 22$ ГГц были выбраны намного большими, чем зарядовая энергия $E_C/h = 0,5$ ГГц. Джозефсоновские энергии контактов «f» и «m» отличаются по величине, чтобы снять вырождение возбужденных уровней энергии.

Низколежащие собственные значения и соответствующие им собственные состояния гамильтониана 4.3 на однофлаксонном многообразии удобно описывать в базисе собственных состояний, обозначенных как $|\lambda, k, \ell\rangle = |\lambda\rangle \otimes |k\rangle_f \otimes |\ell\rangle_m$, где λ определяет положение флаксона в левой (L), центральной (C) или

правой (R) ячейке; k и ℓ — населенность плазменных мод, связанных с переменными φ_f и φ_m соответственно. В рамках исследуемой задачи рассматривались только основное и первое возбуждённое состояние плазменной степени свободы, для которых $k, \ell = 0, 1$. Полученный в ходе численного расчета энергетический спектр системы в зависимости от разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$ представлен на рисунке 4.8. Можно заметить, что вблизи точки вырождения ($\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$) уровни энергии образуют три выделенные группы: первая группа (энергия вблизи 12,0 ГГц), $|L, 0, 0\rangle$, $|C, 0, 0\rangle$, $|R, 0, 0\rangle$, соответствует отсутствию плазменных возбуждений в обоих джозефсоновских переходах; вторая группа (энергия близка к 20,4 ГГц), $|L, 1, 0\rangle$, $|C, 1, 0\rangle$, $|R, 1, 0\rangle$ соответствует одиночному возбуждению плазменной моды в джозефсоновском переходе «f»; третья группа (энергия близка к 20,9 ГГц), $|L, 0, 1\rangle$, $|C, 0, 1\rangle$, $|R, 0, 1\rangle$ соответствует одиночному возбуждению плазменной моды в джозефсоновском переходе «m».

Чтобы качественно понять квантовую динамику флаксона, захваченного в трехъячеечный СКВИД, необходимо рассмотреть двумерную зависимость потенциальной энергии $U(\varphi_f, \varphi_m)$, структура которой состоит из чередующихся потенциальных максимумов и минимумов. Вид потенциальной энергии $U(\varphi_f, \varphi_f)$ для разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$ представлен на рисунке 4.9, где три самые низкие потенциальные ямы выделены красными кругами и обозначены как L, C, R , поскольку состояния системы, расположенные вблизи этих минимумов потенциальной энергии, соответствуют локализации одиночного флаксона в конкретной ячейке СКВИДа. Стрелками показано туннелирование флаксона между соседними ячейками через джозефсоновские контакты «f» и «m».

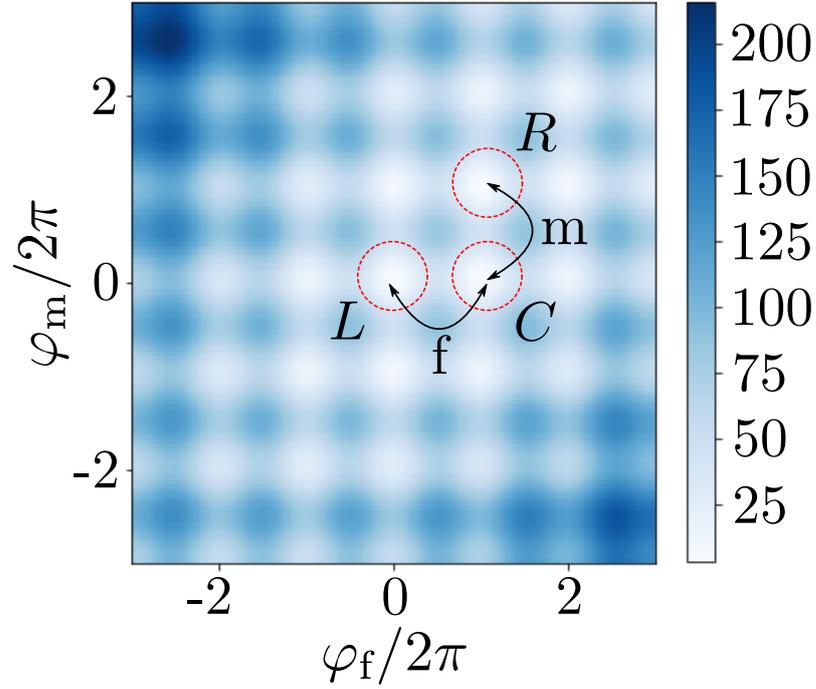
На рисунке 4.10 изображены двумерные зависимости плотностей вероятности для собственных состояний системы, соответствующих трем группам энергетических уровней. Красные круги здесь также обозначают положение флаксона, аналогично рисунку 4.9. В первой строке на рисунке 4.10 показаны собственные состояния при отсутствии плазменных возбуждений в джозефсоновских контактах, а во второй (третьей) строке — собственные состояния с одиночным возбуждением плазменной моды в джозефсоновском переходе «f» («m»). Таким образом, общее собственное состояние $|\lambda, k, \ell\rangle$ одного захваченного флаксона в трехъячеечном СКВИДе можно описать как *кутрит* с базисными состояниями $|L\rangle$, $|C\rangle$ и $|R\rangle$, взаимодействующий с двумя кубитами-трансмонами «f» и «m». Анализируя спектр, представленный на рисунке 4.8, можно



Подписи на рисунке $|\lambda, k, \ell\rangle$ обозначают соответствующие собственные состояния. Параметры системы, выбранные для расчета: $E_{Jf}/h = 20$ ГГц, $E_{Jm}/h = 22$ ГГц, $E_C/h = 0,5$ ГГц и $E_L/h = 0,15$ ГГц. Пунктирными кривыми показаны уровни энергии, соответствующие случаю, когда в системе присутствуют два флаксона или один анти-флаксон.

Рисунок 4.8 — Спектр $E_{\lambda k, \ell}$ системы с одним захваченным магнитным флаксоном в зависимости от разности магнитного потока в левой и правой ячейках СКВИДа $\Phi_{\Delta f}$.

заметить своеобразный эффект. В точке вырождения потока переходы системы, связанные с возбуждением плазменных мод в джозефсоновском контакте «f», имеют следующие частоты: $E_{|L,0,0\rangle \rightarrow |L,1,0\rangle} = E_{|C,0,0\rangle \rightarrow |C,1,0\rangle} \approx 8,4771$ ГГц, но $E_{|R,0,0\rangle \rightarrow |R,1,0\rangle} \approx 8,4844$ ГГц. Это говорит о том, что плазменные моды, возбуждаемые в джозефсоновском переходе «f», имеют одинаковые частоты для флаксона, локализованного в левой и центральной ячейках, но частота плазменной моды для флаксона, локализованного в правой ячейке, немного (на 7,3 МГц) выше. Аналогично, переходы, связанные с возбуждением плазменных мод в джозефсоновском контакте «m», имеют частоты: $E_{|C,0,0\rangle \rightarrow |C,0,1\rangle} = E_{|R,0,0\rangle \rightarrow |R,0,1\rangle} \approx 8,9181$ ГГц, но $E_{|L,0,0\rangle \rightarrow |L,0,1\rangle} \approx 8,9242$ ГГц. То есть, плазменные моды, возбуждаемые в джозефсоновском переходе «m», имеют одинаковые частоты для флаксона, локализованного в центральной и правой ячейках, но



Красные круги обозначают три самые низкие потенциальные ямы. Подписи L, C, R обозначают положение флаксона в соответствующей ячейке системы.

Параметры системы, используемые для расчета: $E_{Jf}/h = 20$ ГГц,

$$E_{Jm}/h = 22 \text{ ГГц}, E_L/h = 0,15 \text{ ГГц}.$$

Рисунок 4.9 — Двумерный вид потенциальной энергии $U(\varphi_f, \varphi_m)$ трехъячеечного СКВИДа в точке вырождения потока $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$.

частота плазменной моды для флаксона, локализованного в левой ячейке, на 6,1 МГц выше.

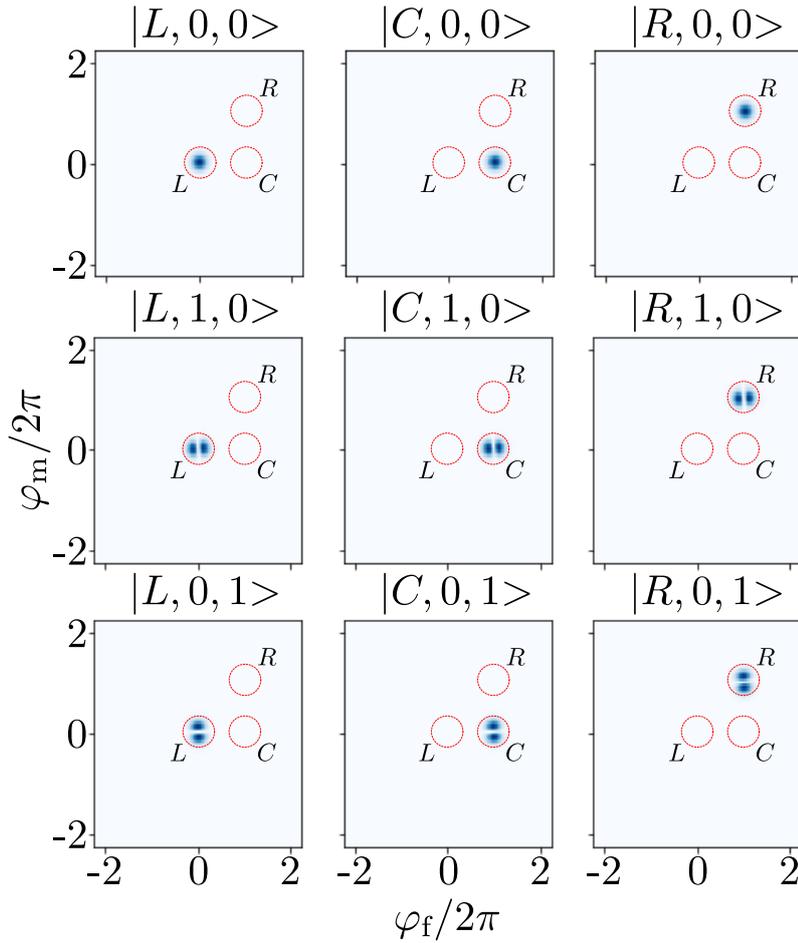
Теперь можно описать одночастичную (однофлаксонную) задачу с помощью упрощенного гамильтониана двух кубитов-трансмонов, связанных с кутритом:

$$\hat{H}_{Qb-Qtr} = \frac{1}{2}\hbar\omega_{pf}\hat{\sigma}_f^z + \frac{1}{2}\hbar\omega_{pm}\hat{\sigma}_m^z + \varepsilon_L |L\rangle \langle L| + \varepsilon_C |C\rangle \langle C| + \varepsilon_R |R\rangle \langle R| + \quad (4.9)$$

$$+ J_f^z \hat{\sigma}_f^z |R\rangle \langle R| + J_m^z \hat{\sigma}_m^z |L\rangle \langle L|,$$

где $\hbar\omega_{pf(m)} \simeq \sqrt{8E_{Jf(m)}E_C}$ - плазменные частоты джозефсоновских переходов «f» и «m», $\hat{\sigma}_\alpha^{x,y,z}$ - матрицы Паули соответствующие кубитам-трансмонам «f»- ($\alpha = f$) и «m»- ($\alpha = m$). Индекс λ ($\lambda = L, C, R$) - обозначает состояния кутрита, а ε_L , ε_C и ε_R - энергии, зависящие от разности магнитного потока, состояний $|L\rangle$, $|C\rangle$ и $|R\rangle$, соответственно.

Величина дисперсионного взаимодействия $J_{f(m)}^z$ получается следующим образом. Взаимодействие между кубитами-трансмонами и кутритом определяется



Красные круги отмечают положение трех самых низких потенциальных ям (аналогично рисунку 4.9). Подписи $|\lambda, k, l\rangle$ обозначают состояния, как и на рисунке 4.8, при этом левая, центральная и правая колонки соответствуют положению флаксона в левой, центральной и правой ячейках СКВИДа, соответственно.

Рисунок 4.10 — Плотности вероятности собственных состояний в точке вырождения потока $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$, для трех групп состояний системы.

гамильтонианом (4.6). Это взаимодействие содержит недиагональные члены в собственном базисе кубитов-трансмонов, т.е. $g_\alpha \hat{\sigma}_\alpha^x$. Силы взаимодействия $g_{f(m)}$ примерно равны $g_{f(m)} \simeq 2\pi E_L \sqrt{\hbar\omega_{pf(m)}/[2E_{Jf(m)}]} \ll \hbar\omega_{pf(m)}$. Используя теорию возмущений, мы получаем гамильтониан (4.9), где дисперсионное взаимодействие имеет диагональную форму в собственном базисе кубитов-трансмонов, а силы взаимодействия определяются как $J_{f(m)}^z = 2g_{f(m)}^2/[\hbar\omega_{pf(m)}]$ и отличаются незначительно (как было показано выше $J_f^z/h = 7,3$ МГц и $J_m^z/h = 6,1$ МГц).

Из этого гамильтониана можно сделать вывод, что положение флаксона в ячейках, прилегающих к измеряемому узлу, не может быть различимо путем контроля плазменной частоты этого перехода. Однако расположение флаксо-

на в отдаленной ячейке приводит к небольшому сдвигу частоты плазменной моды контролируемого перехода. Это дает возможность применить традиционную технику неразрушающего считывания [8; 89] кубитов-трансмонов для того, чтобы различать состояния флаксонов в разных ячейках. Другими словами, флаксон, находящийся в крайней левой ячейке, изменит плазменную частоту перехода «m», а флаксон, находящийся в самой правой ячейке, изменит плазменную частоту перехода «f».

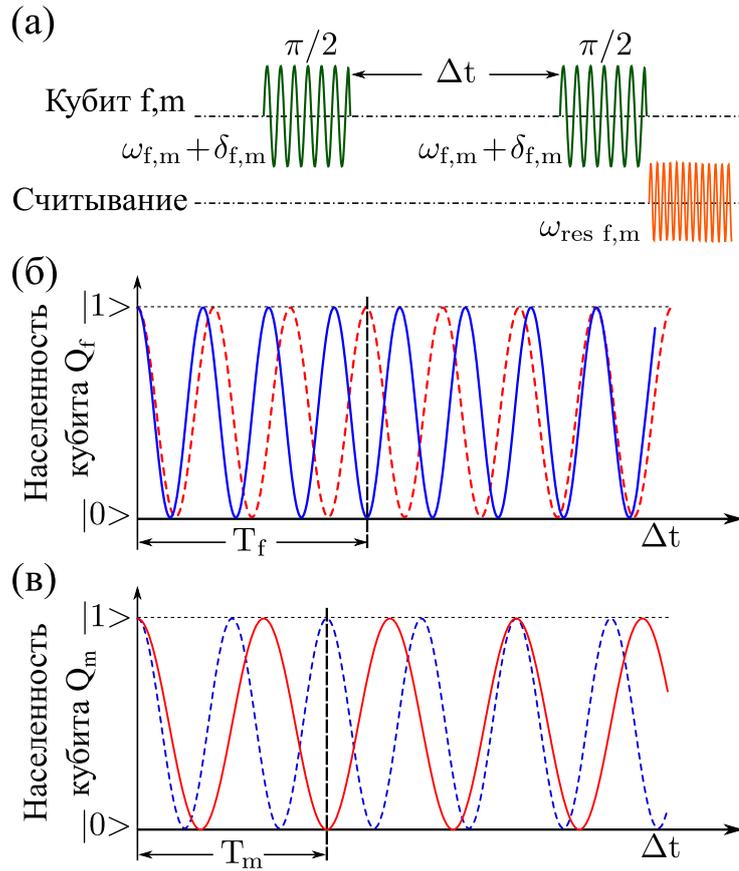
4.4.2 Считывание состояний флаксонов

Чтобы реализовать измерения квантовых биений флаксона, захваченного в трехъячеечный СКВИД, с временным разрешением необходимо использовать следующую процедуру, состоящую из трех шагов:

- а) инициализация системы, то есть захват одного флаксона в системе;
- б) индуцирование квантовых биений этого флаксона между двумя ячейками. Этого можно добиться уменьшением эффективной энергии джозефсона одного из переходов, то есть переход в режим работы при $E_{Jf} \geq E_C$, или $E_{Jm} \geq E_C$;
- в) остановка квантовых биений, путем сильной локализации флаксонов. Это достигается путем увеличения джозефсоновских энергий обоих переходов ($E_{Jf(m)} \gg E_C$).

Быстро изменения джозефсоновской энергии можно добиться, если заменить одиночный джозефсоновский контакт «f» («m») двухконтактным СКВИДом и перестраивать магнитное поле, пронизывающее этот СКВИД. Контроль положения флаксона возможен при изменении разности магнитных потоков в соседних ячейках трехъячеечного СКВИДа, что становится очевидным при сравнении картинок представленных на рисунке 4.5б ($\Phi_{\Delta f} = 0,95\Phi_0$, а флаксон локализован в левой ячейке) и рисунке 4.5г ($\Phi_{\Delta f} = 1,05\Phi_0$, а флаксон локализован в правой ячейке)

После выполнения вышеуказанных манипуляций можно провести дисперсионное считывание положения флаксона. Дисперсионное взаимодействие J_f^z (J_m^z) приводит к дополнительному набегу фазы (однократному плазменному возбуждению) соответствующего кубита-трансмона («f» или «m»), если



Осцилляции Рамзея, соответствующие положению флаксона в левой (правой) ячейках СКДИДа, показаны синими (красными) кривыми. Вертикальные пунктирные линии отмечают время задержки T_f (T_m), когда измеряемый кубит «f» («m») условно изменит свое начальное состояние на противоположное в зависимости от положения флаксона.

Рисунок 4.11 — (а) — Последовательность импульсов для наблюдения осцилляций Рамзея, используемая для калибровки КПИ. (б) — Примерный вид осцилляций Рамзея для кубита-трансмона «f» (не в масштабе). (в) — Примерный вид осцилляций Рамзея для кубита-трансмона «m» (не в масштабе).

флаксон находился в правой или левой ячейке трехъячеечного СКВИДа, соответственно.

Предлагаемый метод реализации дисперсионного считывания состоит из двух частей. Во-первых, калибруются последовательности импульсов (КПИ) как показано на рисунке 4.11. Такая процедура аналогична калибровке двухкубитного вентиля CZ [46], в котором ZZ взаимодействие двух кубитов приводит к смещению частоты одного кубита в зависимости от состояния другого. В отличие от вентиля CZ, в рассматриваемой системе каждый из кубитов-трансмонов «f» и «m» связан с кутритом. Во-вторых, полученные последовательности КПИ

в дальнейшем применяются для условного вращения состояния кубитов-трансмонов «f» и «m», как показано на рисунке 4.12.

Для КПИ предлагается использовать алгоритм для наблюдения осцилляций Рамзея кубита-трансмона «f» (кубита-трансмона «m»), когда сначала на кубит подается предварительно калиброванный $\pi/2$ -импульс, модулированный с частотой $\omega_f + \delta_f$ (или $\omega_m + \delta_m$), где $\delta_{f,m}$ – искусственная отстройка от частоты кубита, затем через время задержки Δt подается еще один $\pi/2$ -импульс, и в конце происходит измерение состояния кубита-трансмона «f» («m») при помощи индивидуальных резонаторов. Описанная последовательность импульсов для наблюдения осцилляций Рамзея представлена на рисунке 4.12а. На рисунках синие линии соответствуют положению флаксона в крайней левой ячейке, а красные линии соответствуют положению флакса в крайней правой ячейке. Можно заметить, что в зависимости от местоположения флаксона в крайней левой (крайней правой) ячейках СКВИДа меняется частота осцилляций Рамзея и кубита-трансмона «f» (Рис. 4.11б) и кубита-трансмона «m» (Рис. 4.11в). Из рисунка 4.11б видно, что благодаря разной частоте осцилляций после определенного времени задержки T_f кубит-трансмон «f» окажется в $|0\rangle$ состоянии, если флаксон изначально был локализован в левой или центральной ячейке СКВИДа, и в состоянии $|1\rangle$, если флаксон изначально был локализован в правой ячейке за счет дополнительного набега фазы. Противоположная картина наблюдается для кубита-трансмона «m» после времени задержки T_m (см. рисунок 4.12в). Трансмон-кубит «m» должен оказаться в состоянии $|0\rangle$, если флаксон изначально был локализован в правой ячейке, и в состоянии $|1\rangle$, если флаксон изначально был локализован в левой или центральной ячейках.

Калиброванные времена задержек определяются из условия:

$$T_{f(m)} = \frac{1}{\delta_{f(m)}} n = \frac{1}{\delta_{f(m)} + J_{f(m)}^z} (n + 1/2). \quad (4.10)$$

Для выбранного набора параметров $\delta_{f(m)} = 2J_{f(m)}^z$ и $J_f^z/h = 7,3$ МГц, $J_m^z/h = 6,1$ МГц) получаем значения для $T_f \approx 71$ нс и $T_m \approx 83$ нс.

Таким образом, применение КПИ, то есть последовательностей импульсов Рамзея с предварительно определенными временными задержками T_f и T_m для возбуждения плазменных мод джозефсоновских переходов «f» и «m» должно поменять местами основное и возбужденное состояние соответствующих кубитов-трансмонов. Итоговый алгоритм для неразрушающего считывания состояний флаксона показан на рисунке 4.12а. Он состоит из трех шагов: (1) –

4.5 Выводы по главе

В данной главе было проведено численное и аналитическое исследование когерентной квантовой динамики магнитного флаксона, захваченного в двух- и трехъячеечном СКВИДах (рисунки 4.2 и 4.3). В диапазоне параметров системы $E_J \geq E_C$ когерентное туннелирование флаксона между соседними ячейками приводит к квантовым биениям флаксона между состояниями $|L\rangle$ и $|R\rangle$. Частота этих биений определяется разностью энергий между двумя нижними уровнями энергии СКВИДа и быстро уменьшается при увеличении энергии джозефсоновского перехода E_J (как показано на рисунке 4.7). В пределе $E_J \gg E_C$ квантовое туннелирование флаксона сильно подавлено, что приводит к локализации флаксона в одной из ячеек системы. Было показано, что для трехъячеечного СКВИДа положение флаксона может быть экспериментально определено при помощи спектроскопии возбуждений плазменных мод джозефсоновских переходов. Квантовая динамика нижних уровней энергии может быть описана упрощенным гамильтонианом \hat{H}_{Qb-Qtr} двух кубитов-трансмонов, связанных с кутритом. Наконец был предложен экспериментальный протокол, который позволит проводить измерения квантовой динамики флаксона с временным разрешением. Основные результаты этой главы опубликованы в работе [88].

Заключение

Основные результаты работы, полученные в ходе выполнения настоящей диссертации, заключаются в следующем.

1. Рассчитан и экспериментально исследован сверхпроводниковый кубит на основе индуктивности в виде линейного массива больших джозефсоновских контактов, связанный с индивидуальным считывающим резонатором копланарного типа. Численная модель для расчета гамильтониана системы позволила извлечь реальные параметры изготовленного устройства. Полученные данные использовались при выполнении следующих этапов работ диссертации.
2. Предложена и экспериментально продемонстрирована оригинальная схема сверхпроводникового кубита-флаксониума с гальванически встроенной линией контроля магнитного потока в копланарной архитектуре, пригодная к использованию как в качестве вычислительного кубита, так и в качестве перестраиваемого элемента связи при создании многокубитных квантовых систем. В исследуемом экспериментальном образце, содержащем такую изолированную модифицированную систему, удалось получить время жизни кубита $T_{1,S} = 172$ мкс и времена дефазировки $T_{2,S}^* = 113$ мкс $T_{2,S}^E = 146$ мкс.
3. Предложен и реализован метод инициализации кубитов с низкой частотой основного перехода $\hbar\omega_{01} \ll k_B T$ в их основном состоянии. Для этой цели использовался специально спроектированный управляемый канал рассеяния в виде емкостно связанной с кубитом микроволновой антенны, подключенной к нижней ступени криостата растворения посредством 50Ω нагрузки. Данный метод позволил получить точность считывания для кубитов «А», «В» и «S» около 87%, 89% и 96% соответственно.
4. Разработан и экспериментально исследован образец двухкубитного квантового процессора на основе модифицированных кубитов-флаксониумов. Реализован двухкубитный параметрический вентиль fSim с точностью 99,55%. На его основе реализован двухкубитный вентиль CZ с точностью 99,23%. Для измерения точности двухкубитных вентилей экспериментально реализован алгоритм для перекрестно-энтропийно-

го тестирования. Средняя точность однокубитных вентилях из группы Клиффорда, измеренная при помощи рандомизированного тестирования, превышает 99,97%.

5. Предложен метод дисперсионного считывания для детектирования положения одиночного флаксона в ячейках массива сверхпроводниковых кубитов на основе высокой кинетической индуктивности. Метод основан на сдвиге частот плазменных мод джозефсоновских контактов, играющих роль слабой связи между ячейками массива, и позволяет проводить измерения динамики квантовых флаксонов, захваченных в таком массиве, с временным разрешением.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Алексею Устинову за оказанное доверие, за возможность присоединиться к коллективу лаборатории “Сверхпроводящие метаматериалы” в НИТУ МИСиС и решать интересные задачи, а также за его профессионализм, доброжелательное научное руководство и поддержку на протяжении всей работы в лаборатории.

Автор также благодарит своих коллег, и всех тех, чьи усилия и поддержка помогли выполнить настоящую работу.

Во-первых, автор благодарит Илью Беседина за предложение интересной, увлекательной работы, за его наставления, терпение и помощь в освоении новых направлений знаний, связанных с квантовой информацией и квантовыми вычислениями, за готовность обсуждать разные вопросы науки в любой день недели и в любое время суток, за ценные советы и помощь на всех этапах выполнения настоящей работы и особенно за его неиссякаемый источник идей и предложений как по созданию и улучшению всех дизайнов кубитов, так и по проведению эксперимента, в частности калибровке одно- и двухкубитных вентилях и реализации процедуры тестирования их точности.

Во-вторых, Николая Абрамова за конструктивную критику и ценные советы, а также за все полезные инструменты, сделанные его руками, в том числе держатели образцов, порошковые фильтры, работающий параметрический усилитель, прошивку ПЛИС для считывания состояния кубитов и конечно за его неутомимое желание достичь совершенства.

В-третьих, Илью Родионова, Алину Доброносову, Анастасию Пищимову, Дмитрия Москалёва, Никиту Смирнова, Евгения Зикий и весь коллектив технологического центра НОЦ ФМН в МГТУ им. Баумана за изготовление

многочисленных экспериментальных образцов кубитов, без которых экспериментальная реализация описанных в работе идей не была бы возможна, и никакие из представленных экспериментальных данных не были бы получены.

В-четвертых, Михаила Фистуля за его интересное предложение по исследованию квантовой динамики одиночного флаксона, которые легло в основу четвертой главы диссертации и привело к совместной публикации, а также за помощь в построении аналитической модели и обсуждении результатов.

В-пятых, Илью Симакова за моделирование временной динамики и помощь в обработке данных измерений точности вентилях, Александра Григорьева за программирование и настройку ПЛИС для считывания состояния кубитов, Наташу Малееву и Валерия Рязанова за дельные замечания при подготовке диссертации, а также Григория Мажорина, Ивана Цицилина, Владимира Чичкова, Елену Егорову и Алену Казьмину – за совместное участие в работах по тематике сверхпроводниковых кубитов.

Отдельное спасибо Надежде Санниковой за огромный вклад в организацию работы лаборатории СММ в МИСиС и помощь со всеми административными вопросами.

Наконец, автор благодарит своих родителей Наталью Ильиничну и Николая Николаевича, и любимую супругу Эльвиру за терпение, поддержку и понимание, которые позволили довести эту работу до конца.

Список литературы

1. *Gershenfeld, N. A.* Bulk Spin-Resonance Quantum Computation [Текст] / N. A. Gershenfeld, I. L. Chuang // Science. — 1997. — Vol. 275, no. 5298. — P. 350—356.
2. Coherent Dynamics of Coupled Electron and Nuclear Spin Qubits in Diamond [Текст] / L. Childress [et al.] // Science. — 2006. — Vol. 314, no. 5797. — P. 281—285.
3. *Saffman, M.* Quantum information with Rydberg atoms [Текст] / M. Saffman, T. G. Walker, K. Molmer // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Aug. — Vol. 82, issue 3. — P. 2313—2363.
4. Quantum dynamics of single trapped ions [Текст] / D. Leibfried [et al.] // Rev. Mod. Phys. — 2003. — Mar. — Vol. 75, issue 1. — P. 281—324.
5. *Nakamura, Y.* Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box [Текст] / Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, J. S. Tsai // Nature. — 1999. — Apr. — Vol. 398. — P. 786—788.
6. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation [Текст] / A. Blais [et al.] // Physical Review A. — 2004. — arXiv: [0402216 \[cond-mat\]](#).
7. *Schoelkopf, R.* Wiring up quantum systems [Текст] / R. Schoelkopf, S. Girvin // Nature. — 2008. — Vol. 451. — P. 664—669.
8. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box [Текст] / J. Koch [et al.] // Phys. Rev. A. — 2007. — Oct. — Vol. 76, issue 4. — P. 042319.
9. Demonstration of conditional gate operation using superconducting charge qubits [Текст] / T. Yamamoto [et al.] // Nature. — 2003. — Oct. — Vol. 425, no. 6961. — P. 941—944.
10. Controlling the spontaneous emission of a superconducting transmon qubit [Текст] / A. A. Houck [et al.] // Physical Review Letters. — 2008. — Aug. — Vol. 101, no. 8. — P. 080502. — arXiv: [0803.4490](#).

11. New material platform for superconducting transmon qubits with coherence times exceeding 0.3 milliseconds [Текст] / A. P. M. Place [et al.] // Nat Commun. — 2021. — July. — Vol. 12, issue 1. — P. 1779.
12. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor [Текст] / F. Arute [et al.] // Nat Commun. — 2019. — Oct. — Vol. 574, issue 7779. — P. 505—510.
13. Strong Quantum Computational Advantage Using a Superconducting Quantum Processor [Текст] / Y. Wu [et al.] // Physical Review Letters. — 2021. — Oct. — Vol. 127, no. 18. — P. 180501. — arXiv: [2106.14734](#).
14. Demonstrating a Continuous Set of Two-Qubit Gates for Near-Term Quantum Algorithms [Текст] / B. Foxen [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Sept. — Vol. 125, issue 12. — P. 120504.
15. Realization of High-Fidelity CZ and ZZ -Free iSWAP Gates with a Tunable Coupler [Текст] / Y. Sung [et al.] // Physical Review X. — 2021. — arXiv: [2011.01261](#).
16. Fluxonium: Single Cooper-Pair Circuit Free of Charge Offsets [Текст] / V. E. Manucharyan [et al.] // Science. — 2009. — Vol. 326, no. 5949. — P. 113—116.
17. Circuit quantum electrodynamics of granular aluminum resonators [Текст] / N. Maleeva [et al.] // Nat Commun. — 2018. — Sept. — Vol. 9, no. 3889.
18. Universal Fast-Flux Control of a Coherent, Low-Frequency Qubit [Текст] / H. Zhang [et al.] // Phys. Rev. X. — 2021. — Jan. — Vol. 11, issue 1. — P. 011010.
19. Millisecond coherence in a superconducting qubit [Текст] / A. Somoroff [et al.]. — 2021.
20. Fast Logic with Slow Qubits: Microwave-Activated Controlled-Z Gate on Low-Frequency Fluxoniums [Текст] / Q. Ficheux [et al.] // Phys. Rev. X. — 2021. — May. — Vol. 11, issue 2. — P. 021026.
21. Fluxonium: an alternative qubit platform for high-fidelity operations [Текст] / F. Bao [et al.]. — 2021. — Nov. — arXiv: [2111.13504](#).

22. High fidelity two-qubit gates on fluxoniums using a tunable coupler [Текст] / I. N. Moskalenko [et al.]. — 2022. — URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2203.16302>.
23. *Vool, U.* Introduction to quantum electromagnetic circuits [Текст] / U. Vool, M. Devoret // International Journal of Circuit Theory and Applications. — 2017. — Vol. 45, no. 7. — P. 897—934.
24. *Bardeen, J.* Theory of Superconductivity [Текст] / J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer // Phys. Rev. — 1957. — Dec. — Vol. 108, issue 5. — P. 1175—1204.
25. Microwave Characterization of Josephson Junction Arrays: Implementing a Low Loss Superinductance [Текст] / N. A. Masluk [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Sept. — Vol. 109, issue 13. — P. 137002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.137002>.
26. *DiVincenzo, D. P.* The Physical Implementation of Quantum Computation [Текст] / D. P. DiVincenzo // Fortschritte der Physik. — 2000. — Vol. 48, no. 9—11. — P. 771—783.
27. Engineering Framework for Optimizing Superconducting Qubit Designst [Текст] / F. Yan [et al.]. — 2020.
28. Measurement of the Intrinsic Dissipation of a Macroscopic System in the Quantum Regime [Текст] / C. Cosmelli [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1999. — June. — Vol. 82, issue 26. — P. 5357—5360.
29. Superconducting persistent-current qubit [Текст] / T. P. Orlando [et al.] // Phys. Rev. B. — 1999. — Dec. — Vol. 60, issue 22. — P. 15398—15413.
30. Josephson Persistent-Current Qubit [Текст] / J. E. Mooij [et al.] // Science. — 1999. — Vol. 285, no. 5430. — P. 1036—1039.
31. High-Coherence Hybrid Superconducting Qubit [Текст] / M. Steffen [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Sept. — Vol. 105, issue 10. — P. 100502.
32. The flux qubit revisited to enhance coherence and reproducibility [Текст] / F. Yan [et al.] // Nature communications. — 2016. — Vol. 7, no. 1. — P. 1—9.

33. Suppressing charge noise decoherence in superconducting charge qubits [Текст] / J. A. Schreier [et al.] // Phys. Rev. B. — 2008. — May. — Vol. 77, issue 18. — P. 180502.
34. *Dmitriev, A. Y.* A perspective on superconducting flux qubits [Текст] / A. Y. Dmitriev, O. V. Astafiev // Applied Physics Letters. — 2021. — Vol. 119, no. 8. — P. 080501.
35. Nanowire Superinductance Fluxonium Qubit [Текст] / T. M. Hazard [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Jan. — Vol. 122, issue 1. — P. 010504.
36. *Manucharyan, V. E.* Superinductance: a New Element for Quantum Circuits: Ph.D. thesis, Yale University [Текст] / V. E. Manucharyan. — New Haven, 2012.
37. Approaching Unit Visibility for Control of a Superconducting Qubit with Dispersive Readout [Текст] / A. Wallraff [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Aug. — Vol. 95, issue 6. — P. 060501.
38. Evidence for coherent quantum phase slips across a Josephson junction array [Текст] / V. E. Manucharyan [et al.] // Physical Review B. — 2012. — Vol. 85, no. 2. — P. 024521.
39. Coherent suppression of electromagnetic dissipation due to superconducting quasiparticles [Текст] / I. M. Pop [et al.] // Nature. — 2014. — Oct. — Vol. 508, issue 7496. — P. 369—372.
40. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics [Текст] / A. Wallraff [et al.] // Nature. — 2004. — Aug. — Vol. 431, issue 7005. — P. 162—167.
41. *Besedin, I.* Quality factor of a transmission line coupled coplanar waveguide resonator [Текст] / I. Besedin, A. Menushenkov // EPJ Quantum Technol. — 2018. — Jan. — Vol. 5, issue 1. — P. 2.
42. *Dolan, G. J.* Offset masks for lift-off photoprocessing [Текст] / G. J. Dolan // Applied Physics Letters. — 1977. — Vol. 31, no. 5. — P. 337—339.
43. Planar Architecture for Studying a Fluxonium Qubit [Текст] / I. N. Moskalenko [et al.] // Jetp Lett. — 2019. — Vol. 110, no. 8. — P. 574—579.

44. High-Coherence Fluxonium Qubit [Текст] / L. B. Nguyen [et al.] // Phys. Rev. X. — 2019. — Nov. — Vol. 9, issue 4. — P. 041041.
45. Tunable Coupling Scheme for Implementing High-Fidelity Two-Qubit Gates [Текст] / F. Yan [et al.] // Phys. Rev. Applied. — 2018. — Nov. — Vol. 10, issue 5. — P. 054062.
46. Tunable Coupler for Realizing a Controlled-Phase Gate with Dynamically Decoupled Regime in a Superconducting Circuit [Текст] / X. Li [et al.] // Phys. Rev. Applied. — 2020. — Aug. — Vol. 14, issue 2. — P. 024070.
47. Realization of a Λ System with Metastable States of a Capacitively Shunted Fluxonium [Текст] / N. Earnest [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Apr. — Vol. 120, issue 15. — P. 150504.
48. Coherence properties of the 0- π qubit [Текст] / P. Groszkowski [et al.] // New Journal of Physics. — 2018. — Apr. — Vol. 20, no. 4. — P. 043053.
49. Cavity Attenuators for Superconducting Qubits [Текст] / Z. Wang [et al.] // Phys. Rev. Applied. — 2019. — Jan. — Vol. 11, issue 1. — P. 014031.
50. Tunable coupling scheme for implementing two-qubit gates on fluxonium qubits [Текст] / I. N. Moskalenko [et al.] // Applied Physics Letters. — 2021. — Vol. 119, no. 19. — P. 194001.
51. Suppression of Qubit Crosstalk in a Tunable Coupling Superconducting Circuit [Текст] / P. Mundada [et al.] // Phys. Rev. Applied. — 2019. — Nov. — Vol. 12, issue 5. — P. 054023.
52. *A, N. M.* A simple formula for the average gate fidelity of a quantum dynamical operation [Текст] / N. M. A // Physics Letters A. — 2002. — Vol. 303, no. 4. — P. 249—252.
53. *Johansson, J.* QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems [Текст] / J. Johansson, P. Nation, F. Nori // Computer Physics Communications. — 2013. — Vol. 184, no. 4. — P. 1234—1240.
54. Fabrication and characterization of aluminum airbridges for superconducting microwave circuits [Текст] / Z. Chen [et al.] // Applied Physics Letters. — 2014. — arXiv: [1310.2325](https://arxiv.org/abs/1310.2325).

55. Parametric-Resonance Entangling Gates with a Tunable Coupler [Текст] / E. A. Sete [et al.] // Physical Review Applied. — 2021. — Aug. — Vol. 16, no. 2. — P. 024050. — arXiv: [2104.03511](https://arxiv.org/abs/2104.03511).
56. Fast and Unconditional All-Microwave Reset of a Superconducting Qubit [Текст] / P. Magnard [et al.] // Physical Review Letters. — 2018. — Aug. — Vol. 121, no. 6. — P. 060502. — arXiv: [1801.07689](https://arxiv.org/abs/1801.07689).
57. State preparation of a fluxonium qubit with feedback from a custom FP-GA-based platform [Текст] / R. Gebauer [et al.] // AIP Conference Proceedings. — 2020. — Vol. 2241, no. 1. — P. 020015.
58. Coherent Josephson Qubit Suitable for Scalable Quantum Integrated Circuits [Текст] / R. Barends [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Aug. — Vol. 111, issue 8. — P. 080502.
59. Topological excitations and bound photon pairs in a superconducting quantum metamaterial [Текст] / I. S. Besedin [et al.] // Physical Review B. — 2021. — Vol. 103. — P. 224520.
60. Cavity-QED simulation of a quantum metamaterial with tunable disorder [Текст] / G. S. Mazhorin [et al.] // Physical Review A. — 2022. — Mar. — Vol. 105, no. 3. — P. 033519.
61. Full control of superconducting qubits with combined on-chip microwave and flux lines [Текст] / R. Manenti [et al.] // Applied Physics Letters. — 2021. — Oct. — Vol. 119, no. 14. — 1ENG. — arXiv: [2107.06245](https://arxiv.org/abs/2107.06245).
62. Simple Pulses for Elimination of Leakage in Weakly Nonlinear Qubits [Текст] / F. Motzoi [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Sept. — Vol. 103, no. 11. — P. 110501.
63. Reduced phase error through optimized control of a superconducting qubit [Текст] / E. Lucero [et al.] // PHYSICAL REVIEW A. — 2010. — Vol. 82. — P. 42339.
64. Efficient Z gates for quantum computing [Текст] / D. C. McKay [et al.] // Physical Review A. — 2017. — Aug. — Vol. 96, no. 2. — P. 022330. — arXiv: [1612.00858](https://arxiv.org/abs/1612.00858).
65. Efficient measurement of quantum gate error by interleaved randomized benchmarking [Текст] / E. Magesan [et al.] // Physical Review Letters. — 2012. — arXiv: [1203.4550](https://arxiv.org/abs/1203.4550).

66. Process verification of two-qubit quantum gates by randomized benchmarking [Текст] / A. D. Corcoles [et al.] // Physical Review A. — 2013. — Vol. 87, no. 3. — arXiv: [1210.7011](https://arxiv.org/abs/1210.7011).
67. Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance [Текст] / R. Barends [et al.] // Nature. — 2014. — Vol. 508, no. 7497. — P. 500—3. — arXiv: [1402.4848](https://arxiv.org/abs/1402.4848).
68. Rabi oscillations, Ramsey fringes and spin echoes in an electrical circuit [Текст] / D. Vion [et al.] // Fortschritte der Physik. — 2003. — Vol. 51, no. 4/5. — P. 462—468.
69. Universal Quantum Gate Set Approaching Fault-Tolerant Thresholds with Superconducting Qubits [Текст] / J. M. Chow [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Aug. — Vol. 109, issue 6. — P. 060501.
70. Self-consistent quantum process tomography [Текст] / S. T. Merkel [et al.] // Phys. Rev. A. — 2013. — June. — Vol. 87, issue 6. — P. 062119.
71. *Ustinov, A.* Solitons in Josephson junctions [Текст] / A. Ustinov // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 1998. — Vol. 123, no. 1. — P. 315—329. — Annual International Conference of the Center for Nonlinear Studies.
72. *Ustinov, A. V.* Fluxon dynamics in one-dimensional Josephson-junction arrays [Текст] / A. V. Ustinov, M. Cirillo, B. A. Malomed // Phys. Rev. B. — 1993. — Apr. — Vol. 47, issue 13. — P. 8357—8360.
73. Soliton bunching in annular Josephson junctions [Текст] / I. V. Vernik [et al.] // Journal of Applied Physics. — 1996. — Vol. 79, no. 10. — P. 7854—7859. — eprint: <https://doi.org/10.1063/1.362394>.
74. Multisoliton Excitations in Long Josephson Junctions [Текст] / B. Dueholm [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1981. — May. — Vol. 46, issue 19. — P. 1299—1302.
75. Cherenkov radiation in coupled long Josephson junctions [Текст] / E. Goldobin [et al.] // Phys. Rev. B. — 1998. — Jan. — Vol. 57, issue 1. — P. 130—133.
76. Whispering Vortices [Текст] / A. Wallraff [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Jan. — Vol. 84, issue 1. — P. 151—154.

77. *Fistul, M. V.* Libration states of a nonlinear oscillator: Resonant escape of a pinned magnetic fluxon [Текст] / M. V. Fistul, A. V. Ustinov // Phys. Rev. B. — 2000. — Dec. — Vol. 63, issue 2. — P. 024508.
78. Annular Long Josephson Junctions in a Magnetic Field: Engineering and Probing the Fluxon Interaction Potential [Текст] / A. Wallraff [et al.] // Journal of Low Temperature Physics. — 2000. — Mar. — Vol. 118. — P. 543—553. — URL: <https://doi.org/10.1023/A:1004674908169>.
79. Quantum Noise in the Josephson Charge Qubit [Текст] / O. Astafiev [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Dec. — Vol. 93, issue 26. — P. 267007.
80. Rabi Oscillations in a Large Josephson-Junction Qubit [Текст] / J. M. Martinis [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Aug. — Vol. 89, issue 11. — P. 117901.
81. Quantum dynamics of a single vortex [Текст] / A. Wallraff [et al.] // Nature. — 2003. — Vol. 425. — P. 155—158.
82. Quantum Dissociation of a Vortex-Antivortex Pair in a Long Josephson Junction [Текст] / M. V. Fistul [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Dec. — Vol. 91, issue 25. — P. 257004.
83. *Matveev, K. A.* Persistent Current in Superconducting Nanorings [Текст] / K. A. Matveev, A. I. Larkin, L. I. Glazman // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Aug. — Vol. 89, issue 9. — P. 096802.
84. Granular aluminium as a superconducting material for high-impedance quantum circuits [Текст] / N. Maleeva [et al.] // Nat. Mater. — 2019. — Apr. — Vol. 18. — P. 816—819.
85. Coherent quantum phase slip. [Текст] / O. V. Astafiev [et al.] // Nature. — 2012. — Apr. — Vol. 484. — P. 355—358.
86. Fluxon-based quantum simulation in circuit QED [Текст] / A. Petrescu [et al.] // Phys. Rev. B. — 2018. — Nov. — Vol. 98, issue 17. — P. 174505.
87. *Peierls, R.* The size of a dislocation [Текст] / R. Peierls // Proceedings of the Physical Society. — 1940. — Jan. — Vol. 52, no. 1. — P. 34—37.
88. Quantum beats of a magnetic fluxon in a two-cell SQUID [Текст] / I. N. Moskalenko [et al.] // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103, no. 22. — P. 224528.

89. Continuous Quantum Nondemolition Measurement of the Transverse Component of a Qubit [Текст] / U. Vool [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Sept. — Vol. 117, issue 13. — P. 133601.
90. *Rastelli, G.* Semiclassical formula for quantum tunneling in asymmetric double-well potentials [Текст] / G. Rastelli // Phys. Rev. A. — 2012. — July. — Vol. 86, issue 1. — P. 012106.
91. Relaxation and frequency shifts induced by quasiparticles in superconducting qubits [Текст] / G. Catelani [et al.] // Phys. Rev. B. — 2011. — Aug. — Vol. 84, issue 6. — P. 064517.

Список рисунков

1.1	(а) Схема электрической цепи, на которой показаны двухполюсные элементы, соединенные узлами и образующие петли. (б) Правило знаков для напряжения и тока, связанного с произвольной ветвью b электрической цепи.	14
1.2	Эквивалентная схема идеального LC контура.	16
1.3	Туннельный джозефсоновский контакт.	20
1.4	Схематическое представление линейного массива джозефсоновских контактов.	21
1.5	Различные типы сверхпроводниковых кубитов. Адаптировано из работы [27].	24
2.1	Кубит-флакониум, емкостно связанный с копланарным резонатором.	31
2.2	Схема подключения четвертьволнового копланарного резонатора к микроволновой линии считывания и исследуемому кубиту.	36
2.3	(а) – СЭМ изображение цепочки джозефсоновских переходов. (б) – СЭМ изображение туннельного джозефсоновского перехода. (в) – Оптическое изображение изготовленного кубита-флакониума.	39
2.4	Универсальный держатель для монтажа чипов	40
2.5	Схема подключения исследуемого образца к микроволновому тракту в криостате растворения.	41
2.6	Однотоновая спектроскопия системы флаксониум-резонатор.	43
2.7	Двухтоновая спектроскопия системы флаксониум-резонатор при малой мощности сигнала второго тона	43
2.8	Двухтоновый спектр системы флаксониум-резонатор при большой мощности сигнала второго тона.	44
2.9	Потенциальная энергия и стационарные состояния флаксониума для значений внешнего магнитного потока $\Phi_{ex} = 0$ - (а) и $\Phi_{ex} = \Phi_0/2$ - (б).	45

2.10	(а) – Эквивалентная схема модифицированного флаксоинума, состоящего из одного джозефсоновского перехода, двух больших индуктивностей и трех конденсаторов. (б) – Пример топологии кубита с индивидуальным резонатором для считывания, линией контроля магнитного потока и микроволновой антенной. (в) – Уровни энергии модифицированной системы в зависимости от величины внешнего магнитного потока в контуре Φ^x для $E_J = 2,24$ ГГц, $E_L = 1,64$ ГГц, $C_{1;2} = 70,1$ фФ, $C_J = 1,3$ фФ	47
2.11	Эквивалентная схема двух емкостно связанных обобщенных потоковых кубитов. Каждый кубит выделен разным цветом (кубит 1 (синим), кубит 2 (зеленым)).	50
2.12	Зависимость параметров двухкубитной системы от величины джозефсоновской энергии и индуктивной энергии кубитов.	51
3.1	(а) – Упрощенная схема двухкубитной системы. (б) – Схематическое изображение электрической цепи.	57
3.2	Эффективное взаимодействие кубитов как функция магнитного потока в элементе связи.	58
3.3	Форма потокового импульса и соответствующая частота флаксоиниевой моды элемента связи (вложенное изображение).	60
3.4	Эволюция во времени населенности для четырех начальных вычислительных состояний системы для кубитов с одинаковой частотой.	61
3.5	Эволюция во времени населенности для четырех начальных вычислительных состояний системы для кубитов с разностью частот 28 МГц.	62
3.6	Эквивалентная электрическая цепь с сосредоточенными элементами для предложенной двухкубитной схемы с перестраиваемым элементом связи.	65
3.7	Изображение топологии двухкубитной системы со считывающими резонаторами.	69
3.8	Общий вид структуры двухкубитной системы с перестраиваемым элементом связи (изображение получено в программе LayoutEditor)	71

3.9	(а) – Уровни энергии двухкубитной системы в зависимости от магнитного потока в элементе связи Φ_C^x . (б) – Собственные значения энергий, соответствующие однократному возбуждению вычислительных-кубитов.	72
3.10	Зависимость основных низкоэнергетических параметров гамильтониана связанной системы от величины критического тока маленьких и больших джозефсоновских контактов.	74
3.11	Подходящие значения критических токов.	75
3.12	(а) – Оптическое изображение изготовленного образца. (б) – Оптическое изображение элемента связи. (в) – Изображение двухкубитной микросхемы, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа, увеличенное изображение линейного массива джозефсоновских переходов первого кубита и маленького джозефсоновского перехода, выполняющего роль нелинейного элемента.	76
3.13	(а) – принципиальная схема взаимодействующей системы трех тел. (б) – оптическое изображение устройства, состоящего из трех емкостно-связанных модифицированных кубитов-флакониумов с индивидуальными микроволновыми копланарными резонаторами для считывания, изготовленных на кремниевой подложке (в ложном цвете). (в) – схематическое изображение цепи.	80
3.14	Схема подключения микроволновых линий и устройств.	81
3.15	Результаты спектроскопии и протокол инициализации кубитов	86
3.16	Эволюция во времени населенности кубита S при его инициализации в основном $ 0\rangle$ (зеленые точки) и первом возбужденном $ 1\rangle$ (синие треугольники) состоянии.	87
3.17	Гистограммы сигналов единовременного считывания кубита «А» (а), кубита «В» (б) и кубита «S» (в) с предварительной инициализацией кубита.	87
3.18	Калибровка параметрического Z -импульса.	89
3.19	Измерения когерентности Q_S	90
3.20	Времена когерентности T_2^* и T_2^E кубита Q_B в зависимости от частоты кубита.	91
3.21	Время релаксации T_1 кубита «В» в зависимости от отстройки частоты кубита $\delta\omega/2\pi$	92

3.22	Измерение перекрестных наводок.	93
3.23	Результаты рандомизированного тестирования однокубитных вентилей на кубите «А» и кубите «В».	97
3.24	Результаты измерения величины ZZ -взаимодействия.	99
3.25	Наблюдение XX -взаимодействия.	102
3.26	Калибровка двухкубитного вентиля типа $\sqrt{i\text{SWAP}}$	104
3.27	Перекрестно-энтропийное тестирование (ХЕВ) двухкубитного вентиля типа $\sqrt{i\text{SWAP}}$	107
3.28	Калибровка вентиля CZ и квантовая томография процесса.	110
3.29	Перекрестно-энтропийное тестирование (ХЕВ) двухкубитного вентиля CZ.	112
4.1	(а) – Схематическое изображение одномерного параллельного массива джозефсоновских контактов, соединенных кинетическими индукторами, образующих ДПЛ. (б) – Периодический (Пайерлса-Набарро) потенциал для одиночного магнитного флаксона захваченного в одномерный ДПЛ. Здесь каждой потенциальной яме соответствует ячейка в ДПЛ (а), при этом e_i – соответствует энергии флаксона в i -й яме, а t_i – отвечает за скорость туннелирования. (в) – Простейшая система для изучения квантовой динамики флаксона – двухъячеечный СКВИД. Захваченный в системе флаксон показан синим.	117
4.2	Эквивалентная схема с сосредоточенными элементами рассматриваемого трехъячеечного СКВИДА.	120
4.3	Эквивалентная схема двухъячеечного СКВИДА описываемого гамильтонианом (4.4)	122
4.4	(а) – Уровни энергии двухъячеечного СКВИДа в зависимости от разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$. (б),(в),(г) – Потенциальная энергия и волновые функции в фазовом представлении при $\Phi_{\Delta f} = 0,95 \Phi_0$, $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$ и $\Phi_{\Delta f} = 1,05 \Phi_0$, соответственно. Здесь состояния $ 0\rangle$ и $ 1\rangle$ близки к вырождению.	123

- 4.5 (а) – Уровни энергии двухъячеечного СКВИДа в зависимости от разности магнитных потоков $\Phi_{\Delta f}$. (б),(в),(г) – Потенциальная энергия и волновые функции в фазовом представлении при $\Phi_{\Delta f} = 0,95 \Phi_0$, $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$ и $\Phi_{\Delta f} = 1,05 \Phi_0$, соответственно. Здесь состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ близки к вырождению. 124
- 4.6 Зависимость величины расщепления уровней энергии $\Delta = \Delta E_{01}(\Phi_{\Delta f} = 1,0\Phi_0)/h$ вырожденных состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ от параметра β 125
- 4.7 Абсолютные значения матричных элементов оператора тока \hat{I}_{ij} через туннельный джозефсоновский контакт СКВИДа в зависимости от разности магнитного потока $\Phi_{\Delta f}$ для двух разных значений энергии джозефсоновского контакта 126
- 4.8 Спектр $E_{\lambda k, \ell}$ системы с одним захваченным магнитным флаксоном в зависимости от разности магнитного потока в левой и правой ячейках СКВИДа $\Phi_{\Delta f}$ 129
- 4.9 Двумерный вид потенциальной энергии $U(\varphi_f, \varphi_m)$ трехъячеечного СКВИДа в точке вырождения потока $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$ 130
- 4.10 Плотности вероятности собственных состояний в точке вырождения потока $\Phi_{\Delta f} = \Phi_0$, для трех групп состояний системы. 131
- 4.11 (а) – Последовательность импульсов для наблюдения осцилляций Рамзея, используемая для калибровки КПИ. (б) – Примерный вид осцилляций Рамзея для кубита-трансмона «f» (не в масштабе). (в) – Примерный вид осцилляций Рамзея для кубита-трансмона «m» (не в масштабе). 133
- 4.12 (а) – Предлагаемый протокол измерений для определения положения флаксона. (б),(в),(г), (д) – Интерпретация результатов измерений для разных случаев положения флаксона. 135
- A.1 Последовательность импульсов для калибровки амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс. 156
- A.2 Населенность кубита Q_A в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов. 157
- A.3 Населенность кубита Q_B в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов. 158

A.4	Последовательность импульсов для наблюдения фазовой ошибки при калибровке параметра α гауссовых $\pi/2$ импульсов с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс.	159
A.5	Результаты калибровки α , полученные для кубита Q_A	160
A.6	Результаты калибровки α , полученные для кубита Q_B	161
A.7	Последовательность импульсов для калибровки амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс с дополнительным виртуальным Z-импульсом.	162
A.8	Населенность кубита Q_A в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0$	163
A.9	Населенность кубита Q_B в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0$	164
A.10	Последовательность импульсов для калибровки фазы виртуального Z-вращения сопровождающего каждый гауссовый $\pi/2$ импульс с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс.	165
A.11	Населенность кубита Q_A в зависимости от фазы виртуального Z-вращения.	166
A.12	Населенность кубита Q_B в зависимости от фазы виртуального Z-вращения.	167
A.13	Населенность кубита Q_A в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0,555$	168
A.14	Населенность кубита Q_B в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0,257$	169

Список таблиц

1	Ошибки двухкубитного вентиля.	64
2	Параметры кубитов, исследуемого экспериментального образца . . .	82

Приложение А

Калибровка однокубитных вентиляей

А.1 Первый подход на основе адиабатического вентиля DRAG

В данном разделе приведено описание экспериментального протокола для калибровки параметров гауссовых импульсов: A и α , входящих в уравнение (3.30). На первом шаге проводится калибровка амплитуды гауссового $\pi/2$ импульса, заданного выражением (3.30). Последовательность импульсов приведена на рисунке А.1. Вначале производится инициализация кубита в его основном состоянии, для чего в линию контроля кубита подается прямоугольный потоковый импульс длительностью $t_R = 30$ мкс (см. рисунок 3.15в). Измерения повторяются для разного числа N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. В конце измеряется населенность кубита.

Калибруемые гауссовы импульсы являются $\pi/2$ -импульсами, когда результат выполнения четырех импульсов подряд приводит к вращению на 2π , что эквивалентно единичному I вентилю. Это соответствует минимуму в зависимости измеряемой величины σ_z от амплитуды A , так как изначально кубит был инициализирован в основном состоянии. Результаты калибровки для кубита Q_A и кубита Q_B представлены на рисунке А.2 и рисунке А.3, соответственно. В данном случае применяется итерационная процедура калибровки с постепенным

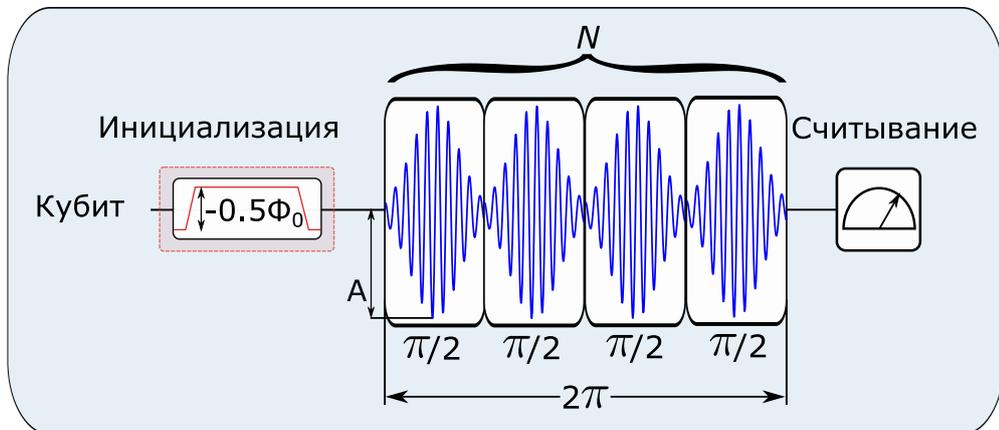
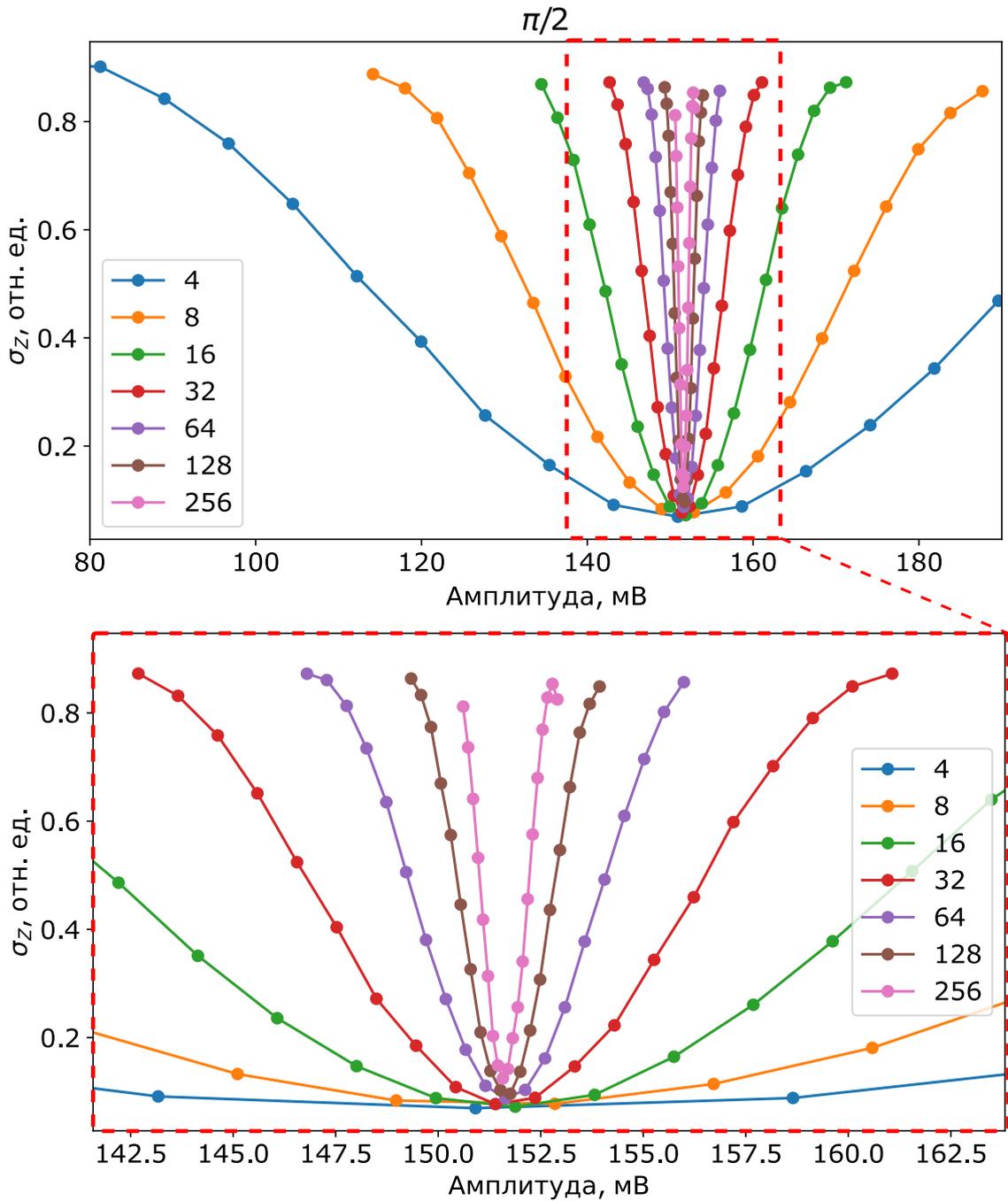
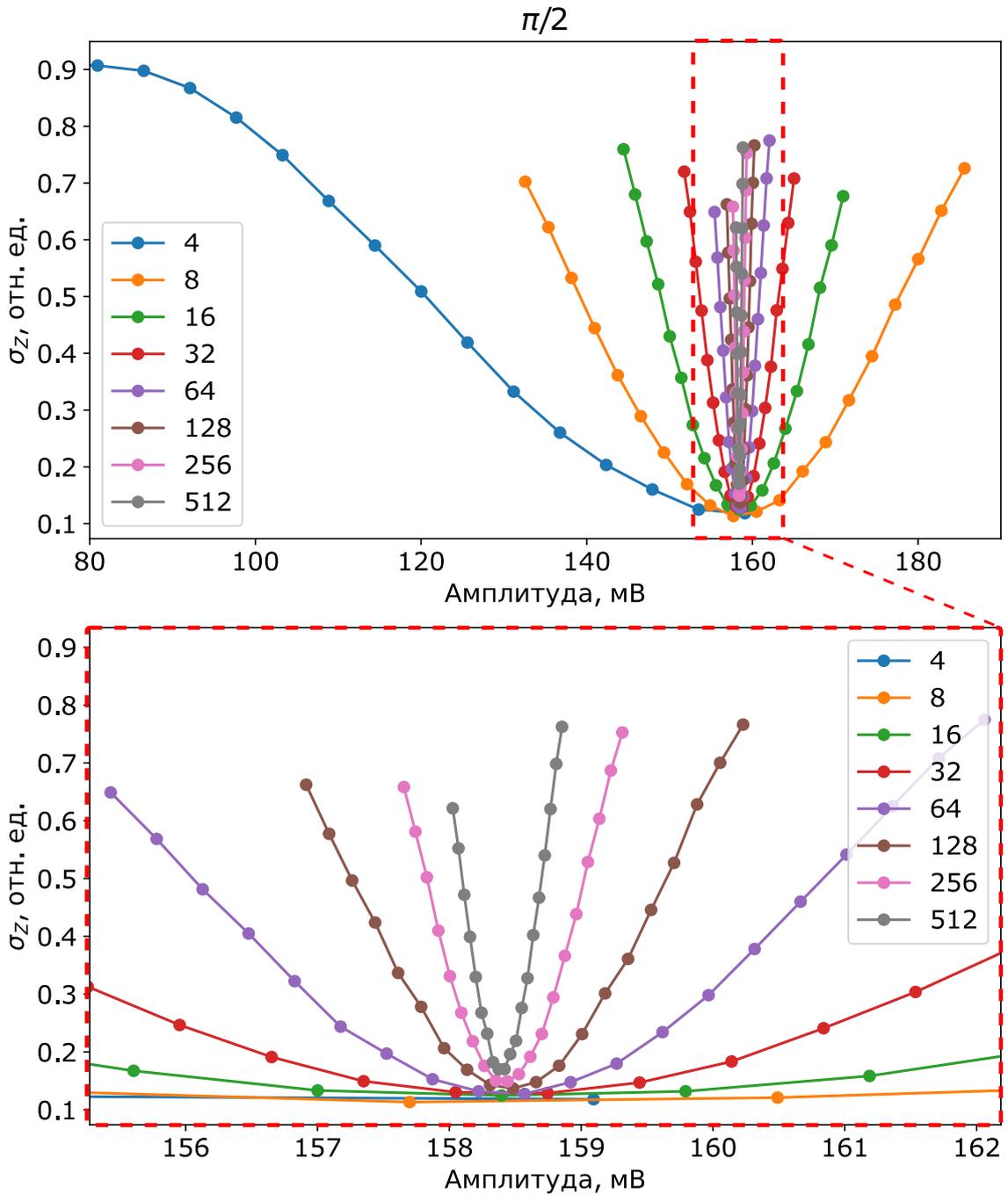


Рисунок А.1 — Последовательность импульсов для калибровки амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс.



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.2 — Населенность кубита Q_A в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов.

увеличением числа N последовательностей (результаты измерения населенностей кубитов $\sigma_z^j(A)$ для разного числа j последовательностей показаны разным цветом). На каждом последующем шаге число N увеличивается вдвое, при этом вдвое сокращается диапазон сканирования по амплитуде.



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.3 — Населенность кубита Q_B в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов.

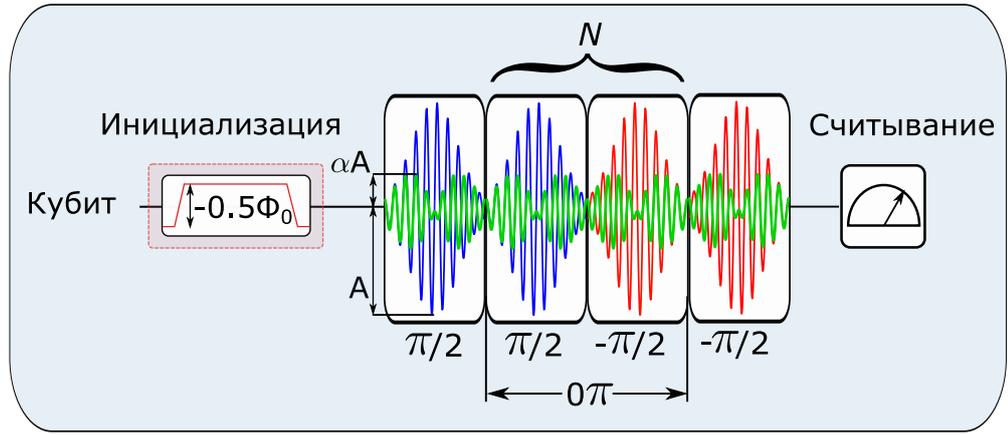


Рисунок А.4 — Последовательность импульсов для наблюдения фазовой ошибки при калибровке параметра α гауссовых $\pi/2$ импульсов с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс.

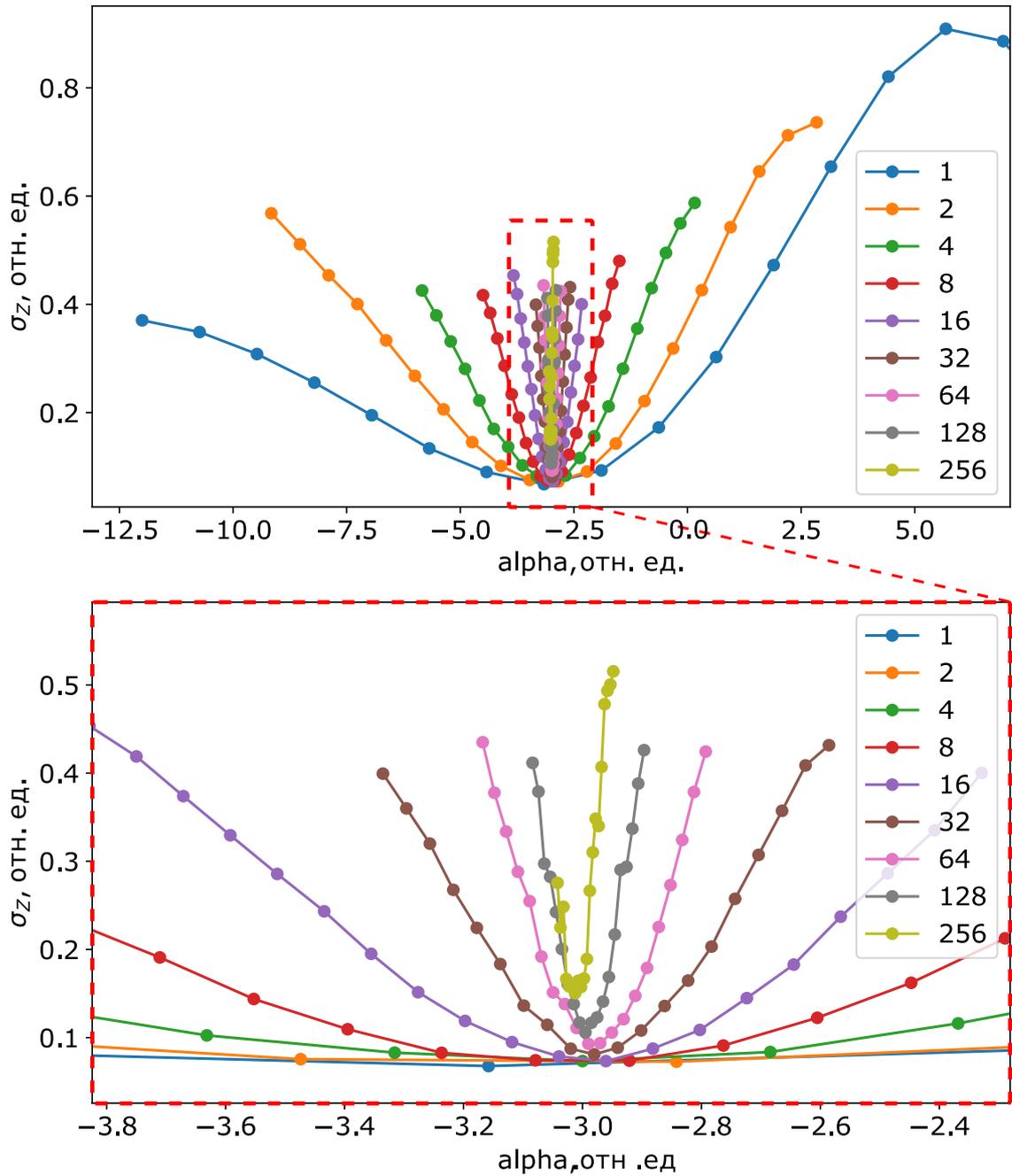
Значение минимума населенности кубита уточняется после каждой итерации, с учетом всех предыдущих, согласно выражению:

$$A_{\min}^i = \operatorname{argmin} \sum_{j=1}^i F_{\sigma_z}^j(A), \quad (\text{A.1})$$

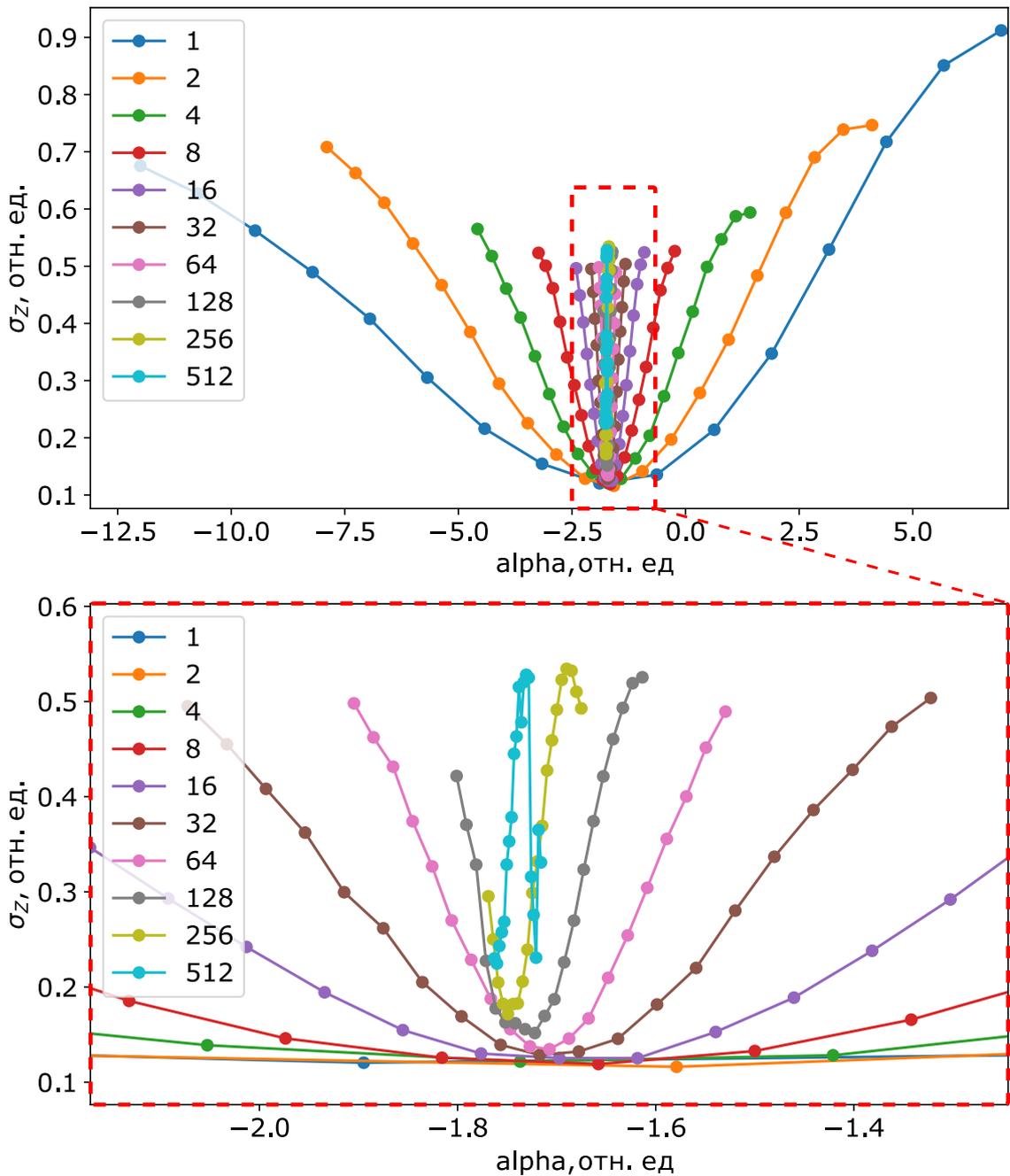
где $F_{\sigma_z}^j(A)$ – линейная интерполяция результатов измерения населенности кубита $\sigma_z^j(A)$ на j -й итерации при амплитуде A .

Следующим шагом в калибровке гауссовых импульсов является устранение фазовой ошибки. В основе этой процедуры лежит метод увеличенной фазовой ошибки “amplified phase errors” (APE). Последовательность импульсов, используемая для наблюдения фазовой ошибки, представлена на рисунке А.4. В начале и конце последовательности стоят откалиброванные на предыдущем шаге гауссовы $\pi/2$ импульсы с противоположенными фазами, между ними расположена последовательность из N “квазиединичных” импульсов, каждый из которых состоит из двух $\pi/2$ импульсов с противоположенными фазами. В конце измеряется населенность кубита. Во время подачи гауссового импульса в ортогональную ему квадратуру добавляется сигнал пропорциональный производной гауссовой функции по времени с амплитудой αA для коррекции фазовых ошибок. В данном случае измерения также повторяются для разного числа N , причем на каждом последующем шаге число N увеличивается вдвое, при этом вдвое сокращается диапазон сканирования по α .

Результат выполнения всей последовательности должен быть эквивалентен “квазиединичному” импульсу. По этой причине значение α , при котором



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.5 — Результаты калибровки α , полученные для кубита Q_A .



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.6 — Результаты калибровки α , полученные для кубита Q_B .

фазовая ошибка будет минимальна, должно соответствовать минимуму в зависимости измеряемой величины σ_z от амплитуды α , так как изначально кубит был инициализирован в основном состоянии. Результаты калибровки для кубита Q_A и кубита Q_B представлены на рисунке А.5 и рисунке А.6, соответственно. Результаты измерения населенностей кубитов $\sigma_z^j(\alpha)$ для разного числа N показаны разным цветом.

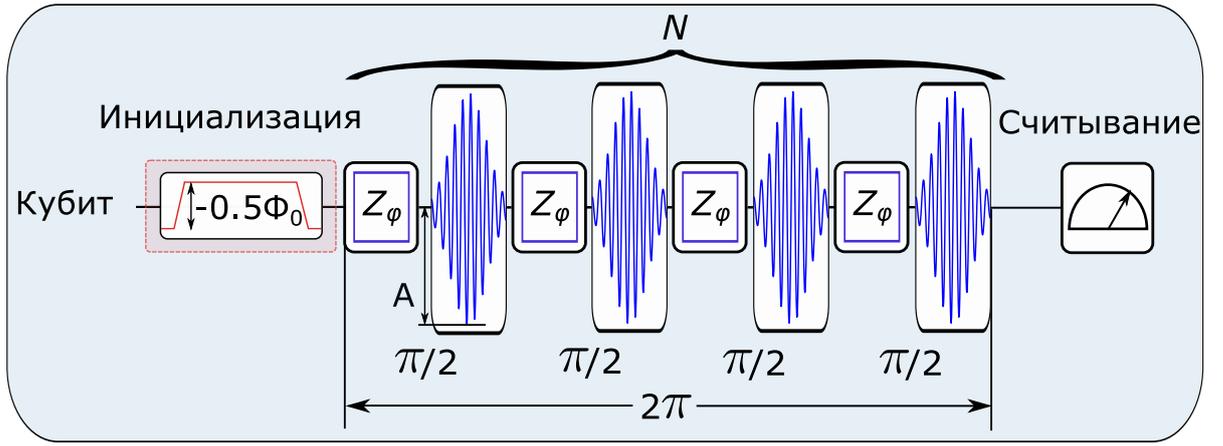


Рисунок А.7 — Последовательность импульсов для калибровки амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс с дополнительным виртуальным Z -импульсом.

Как и в случае амплитуды, значение минимума населенности кубита уточняется после каждой итерации, с учетом всех предыдущих, согласно выражению:

$$\alpha_{\min}^i = \operatorname{argmin} \sum_{j=1}^i F_{\sigma_z}^j(\alpha), \quad (\text{A.2})$$

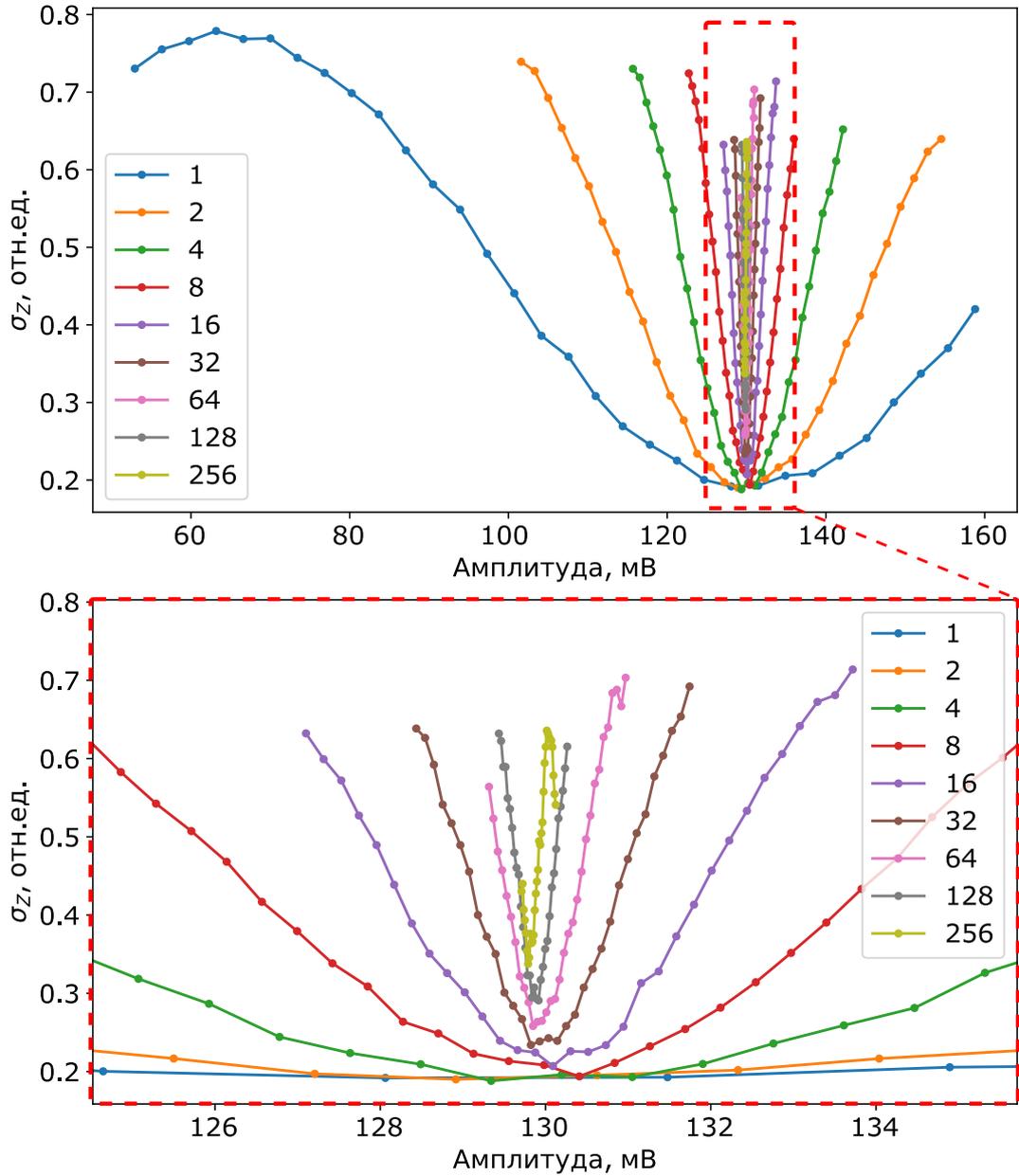
где $F_{\sigma_z}^j(\alpha)$ – линейная интерполяция результатов измерения населенности кубита $\sigma_z^j(\alpha)$ на j -й итерации при данном значении α .

Извлеченные из результатов калибровок значения параметров гауссовых импульсов для кубита Q_A равны: $A_{Q_A} = 151,5$ мВ, $\alpha_{Q_A} = -2,99 \times 10^{-9}$, а для кубита Q_B равны: $A_{Q_B} = 158,4$ мВ, $\alpha_{Q_B} = -1,75 \times 10^{-9}$. Гауссовы импульсы с этими параметрами использовались в работе для определения точности однокубитных вентилях 3.23 с помощью рандомизированного тестирования (RB).

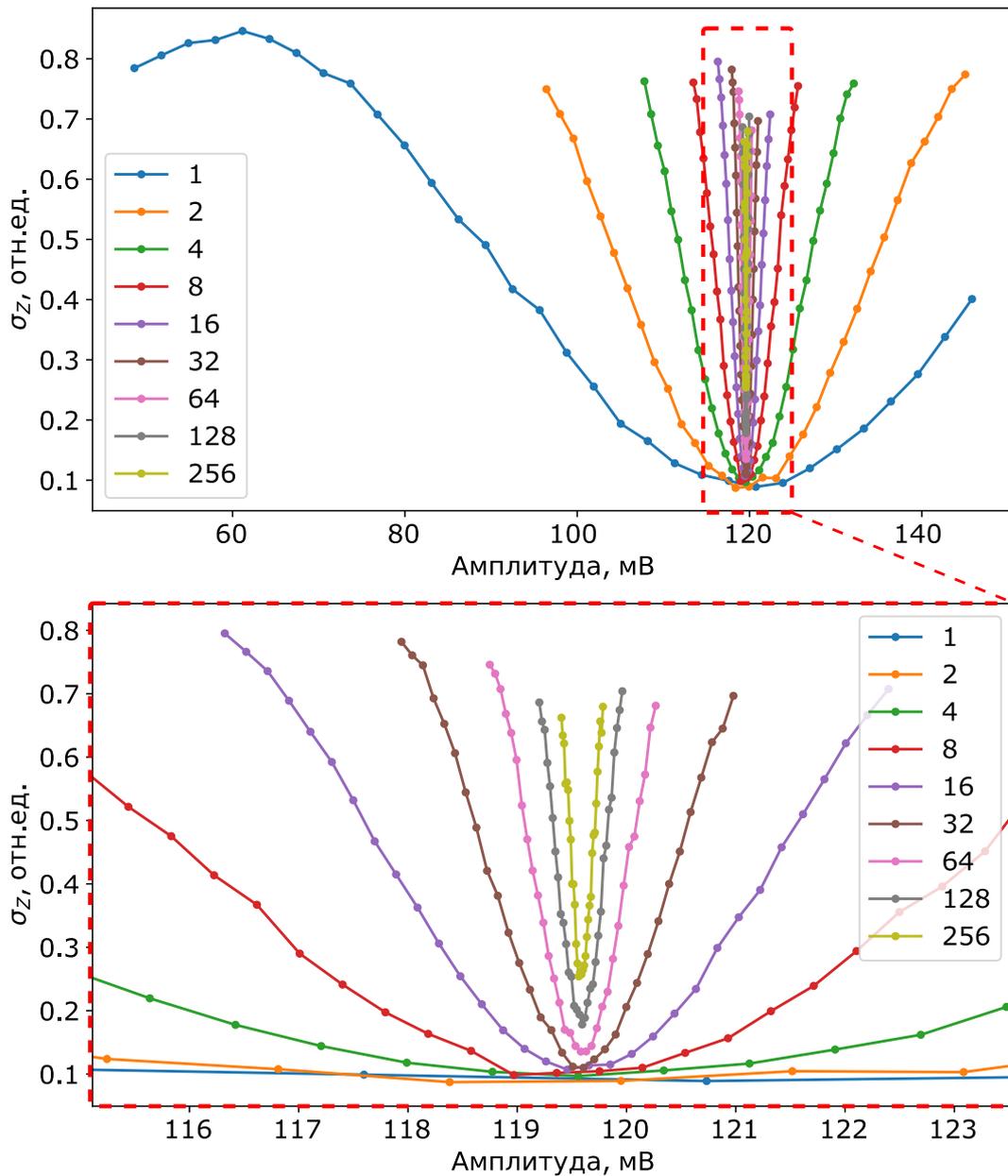
А.2 Второй подход на основе виртуальных Z -вращений

В данном разделе приведено описание экспериментального протокола для калибровки амплитуды A гауссового импульса и фазы φ виртуального Z -вращения. Последовательность импульсов приведена на рисунке А.7.

Вначале производится инициализация кубита в его основном состоянии, для чего в линию контроля кубита подается прямоугольный потоковый импульс длительностью $t_R = 30$ мкс (см. рисунок 3.15в). Измерения повторяются



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.8 — Населенность кубита Q_A в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0$.



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.9 — Населенность кубита Q_B в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0$.

для разного числа N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов, перед каждым из которых выполняется виртуальное Z-вращение (инкремент фазы к встроенному в AWG осциллятору с числовым программным управлением (NCO)). В конце измеряется населенность кубита.

На первом шаге проводится калибровка амплитуды гауссового $\pi/2$ импульса при нулевой фазе виртуальных Z-вращений. Результаты калибровки для кубита Q_A и кубита Q_B представлены на рисунке А.8 и рисунке А.9, соответственно. В данном случае применяется итерационная процедура калибровки

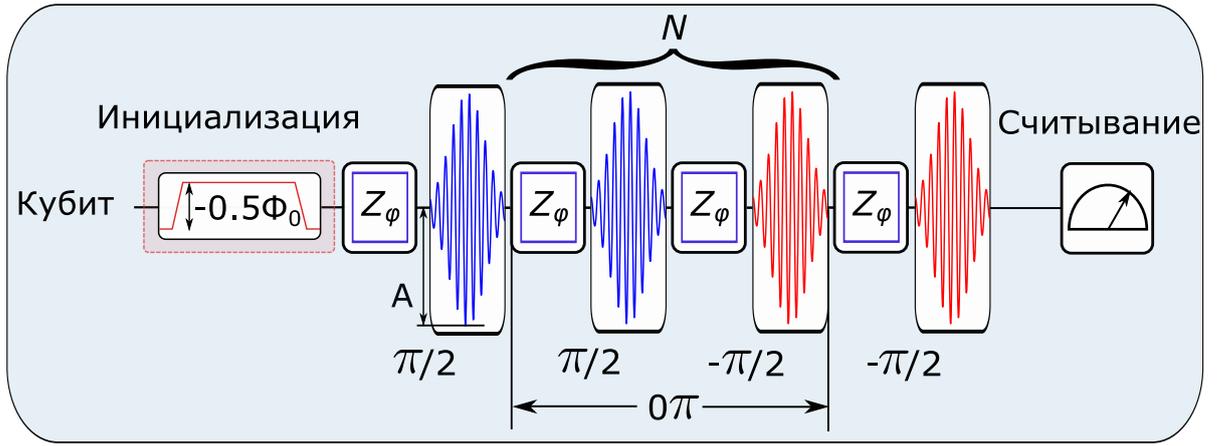


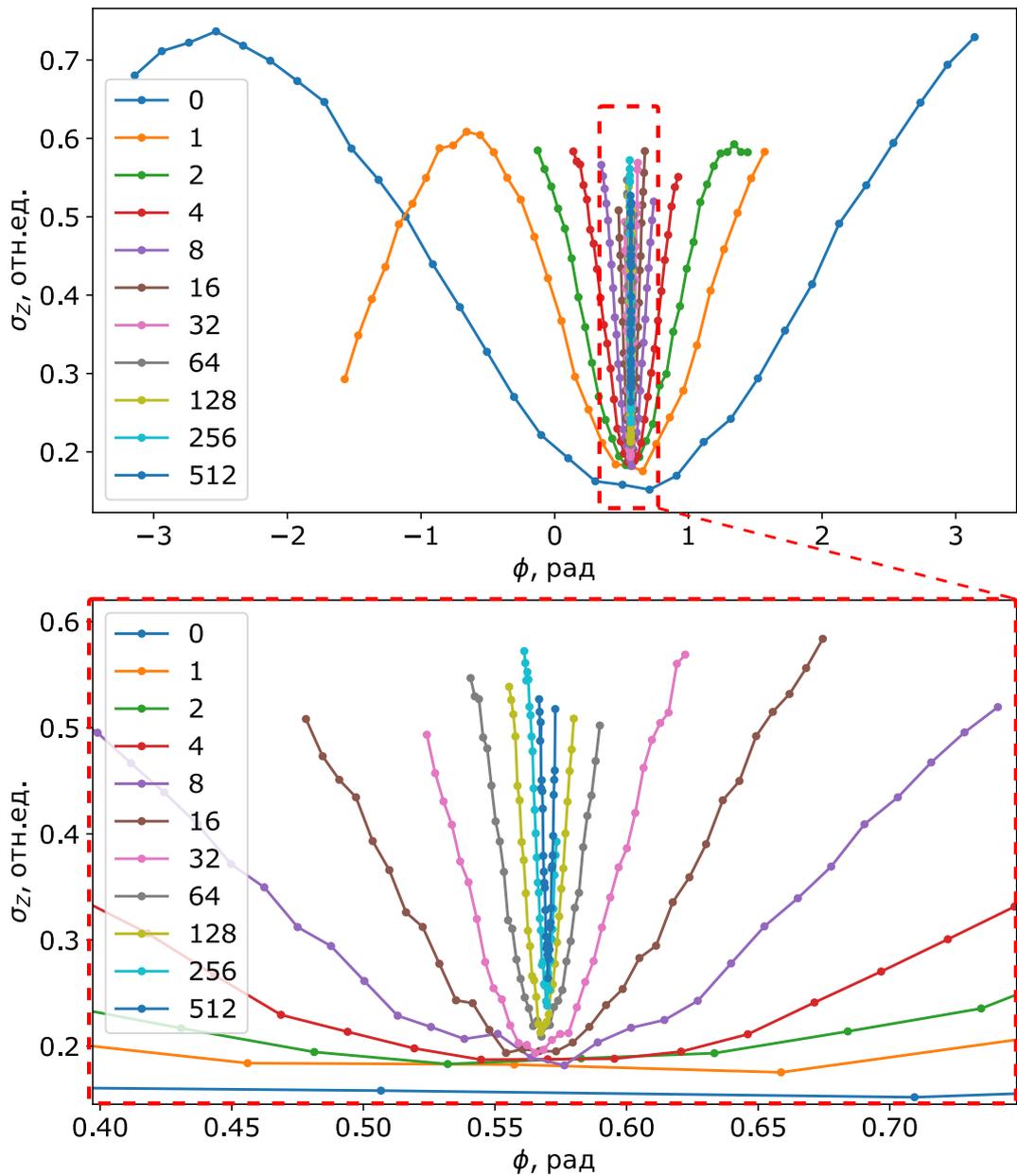
Рисунок А.10 — Последовательность импульсов для калибровки фазы виртуального Z-вращения сопровождающего каждый гауссовый $\pi/2$ импульс с длительностью $T_p = 13,3$ нс и $\sigma = 3,3$ нс.

с постепенным увеличением числа N последовательностей (результаты измерения населенностей кубитов $\sigma_Z^j(A)$ для разного числа j последовательностей показаны разным цветом). На каждом последующем шаге число N увеличивается вдвое, при этом вдвое сокращается диапазон сканирования по амплитуде.

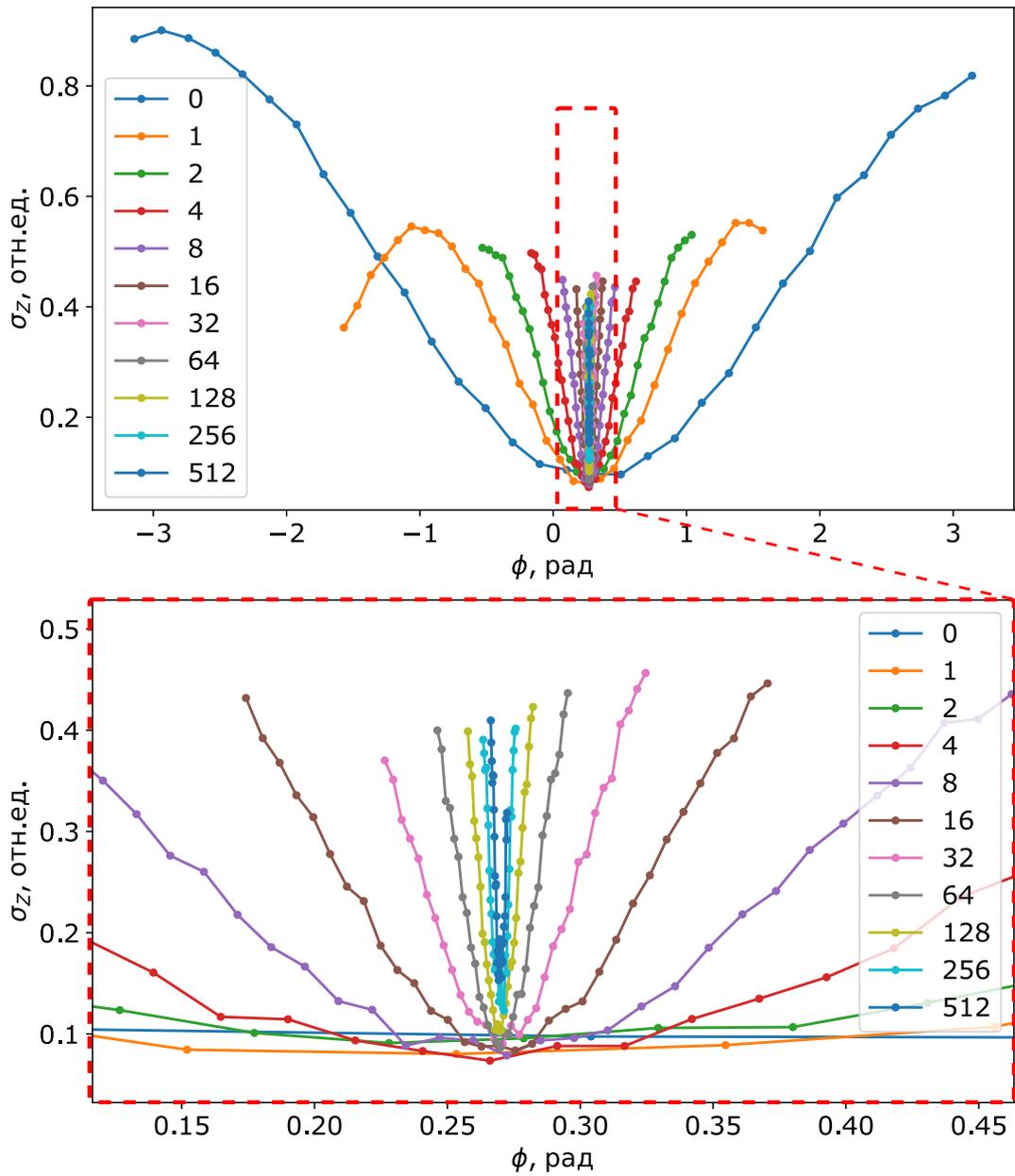
Значение минимума населенности кубита уточняется после каждой итерации согласно формуле (А.1). Извлеченные из результатов калибровок значения амплитуды гауссовых импульсов для кубита Q_A и кубита Q_B равны $A_{Q_A} = 129,9$ мВ и $A_{Q_B} = 119,7$ мВ, соответственно.

На втором шаге производится сканирование по величине фазы виртуального Z-вращения. При этом используется последовательность импульсов, изображенная на рисунке А.10. В начале и конце последовательности стоят откалиброванные на предыдущем шаге гауссовы $\pi/2$ импульсы с противоположенными фазами, между ними расположена последовательность из N “квазиединичных” импульсов, каждый из которых состоит из двух $\pi/2$ импульсов с противоположенными фазами. Перед выполнением каждого гауссового импульса производится виртуальное Z-вращение, по фазе ϕ которого и производится сканирование. В конце измеряется населенность кубита. В данном случае измерения также повторяются для разного числа N , причем на каждом последующем шаге число N увеличивается вдвое, при этом вдвое сокращается диапазон сканирования по ϕ .

Результаты калибровки для кубита Q_A и кубита Q_B представлены на рисунке А.11 и рисунке А.12, соответственно. Результаты измерения населенностей кубитов $\sigma_Z^j(\phi)$ для разного числа N показаны разным цветом.

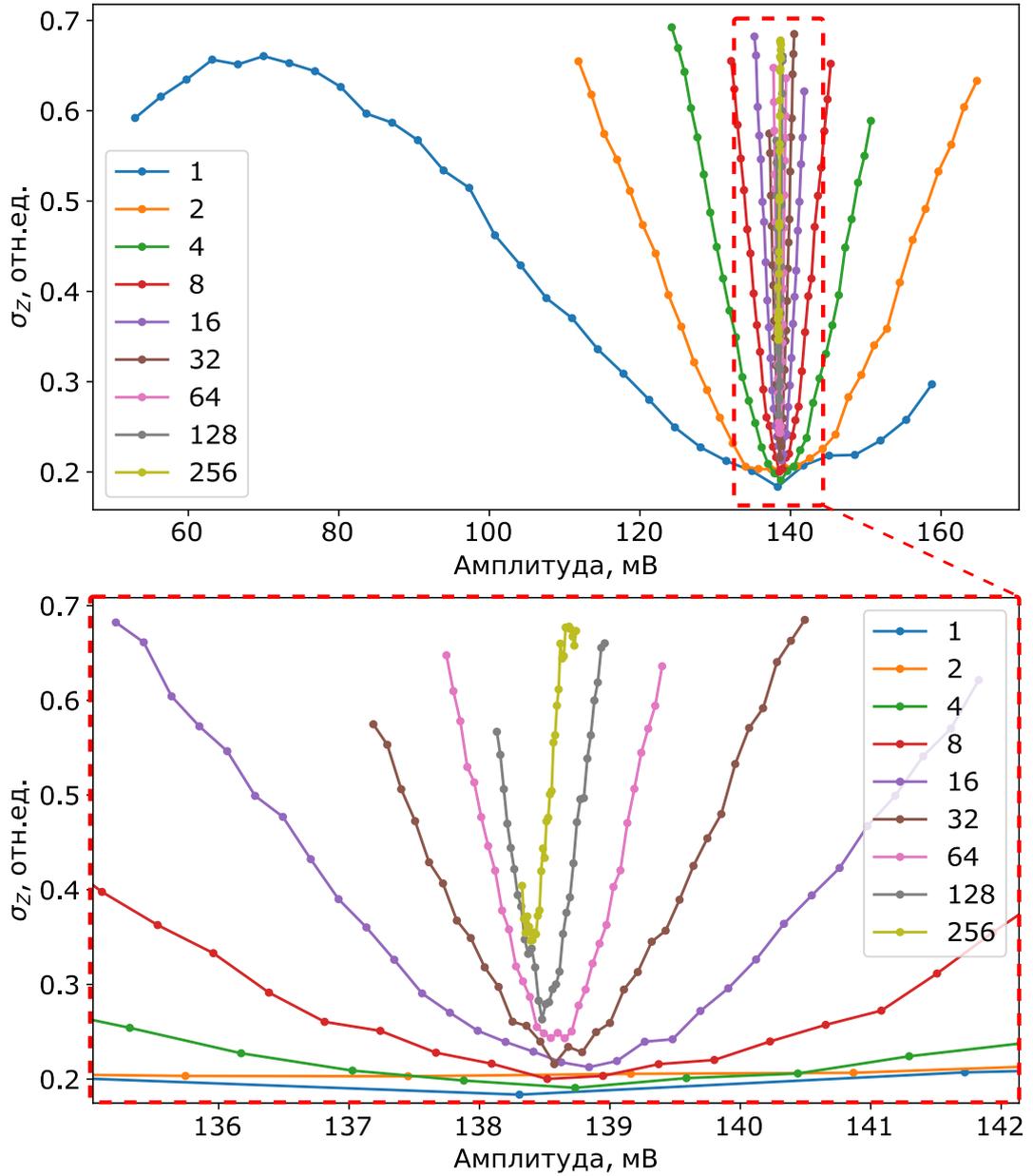


Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Амплитуда гауссового импульса равна $A_{Q_A} = 129,9$ мВ
 Рисунок А.11 — Населенность кубита Q_A в зависимости от фазы виртуального Z-вращения.



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Амплитуда гауссового импульса равна $A_{Q_B} = 119,7$ мВ.

Рисунок А.12 — Населенность кубита Q_B в зависимости от фазы виртуального Z-вращения.

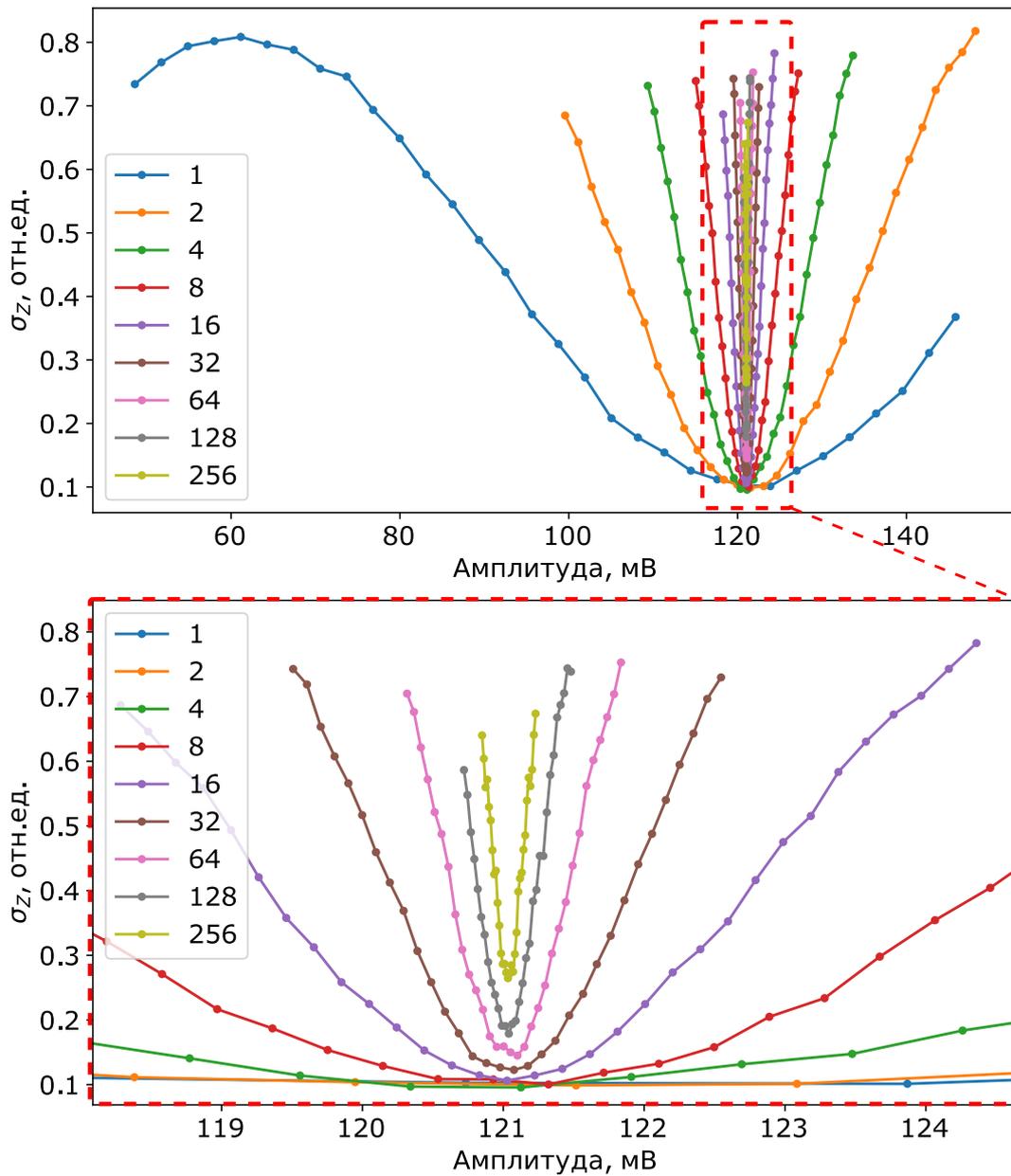


Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.13 — Населенность кубита Q_D в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0,555$.

Как и в случае с α , значение минимума населенности кубита уточняется после каждой итерации, с учетом всех предыдущих, согласно выражению:

$$\varphi_{\min}^i = \operatorname{argmin} \sum_{j=1}^i F_{\sigma_z}^j(\varphi), \quad (\text{A.3})$$

где $F_{\sigma_z}^j(\varphi)$ — линейная интерполяция результатов измерения населенности кубита $\sigma_Z^j(\varphi)$ на j -й итерации при данном значении φ .



Разными цветами на рисунке обозначены разные длительности N последовательностей, состоящих из четырех гауссовых импульсов. Рисунок А.14 — Населенность кубита Q_B в зависимости от амплитуды гауссовых $\pi/2$ импульсов при $\varphi = 0,257$.

На третьем шаге повторяется эксперимент по калибровке амплитуды гауссового $\pi/2$ импульса, с последовательностью, изображенной на рисунке А.7 при фазах виртуальных Z -вращений равных $\varphi_{Q_A} = 0,555$ и $\varphi_{Q_B} = 0,257$ для кубита Q_A и кубита Q_B , соответственно. Результаты калибровки для кубита Q_A и кубита Q_B представлены на рисунке А.13 и рисунке А.14, соответственно. Уточненные значения амплитуды гауссовых импульсов для кубита Q_A и кубита Q_B равны $A_{Q_A} = 138,6$ мВ и $A_{Q_B} = 121,1$ мВ, соответственно.

Приложение Б

Аналитические расчеты частоты квантовых биений

Описанный в основной части численный подход позволяет исследовать спектр энергий в различных режимах, включая $\beta \leq 1$. В другом режиме, когда $\beta \gg 1$, для изучения квантовой динамики одиночного магнитного флаксона, захваченного в двухячеечный СКВИД, можно использовать квазиклассическое описание туннелирования через потенциальный барьер, как в работе[90]. В этом случае мы получаем аналитическое решение для разности низколежащих энергетических уровней $\Delta(\Phi_{\Delta f} = 1.0\Phi_0)$. Квазиклассический подход справедлив в режиме $E_C \ll E_J$. Прежде всего, запишем потенциальную энергию для двухъячеечный СКВИДА:

$$U = E_J(1 - \cos(\varphi_f)) + E_L \left(\varphi_f - \pi \frac{\Phi_{\Delta f}}{\Phi_0} \right)^2. \quad (\text{Б.1})$$

Здесь исключен постоянный член $2\frac{(\Phi_{\Sigma f}/2)^2}{2L}$ для простоты. При $\Phi_{\Delta f} \simeq 1.0\Phi_0$ экстремумы потенциала $U(\varphi_f)$ находятся из решения трансцендентного уравнения:

$$E_J \sin(\varphi_f) = 2E_L(\varphi_f - \pi\Phi_{\Delta f}/\Phi_0). \quad (\text{Б.2})$$

Поскольку $\Phi_{\Delta f} = 1.0\Phi_0$ можно получить, что $\varphi_{f,\max} = \pi$ соответствует максимуму потенциального барьера, расположенному между двумя минимумами φ_{mR} и φ_{mL} . В пределе $\beta \gg 1$ получим: $\varphi_{mR} \approx 2\pi - \pi\frac{2E_L}{E_J}$ и $\varphi_{mL} \approx \pi\frac{2E_L}{E_J}$. Пренебрегая туннелированием между потенциальными ямами, можно найти собственные энергии двух локализованных состояний из решения стационарного уравнения Шредингера для гармонического осциллятора:

$$\left[-4E_C \frac{\partial^2}{\partial \varphi_f^2} + \frac{V''(\varphi_{m\gamma})}{2} (\varphi_f - \varphi_{m\gamma})^2 \right] \Psi_\gamma(\varphi_f) = E_\gamma \Psi_\gamma(\varphi_f), \gamma = L, R. \quad (\text{Б.3})$$

Здесь использовалось разложение потенциальной энергии в ряд до второго порядка, $V''(\varphi_{mi}) = E_J \cos(\varphi_{m\gamma}) + 2E_L$ и $E_\gamma = V(\varphi_{m\gamma}) + \frac{\hbar\omega_\gamma}{2}$. Частота осциллятора:

$$\hbar\omega_\gamma = 2\pi\sqrt{8E_C(2E_L + E_J \cos \varphi_{m\gamma})}. \quad (\text{Б.4})$$

Теперь получим амплитуду Δ квантового туннелирования между соседними ямами в квазиклассическом приближении [90]. Для симметричных ям амплитуда туннелирования Δ определяется выражением:

$$\Delta = \frac{\hbar\omega_\gamma}{e\sqrt{\pi}} \exp\left(-\int_{\varphi_{\gamma 1}}^{\varphi_{\gamma 2}} \sqrt{\frac{1}{E_C}(V(\varphi') - E_\gamma)} d\varphi'\right), \quad (\text{Б.5})$$

здесь границами интегрирования $\varphi_{\gamma 1,2}$ являются две точки пересечения потенциального барьера с уровнем энергии: $V(\varphi_{\gamma 1,2}) = E_\gamma$. Эта аналитическая зависимость показана на рис. 4.6. Для полноты изложения приведем также известную асимптотическую формулу для расщепления периодического потенциала из работы [91] с нормированными коэффициентами:

$$\Delta = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{8\bar{E}_J\bar{E}_C} \left(\frac{8\bar{E}_J}{\bar{E}_C}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\sqrt{\frac{\bar{E}_J}{\bar{E}_C}}\right). \quad (\text{Б.6})$$

где $\bar{E}_J = E_J[1 - \frac{\pi^2}{4\beta}(1 - \frac{1}{\beta})]$, $\bar{E}_C = \frac{E_C}{(1-1/\beta)^2}$.

В качестве обобщения, для изучения динамики флаксонов интерес представляют только два нижних собственных состояния системы (флаксон расположен в правой или левой потенциальной яме), а поскольку спектр СКВИДа в значительной степени ангармоничен вблизи $\Phi_{\Delta f} = \pm\Phi_0$, и в силу уравнения 4.7 гамильтониан системы можно свести к первым двум состояниям:

$$\hat{H}_{2\text{cells-MF}} = \frac{\Delta}{2}\hat{\sigma}_x + \frac{\varepsilon}{2}\hat{\sigma}_z, \quad (\text{Б.7})$$

здесь $\varepsilon = \delta\Phi_{\Delta f}\frac{\Phi_0}{2L}$ и $\delta\Phi_{\Delta f} = (\Phi_{\Delta f} - \Phi_0)$. Этот гамильтониан определяет расщепление энергетических уровней как $\Delta E_{01} = \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2}$.