

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский технологический
университет «МИСИС»

Стенищев Иван Владимирович

Мультипольные эффекты в метаматериалах и кубитах

Специальность 1.3.8
«Физика конденсированного состояния»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Башарин Алексей Андреевич
кандидат технических наук, доцент

Москва, 2023

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Метаматериалы и метаповерхности – структуры, свойства которых зависят не столько от свойств составляющих элементов, сколько от их размера, формы и периодичности. Отличительная особенность таких структур заключается в возможности модифицировать диэлектрическую и магнитную проницаемость, что приводит к уникальным свойствам за счет управления законами дисперсии, отражения и прохождения электромагнитных волн. Это открыло возможность локализации электромагнитных полей в субволновой области, что сегодня применяется в ряде областей, например антенная техника, лазеры, резонаторы и т.д. Локализация электромагнитного поля в субволновой области вещества так же интересна для локального возбуждения нелинейных систем.

Взаимодействие метаматериалов с электромагнитной волной может приводить к возникновению различных эффектов, таких как резонансы Фано-типа, анапольный режим, эффекты Керкера. Природа этих эффектов основана на возбуждении мультипольных моментов, для анализа которых используют системы зарядов и токов, их интенсивность, мощность и интерференцию. Стандартная мультипольная декомпозиция, позволяющая разложить токи и поля источника на элементарные гармоники, включает в себя мультиполи электрического и магнитного семейства для описания характеристик излучения объекта [1]. Декартовы мультиполи, рассматриваемые в классических учебниках по электродинамике - не симметричные и не обесслезженные тензоры, а значит, не представляют индивидуального вклада в рассеянную мощность.. Для воспроизведения полной картины рассеяния электромагнитных волн объектами сложной формы и получения физических результатов необходим учет тороидных мультиполей [2], которые получаются после операций симметризации и обесслезживания декартовых мультиполей.

Анализ публикаций последнего времени показывает, что задачи связанные с возбуждением тороидного отклика является одним из приоритетных направлений метаматериалов [3 – 11]. Исследование метаматериалов с тороидным откликом началось сравнительно недавно, и многие вопросы пока остаются без ответа. Например, до сих пор не исследован вопрос экспериментального возбуждения чистого тороидного дипольного момента и анаполя в планарных диэлектрических метаматериалах в оптическом диапазоне частот [6]. Это связано с тем, что необходимо создать частицы имеющие тороидальную 3D топологию в нано и микромасштабе. Однако в работе А. Мирошниченко с соавторами впервые продемонстрирован анаполь в силиконовых нанодисках [5]. Не изучены вопросы, связанные с возбуждением нескомпенсированного векторного потенциала, а вопрос существования нетривиального неизлучающего источника является давно востребованным и ожидаемым в

области фотоники, метаматериалов и электродинамики в целом [6]. В литературе представлено мало экспериментальных работ, связанных с тороидными метаматериалами, а применение их описано только в теоретических работах, предлагающих использовать тороидные метаматериалы, как высокодобротные резонаторы лазеров и спазеров [7, 8]. Ранее предложенные метаматериалы обладали довольно необычными и сложными в изготовлении и настройке 3D включениями. Особенно это важно в области оптических диапазонов частот, где размер включений ограничен микронным и нано масштабами. А манипулирование включениями, состоящими из SRR расположенными в нескольких плоскостях или объемных диэлектрических частиц [3 – 14], часто является непосильной задачей при изготовлении таких метаматериалов. Поэтому предложенные диэлектрические перфорированные метаматериалы являются важным шагом в упрощении технологии изготовления тороидных метаматериалов.

Существует также ряд мультиполей старшего порядка, называемых среднеквадратическими радиусами (электрический, магнитный, тороидный), которые до сих пор экспериментально не изучены, в том числе и их взаимодействие с обычными мультиполями. Однако известна магнитная анапольная мода, которая есть результат деструктивного взаимодействия магнитного момента и момента среднеквадратичного магнитного радиуса [15]

Показано, что магнитный анаполь возникает в диэлектрических высокоиндексных частицах. Это состояние получило название гибридного анаполя и близко к понятию магнитного анаполя. Момент среднеквадратичного магнитного радиуса описан теоретически в работах Радеску и Ваман, а также в работах Дубовика и Тугушева [16 – 17]. Однако вопрос о конфигурации токов, приводящих к возбуждению среднеквадратичного магнитного радиуса остается открытым. Актуальность введения магнитного среднеквадратичного радиуса является важным в качестве компенсации рассеянных полей от источников/рассеивателей, обладающих магнитными моментами. Тем не менее экспериментальных работ в области возбуждения моментов среднеквадратических радиусов пока нет.

Другим актуальным вопросом является как мультиполи одного или иного порядка взаимодействуют друг с другом. Известно условие Керкера, согласно которому сферическая частица обладает нулевым рассеянием назад, при равенстве ее диэлектрической и магнитной проницаемости [18]. Модификацией условия Керкера является условие между электрическим и магнитным дипольными моментами, которые также демонстрируют нулевое обратное рассеяние от мета-частицы, обладающей этими моментами [19 – 23].

Известны условия, при которых доказано нулевое рассеяние от частицы обладающей электрическим дипольным моментом и электрическим квадруполем [24]. В серии работ условие Керкера для конструктивного взаимодействия между электрическим дипольным моментом,

тороидным и магнитным моментами сформулировано для диэлектрических наночастиц [25, 26].

Важно также отметить, что в литературе обсуждается правомерность введения тороидного момента. В частности, группа Prof. Carsten Rockstuhl (KIT) демонстрирует, что тороидный момент является дополнительным членом ряда мультипольного разложения в сферических координатах электрического диполя, и, поэтому, его не следует рассматривать как отдельный член мультипольного ряда. Тем не менее, это вопрос терминологии, хотя электродинамический расчет показывает необходимость учета тороидного момента в декартовых координатах для описания взаимодействия электромагнитных волн с объектами тороидальной топологии [27]. Более того, учет тороидного момента ряде мультипольного разложения является необходимостью для объяснения интерференционных эффектов в метачастицах, которые не могут быть объяснены с помощью сферических мультиполей.

В работе [28] авторы вводят понятие тороидных моментов высокого порядка, хотя в ранее установленной терминологии здесь речь идет о моментах среднеквадратических радиусов, предложенной Радеску и Ваман, а также в работах Дубовика и Тугушева [16, 17]. Но важным преимуществом этой методологической работы является подробное описание взаимодействий между мультиполями старшего порядка.

Описание анапольной и тороидной моды были предложены в ряде проводящих трехмерных мета-атомов и метамолекул, которые обладают диссипативными потерями. Однако, анапольный режим основанный на деструктивной интерференции электрического и тороидного дипольных моментов можно наблюдать в структуре, построенной на диэлектрических включениях. Реализовать анапольную моду можно в симметричной структуре из четырех диэлектрических частиц расположенных по углам квадрата, в которых, за счет близкого расположения, возбуждаются Ми-резонансные магнитные моды. Динамический тороидный диполь определяется полоидальными токами на поверхности тора. Магнитные моменты в каждом цилиндре, порожденные токами смещения, образуют вихрь магнитного поля. В идеальном случае такая конфигурация не имеет квадрупольных моментов за счет симметрии. Для достижения анапольного состояния необходимо организовать деструктивную интерференцию электрического и тороидного дипольных моментов, что можно реализовать установив дипольную антенну в центре такого кластера. Исследование диэлектрических структур подразумевает использование высокоиндексных диэлектриков с низким тангенсом потерь в рабочей полосе частот, однако, для прототипирования таких сред отлично подходит дистиллированная вода. Диэлектрическая проницаемость воды в значительной степени зависит от многих параметров, в частности, от температуры. При комнатной температуре реальная часть диэлектрической проницаемости воды $\epsilon' = 79$, а мнимая часть $\epsilon'' = 6$. Использование такой

платформы для конструирования прототипов имеет ряд преимуществ, во-первых, можно подстраивать параметры материала в ходе измерений, а во-вторых, можно провести измерения электрического и магнитного поля in-situ.

Поле в ближней зоне анапольного состояния определяется сильно локализованными максимумами, в идеальном случае – δ -функцией. Использование дистиллированной воды для прототипирования метаматериала, основанного на четырех диэлектрических цилиндрах позволит экспериментально подтвердить анапольное возбуждение. Таким образом, в работе реализован диэлектрический метаматериал, анапольное состояние которого подтверждено посредством электродинамического моделирования, мультипольного анализа, а также экспериментального исследования коэффициентов прохождения/отражения электрического и магнитного поля в дальней и ближней зоне.

Пересмотр и объединение идей «как локализовать поле» в реальном устройстве - ключи к модернизации и развитию новых методов борьбы с шумом. Использование анапольного режима в двухуровневых системах – кубитах было предложено для повышения времени когерентности [29]. Такой подход получил название «тихий» кубит, так как он защищен от низкочастотного шума $1/f$. Такая идея не получила практической реализации вследствие сложного трехмерного дизайна [30]. В работе будет реализован этот подход, на базе планарного анапольного мета-атома.

Архитектура cQED [31] подразумевает использование резонатора считывания, размещенного около кубита. Это расширение уже хорошо сформированной технологии широко используется, однако, отрасли нужны масштабируемые, компактные кубиты, хорошо скрытые от окружающей среды. Интересная задача - найти техники для дополнительного улучшения скрытности. Один из подходов заключается в использовании частоты ниже частоты отсечки волновода, где излучение источника хорошо подавляется. Это подавление для непрозрачного режима аналогично влиянию запрещенной зоны [32] на интенсивность излучения атома, находящегося в запрещенной зоне или вблизи нее, что положительно скажется на добротности резонатора, помещенного ниже частоты отсечки.

Актуальность работы обусловлена созданием тороидных метаматериалов, а также неизлучающих анаполей и демонстрацией их электродинамических свойств. Кроме того, актуальность работы заключается в демонстрации сверхпроводящего квантового мета-атома в качестве кубита, основанного на использовании концепции неизлучающей анапольной конфигурации в рамках создания двухуровневой изолированной системы. Используемый в работе подход расширяет границы применимости анапольных состояний для квантовых измерений. Как видно из представленного обзора тематика возбуждения тороидных и

ананольных состояний лежит на переднем крае науки о метаматериалах. Учитывая также, что экспериментальные работы по возбуждению анаполей в квантовых системах в литературе нет, а также нет устоявшейся терминологии, задачи предложенные в диссертации важны для понимания и востребованы научной общественностью, что имеет высокую актуальность для электродинамики в целом.

Таким образом, целью **работы** является исследование электродинамики анапольного состояния и возбуждения тороидных мультиполей, конструирование неизлучающей системы в диэлектрическом метаматериале и сверхпроводящем мета-атоме. Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

- Разработка модели диэлектрического метаматериала, обладающего анапольным состоянием.
- Экспериментальная демонстрация распределения электрического и магнитного поля в ближней и дальней зоне для анапольного состояния и тороидной моды в диэлектрическом метаматериале.
- Разработка модели квантового анапольного метаатома в круглом волноводе.
- Экспериментальная демонстрация квантовых свойств ангармонического сверхпроводящего анапольного мета-атома.

Научная новизна

В работе впервые разработан диэлектрический метаматериал, обладающий тороидальным откликом в микроволновом диапазоне частот. На базе этой структуры реализовано анапольное состояние за счет деструктивной интерференции электрического и тороидального дипольного момента, что впервые продемонстрировано посредством экспериментального исследования электрического и магнитного поля как ближней, так и в дальней зоне. Проведены эксперименты по наблюдению электромагнитного поля в диэлектрическом кластере in-situ, за счет использования дистиллированной воды в качестве материала для прототипирования электромагнитных сред в микроволновом диапазоне частот. Кроме того, в работе предложено использования анапольного состояния для конструирования квантового ангармонического мета-атома, изолированного от внешнего шума. Экспериментально и теоретически продемонстрирован ангармонизм квантовой анапольной системы с площадью сверхпроводящей поверхности 0.4 см^2 , равный 0.2 МГц .

Теоретическая и практическая значимость работы.

Значимость результатов диссертации связана в первую очередь с расширением границ применимости анапольных состояний для реализации систем, где значительную роль играет взаимодействие с внешним шумом. Решения, предложенные в работе, могут найти применение в таких областях как фотоника и квантовые вычисления.

Экспериментальная демонстрация распределений электрического и магнитного поля анапольного состояния, проведенная впервые для диэлектрического метаматериала и имеет фундаментальный характер, однако, топология структуры позволяет использовать это решение для задач возбуждения нелинейных эффектов, сенсорики, за счет сильной локализации электрического поля в субволновой области.

Применение анапольного состояния для конструирования квантового мета-атома или двухуровневой системы – перспективное решение для квантовых вычислений за счет возможности получения большого по сравнению с длиной волны и изолированного объекта,, что положительно скажется на временах декогеренции, кроме того, в работе предложена техника для дополнительного повышения добротности – размещение чипа на частотах ниже частоты среза круглого волновода, что приводит к подавлению излучения в линию вследствие слабой связи. Используемые решения позволили разрешить два первых квантовых уровня сверхпроводящего анапольного мета-атома с площадью сверхпроводящей поверхности 0.4 см^2 .

Методы.

Электродинамический расчет структур выполнен в пакетах программ Ansys High Frequency Structure Simulation и CST Microwave studio, методом конечных элементов. В процессе моделирования производится решение уравнений Максвелла. В расчете используется итерационный метод, где решения для компонент электромагнитного поля на следующем шаге находятся по предыдущим итерациям. С помощью этого метода были рассчитаны коэффициенты прохождения/отражения, диаграммы рассеяния, а также электромагнитные поля, наведенные в структуре.

Расчет ближнепольного взаимодействия производился на базе мультипольного разложения токов источника на элементарные гармоники. Разложение проводилось до третьего порядка, включая электрические, магнитные и тороидные семейства мультиполей.

Эксперимент по исследованию коэффициентов прохождения/отражения при комнатной температуре проводился в безэховой камере, изолирующей систему от паразитных переотражений и внешних наводок. Безэховая камера экранирует систему за счет использования радиопоглощающих материалов Терновник ТГ (отражение -40 дБ) и МОХ П – 530, такое решение позволило повысить точность измерения характеристик

прохождения/отражения до $\pm 0,5$ дБ. В качестве измерительной установки использовался векторный анализатор цепей Rohde & Schwarz ZVB20 по принципу «воздействие–отклик».

Для уменьшения влияния тепловых флуктуаций на кубит, необходимо использование низких температур. Система способная получить стабильную температуру ниже 20 мК являются криостаты растворения. Они используют теплоту смешивания изотопов ^3He и ^4He для получения охлаждения. Для создания измерительной установки с возможностью монтажа большого числа мета-атомов мы использовали волновод круглого сечения ($d=56.5$ мм) и его моду ТМ01.

Результаты, полученные в работе проанализированы и согласованы с теоретическими выкладками. Для оценки параметров исследованных систем используется фитирование данных при помощи репозитория Circlefit. Обработка результатов экспериментов проводится в высокоуровневом языке программирования Python, при помощи библиотек Numpy, Matplotlib и др.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработана экспериментальная модель диэлектрического метаматериала, обладающего тороидным откликом.
2. Экспериментально продемонстрировано распределение электрического и магнитного поля в ближней и дальней зоне для анапольного состояния и тороидной моды в диэлектрическом мета-атоме.
3. Разработана модель квантового анапольного мета-атома с площадью сверхпроводящей поверхности $0,4\text{см}^2$ в круглом волноводе.
4. Экспериментально продемонстрированы квантовые свойства ангармонического сверхпроводящего анапольного мета-атома.

Апробация работы

Результаты работы обсуждались на 8 всероссийских и международных конференциях:

1. Metamaterials 2016, 19-22 September, Chania, Greece, “Toroidal Metamaterials Based on Water”
2. Metamaterials 2017, August 28, 2017, Marseille, France, “All-dielectric Toroidal Metamaterials Based on Water”
3. Photonica 2017, Belgrade, Serbia, 28.08.2017 - 01.09.2017, “All - dielectric metamaterials based on water. Experimental confirmation of the toroidal response”

4. SPIE. Optics and optoelectronics, Prague Czech Republic, 24.04.2017 - 27.04.2017, "All - dielectric perforated metamaterials with toroidal dipolar response"
5. ICEAA 2018, Cartagena, Colombia, September 10 – 14, 10.09.2018 - 14.09.2018, "All - dielectric metamaterials in visible spectral range. Anapole mode excitation"
6. ICEAA 2019, ICEAA. September 9 - 13 2019, Granada, Spain, "All dielectric perforated metamaterials for optics"
7. "Modern trends in the development of functional materials", Russia, Sochi, Sirius, November 11 - 13, 2021, "Metamaterials with a toroidal response"
8. "School of Engineering Solutions 2021", Russia, Vladivostok, "VDC Ocean", October 21 - November 10, 2021, "Autonomous power supply systems"

Личный вклад автора

Автор самостоятельно проводил электродинамические расчеты исследуемых систем для моделирования их свойств, а также выполнил численный и аналитический расчет мультипольных вкладов для исследуемых образцов. Автор принимал участие в фабрикации метаматериалов, в подготовке экспериментальной установки для проведения измерений, как при комнатной температуре, так и для низкотемпературных экспериментов, а так же в проведении всех экспериментальных исследованиях, как в безэховой камере, так и на криостате растворения. Автор принимал активное участие как в обработке и интерпретации полученных результатов, так и в подготовке публикаций.

Публикации.

Материалы диссертации опубликованы в 5 печатных работах в изданиях из перечня ВАК и входящих в базы Web of Science, Scopus, а также 1 патент на изобретение:

1. Stenishchev I. V., Toroidal response in all - dielectric metamaterials based on water / Basharin A. A.// SCIENTIFIC REPORTS (7, 9468), DOI:10.1038/s41598-017-07399-y, 27.06.17, (WoS, Scopus, BAK)
2. Stenishchev I. V., Nontrivial nonradiating all - dielectric anapole/ Nemkov N. A., Basharin A. A.// SCIENTIFIC REPORTS (7, 1064), DOI:10.1038/s41598-017-01127-2, 27.03.17, (WoS, Scopus, BAK)
3. Stenishchev I. V., Anapole Mode Sustaining Silicon Metamaterials in Visible Spectral Range/ Ospanova A.K., Basharin A. A.// LASER & PHOTONICS REVIEWS (12, 7), DOI: 10.1002/lpor.201800005, (WoS, Scopus, BAK)

4. Stenishchev I. V., Toroidal Dipole Mode Observation In Situ/ Pavlov. N., Ospanova A.K., Belov P., Kapitanova P., Basharin A. A./ PHYSICA STATUS SOLIDI B – BASIC SOLID STATE PHYSICS (3, 257), <https://doi.org/10.1002/pssb.201900406>, (WoS, Scopus, BAK)
5. Stenishchev I.V. Multipole effects in a toroidal tunable planar metamaterial / Kozhokar' M.V., Chuguevskii V.I., Basharin A.A./ JETP Lett. 2021 (114, 12), 10.31857/S1234567821240083, (WoS, Scopus, BAK)
6. Стенищев И.В., Башарин А.А., Диэлектрический метаматериал с тороидным откликом, Номер патента: RU 2666965 C2 Год Публикации: 2018

Вклад соавторов

Все работы по теме диссертации опубликованы в соавторстве с научным руководителем А. А. Башариным. Было проведено большое количество дискуссий совместно с А. Башариным и С. Гильмулиным.

А. Оспанова и М. В. Кожокарь принимали участие в численном моделировании электродинамики исследуемых структур. С. Гильмулин принимал активное участие в проведении эксперимента.

Содержание работы

Диссертация посвящена исследованию анапольного состояния построенных на базе двух платформ – диэлектрические метаматериалы и сверхпроводящий мета-атом. **Во введении** обосновывается актуальность исследования, приводится цель и поставленные задачи, излагается научная новизна и практическая значимость работы. **Первая глава** содержит аналитический обзор литературы об электродинамике метаматериалов. Приводится описание эффектов, которые стали доступны с рождением этой области. **Вторая глава** посвящена разработке диэлектрической структуры с анапольным состоянием в узком диапазоне частот, использование дистиллированной воды в качестве диэлектрика позволило провести измерения электрических и магнитных полей и подтвердить анапольное состояние системы, характеризующееся деструктивной интерференцией электрического и тороидного диполей. **В третьей главе** приводится разработка сверхпроводящего анапольного мета-атома в круглом волноводе и реализация ряда экспериментальных исследований для наблюдения ангармонизма.

Электродинамика метаматериалов – область, находящаяся на переднем крае науки за счет возможности создавать структуры, свойства которых не встречаются в классических материалах средах. Активные исследования этой области позволяют реализовать такие эффекты как отрицательное преломление, распространение обратных волн, обратный эффект Вавилова — Черенкова, сверхразрешение и неизлучающие состояния. Поиск таких состояний

активно развивается с работ Шотта о сферической неизлучающей частице [33]. Позже этот подход неоднократно дополнялся [34], были предложены новые конфигурации неизлучающих систем [35] и построена общая теория неизлучающих источников [36]. Анапольный эффект – одно из наиболее интересных реализаций неизлучающих состояний, характеризующийся локализацией энергии только в ближней зоне. Дело в том, что распределение зарядов в анапольных системах характеризуются доминирующими вкладами электрического и тороидного диполей. Важной особенностью для этих членов мультипольного разложения является одинаковость диаграмм рассеяния в дальней зоне, следовательно, можно устроить их деструктивную интерференцию сохранив только излучение в точке расположения диполей. Такие реализации исследованы в ряде структур [37 – 48] и нашли применение в сенсорике, лазерах, и нелинейной оптике [49 – 60].

Раздел 1.1 содержит описание пионерских работ в области материалов с отрицательным коэффициентом преломления. В. Веселаго исследовал существование «левых» сред с отрицательным коэффициентом преломления. Позже его идеи были реализованы в массиве тонких металлических цилиндров, который имел имеющую отрицательную диэлектрическую проницаемость в СВЧ диапазоне частот $\varepsilon_r(\omega) = 1 - \omega_{pe}^2/(\omega^2 + i\omega\xi)$ [19, 20]. А так же в массиве из проводящих разрезанных колец (SRR), в котором на частотах выше резонансной наблюдаются отрицательные значения магнитной проницаемости $\mu_r(\omega) = 1 - F\omega^2/(\omega^2 - \omega_{0m}^2 + i\omega\xi)$. Объединение предложенных идей было реализовано в работах Д.Р. Смиа для конструирования метаматериала с отрицательным коэффициентом преломления. Метаматериалы открыли возможность сильной локализации электромагнитных полей, что открывает возможности для создания изолированных сред. В **разделе 1.2** содержится описание мультипольной декомпозиции для метаматериалов. Взаимодействие метаматериала с электромагнитной волной может приводить к возникновению различных характеристик, таких как высокая добротность, резонансы Фано-типа, анапольный режим, эффекты Керкера. Природа этих эффектов основана на возбуждении мультиполей (систем зарядов/токов). Стандартная мультипольная декомпозиция, позволяющая разложить токи и поля источника на элементарные гармоники, включает в себя мультиполи электрического и магнитного семейства для описания характеристик излучения объекта [1]. Однако, для воспроизведения полной картины рассеяния электромагнитных волн объектами сложной формы и получения физических результатов необходим учет тороидных мультиполей [2]. В сложных трехмерных системах могут возникать токи, осциллирующие по поверхности тора – полоидальные токи – соответствующие возбуждению тороидальных моментов [17], включение которых в мультипольную декомпозицию расширяет применимость этой методики для сложных трехмерных систем [61 – 63]. Прimitивные декартовы мультиполи образуют не

симметричные и не обесслезненные тензоры, а значит, не представляют индивидуального вклада в рассеянную мощность. Кроме того, они должны быть инвариантны к геометрическим преобразованиям, что накладывает требования быть обесслезненными и симметричными. Таким образом, тороидные мультиполи – остаточные члены после симметризации и обесслезживания декартовых мультиполей. **Раздел 1.3.** посвящен одному из эффектов, полученному в метаматериалах и описываемому помощью мультипольного взаимодействия – анапольному режиму, построенному на деструктивной интерференции электрического и тороидного диполей. Важной особенностью для этих членов мультипольного ряда является одинаковость диаграмм рассеяния в дальней зоне. Такие реализации исследованы в ряде структур [37 – 48] и нашли применение в сенсорике, лазерах, и нелинейной оптике [49 – 60]. Одна из первых практических реализаций построена на базе метаматериала из разорванных колец. Получив структуру обладающую одновременно электрическим и тороидным диполем, электрическое и магнитное поле будет выражаться следующим образом:

$$E_{tot} = E_P + E_T = \left[\frac{(r \cdot (\mathbf{P} - ik\mathbf{T}))F(\omega, r)}{c^2 r^2} r - \frac{G(\omega, r)}{c^2 r^2} (\mathbf{P} - ik\mathbf{T}) \right] \frac{\exp(-ikr + i\omega t)}{r} \quad (1)$$

$$H_{tot} = H_P + H_T = \frac{ikD(\omega, r)}{cr} [r \times (\mathbf{P} - ik\mathbf{T})] \frac{\exp(-ikr + i\omega t)}{r}$$

Таким образом, при соблюдении условия $(\mathbf{P} = ik\mathbf{T})$ происходит деструктивная интерференция электромагнитных полей электрического и тороидного диполей в дальней зоне. Такая конфигурация создает точечный анаполь, поля которого описываются -функцией.

$$E_{tot}(r = 0) = ik \mathbf{T} \delta(r) \exp(i\omega t) \quad (2)$$

$$H_{tot}(r = 0) = ik \text{curl}[\mathbf{T} \delta(r)] \exp(i\omega t)$$

Глава 2 посвящена диэлектрическим метаматериалам с тороидным откликом. В этой части работы приводятся теоретические и экспериментальные выкладки о разработке диэлектрического метаматериала с тороидным откликом. В качестве диэлектрической среды используется дистиллированная вода, что отлично подходит как средство прототипирования электромагнитных сред. **Раздел 2.1** описывает поведения резонансов Ми в диэлектрическом объеме, которые нашли свое применение в разработке диэлектрических резонаторов [64], магнитных зеркалах [65] и наноантеннах [66]. В работе используется идея для конструирования метаматериалов – использование воды в качестве диэлектрика. Диэлектрическая проницаемость используемых материалов обычно не выше 50, например кремниевые наночастицы [67, 68], наностержни и сферы [69]. При приближении к диапазону длинных волн, в несколько сантиметров, что интересно для экспериментального прототипирования [70, 71], выбор диэлектриков существенно увеличивается [72]. Аналогом дорогих материалов в этой области частот может послужить, например, дистиллированная вода с высоким значением диэлектрической проницаемости $Re(\epsilon) \approx 80$ при нормальных условиях. В **Разделе 2.2** приведено математическое описание анапольного состояния в диэлектрическом метаматериале.

В качестве модели выбрана ячейка, состоящая из четырех диэлектрических цилиндров, расположенных по углам квадрата (рисунок 1).

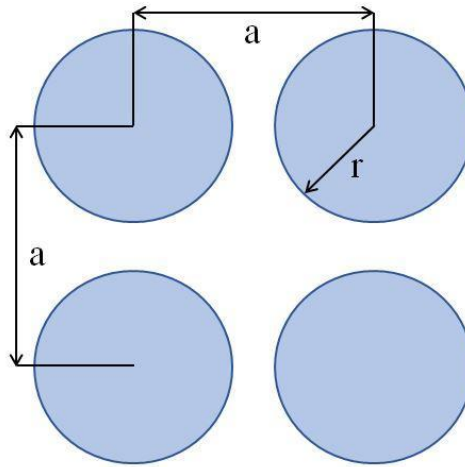


Рисунок 1 – Модель диэлектрической структуры с анапольным состоянием.

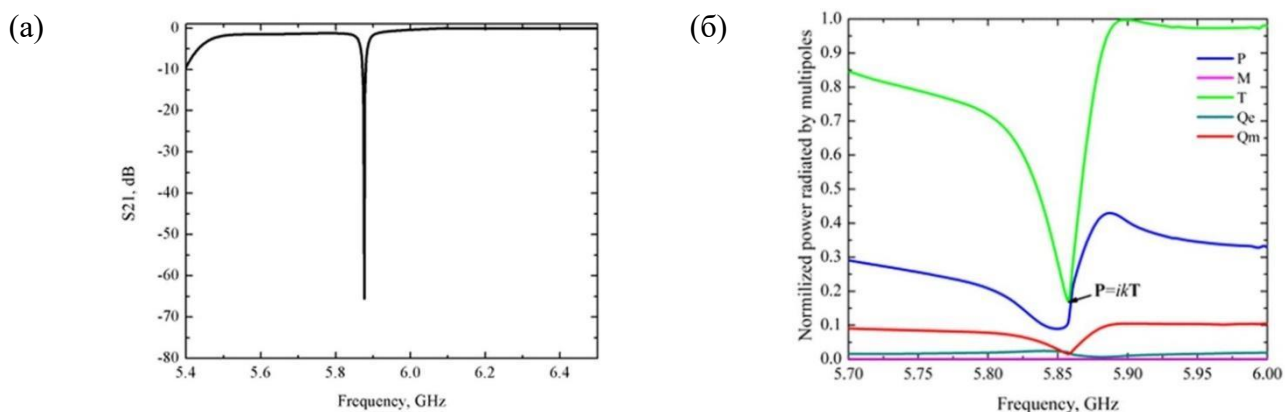
Близкое расположение объектов в ячейке возбуждает Ми-резонанс. Токи смещения здесь порождают магнитные моменты в каждом цилиндре, образуют вихрь магнитного поля. В идеальном случае такая конфигурация не имеет квадрупольных моментов за счет симметрии. Комбинация магнитных диполей, стоящих по углам квадрата со стороной $2a$, расположены в плоскости x, y , причем $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ - единичные базисные векторы

$$j_{4,M}(r) = \mathbf{M} \text{curl } \hat{y} \delta(\mathbf{r} - \hat{x}a) - \mathbf{M} \text{curl } \hat{x} \delta(\mathbf{r} - \hat{y}a) - \mathbf{M} \text{curl } \hat{y} \delta(\mathbf{r} + \hat{x}a) + \mathbf{M} \text{curl } \hat{x} \delta(\mathbf{r} + \hat{y}a) \quad (3)$$

Расширяя это выражение до ведущего порядка a/r , получим

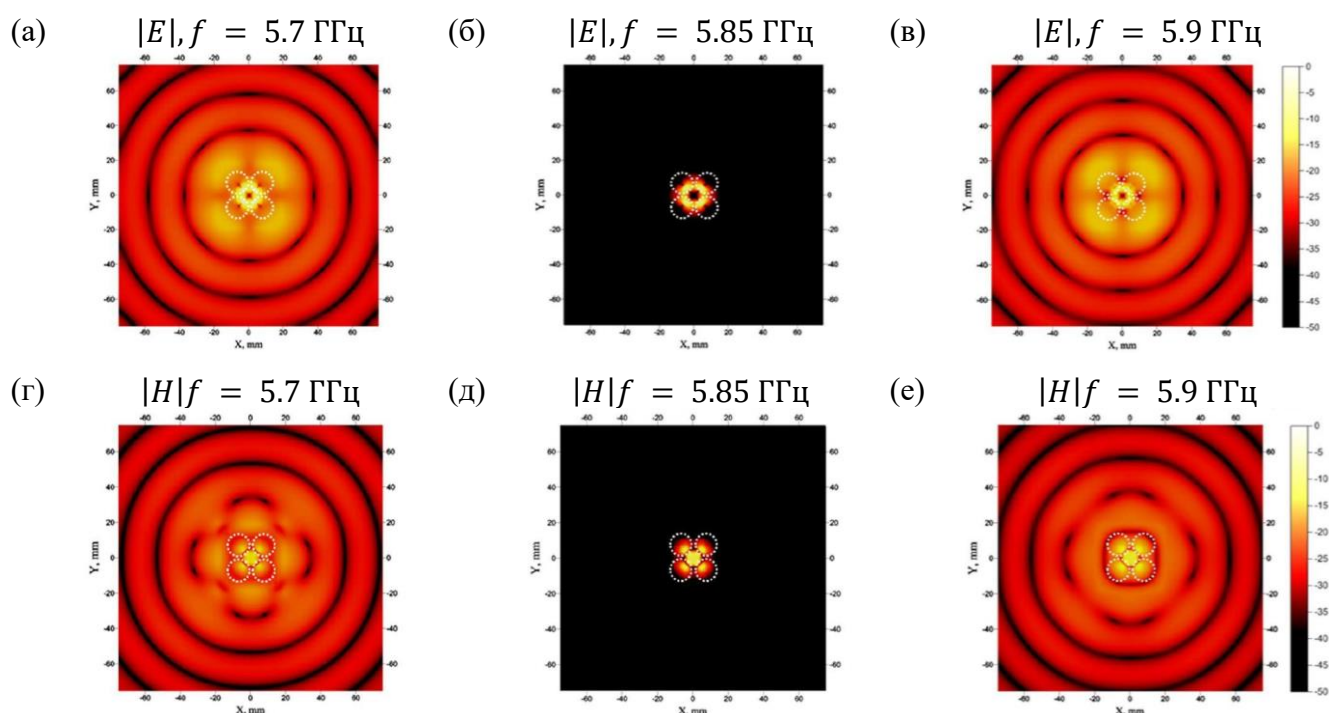
$$j_{4,M}(r) = 2a\mathbf{M} \text{curl } (\hat{x} \nabla_y - \hat{y} \nabla_x) \delta(r) + O(a^2/r^2) \quad (4)$$

В разделе 2.3 представлены результаты электродинамического моделирования метаматериала. На спектре прохождения S_{21} (рисунок 2) можно наблюдать отклик анаполя на частоте 5,85 ГГц, он проявляется в виде резонансного провала в спектре (-60 дБ). В области этой частоты мощности излучения тороидального $\mathbf{T}$ и электрического $\mathbf{P}$ диполей совпадают, а вклад остальных мультиполей сильно подавлен. Таким образом, высокая добротность резонанса на частоте 5,85 ГГц объясняется анапольным возбуждением, то есть интерференцией между электрическим и тороидальным диполями. Это подтверждается картой распределения электрических и магнитных полей в плоскости над источником (рисунок 3).



(а) спектр прохождения S_{21} и (б) мультипольное разложение электрического поля для анапольного режима, мощность излучения нормирована и включает пять ведущих мультиполей: тороидальный **T**, электрический **P** и магнитный **M** диполи, а также электрический **Qe** и магнитный **Qm** квадруполь.

Рисунок 2 – Результаты электродинамической симуляции анапольной структуры, основанной на четырех диэлектрических цилиндрах.



Распределение электрического (а, б, в) и магнитного поля (г, д, е) на частоте анапольной моды (б, д) и вблизи резонанса, где рассеяние описывается тороидным дипольным моментом (а, в, г, е)

Рисунок 3 – Результат электродинамического моделирования. Распределение электромагнитного поля в дальней зоне.

Раздел 2.4 посвящен экспериментальному исследованию анапольной моды по средствам измерений электромагнитных полей. Образец для исследования изготовлен из высокоиндексного диэлектрика $SrTiO_3$ (рисунок 4).

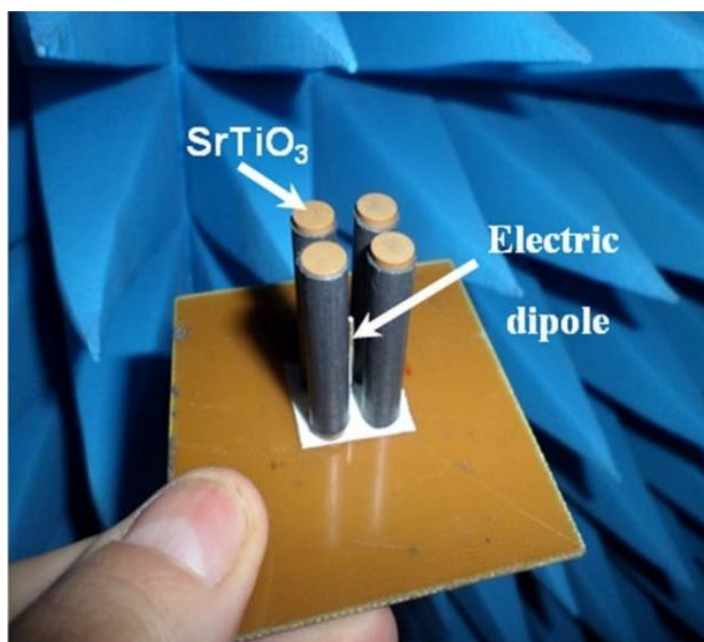
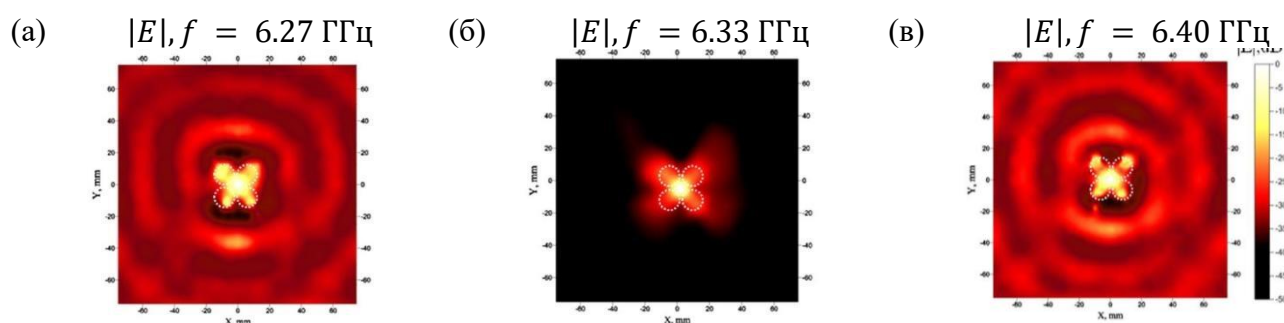


Рисунок 4 – Образец для наблюдения анапольного режима на микроволновых частотах. Цилиндры (радиус $R = 5$ мм, высота $l = 35$ мм, расстояние между цилиндрами $a = 10$ мм) расположены по углам квадрата.

Измерение распределения электрического поля в ближней зоне в верхней части метамолекулы выполнено с помощью двухмерного сканера ближнего поля с разрешением 0,5 мм. Полученная тепловая карта соответствует анапольному состоянию, электрическое поле в ближней зоне локализовано внутри метамолекулы, образуя горячую точку между цилиндрами (рисунок 5).



Распределение электрического поля на частоте анапольной моды (б) и вблизи резонанса, где рассеяние описывается тороидным дипольным моментом (а, в)

Рисунок 5 – Результат экспериментального исследования. Распределение электрического поля в дальней зоне.

Раздел 2.5 включает в себя результаты наблюдения электромагнитного поля для структур построенных на основе дистиллированной воды, диэлектрическая проницаемость которой приведена в виде спектра для полосы частот от 0.5 ГГц до 3 ГГц (рисунок 6).

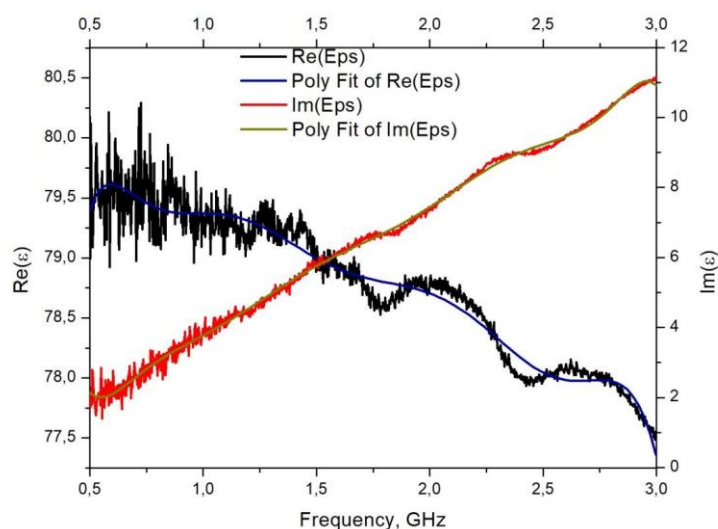
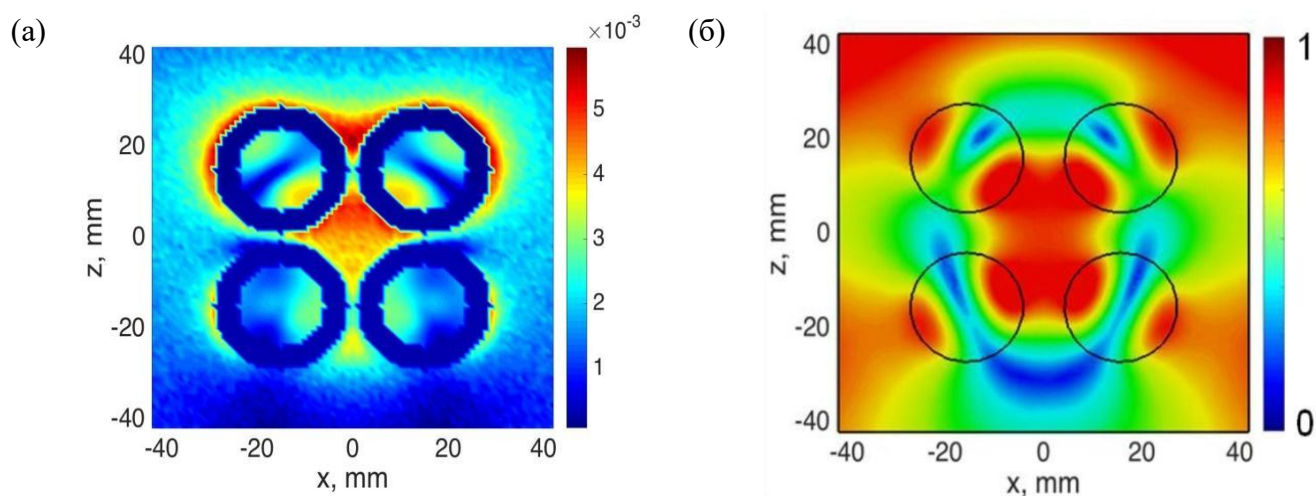
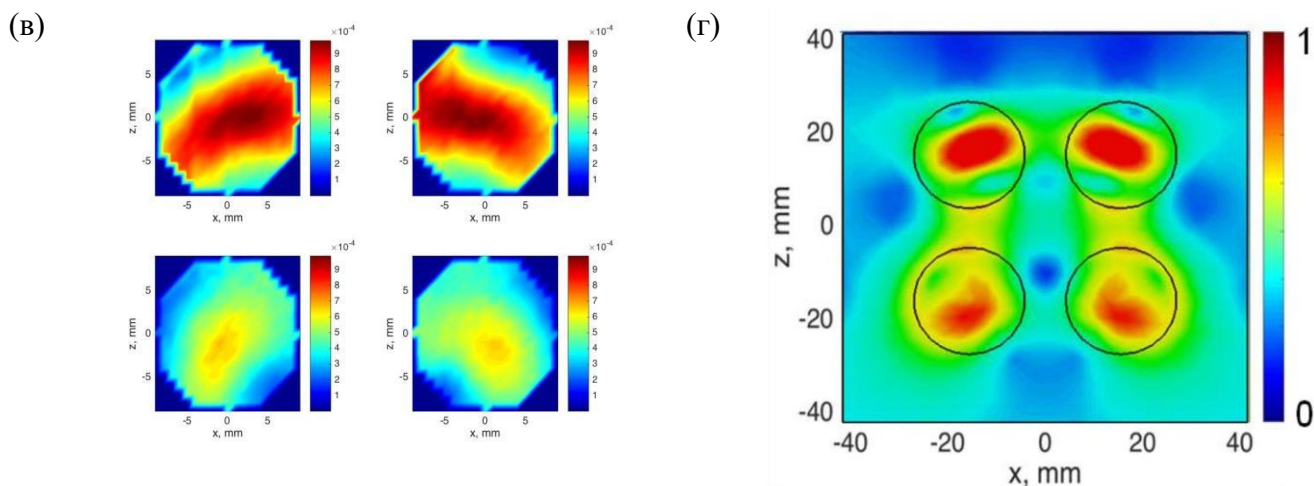


Рисунок 6 – Измеренная частотная зависимость $\epsilon'(f)$ и $\epsilon''(f)$.

Экспериментальные исследования проводились в безэховой камере. Электрический проб, подключенный к векторному анализатору цепей управлялся манипулятором,двигающимся в координатах x, y, z с шагом 1 мм. Падающая волна (вектор E параллелен оси цилиндров) возбуждает необходимую моду в диэлектрике на рабочей частоте. Полученные результаты распределения электрического и магнитного поля в ближней зоне с хорошей точностью соответствуют результатам электродинамического моделирования (рисунок 7).





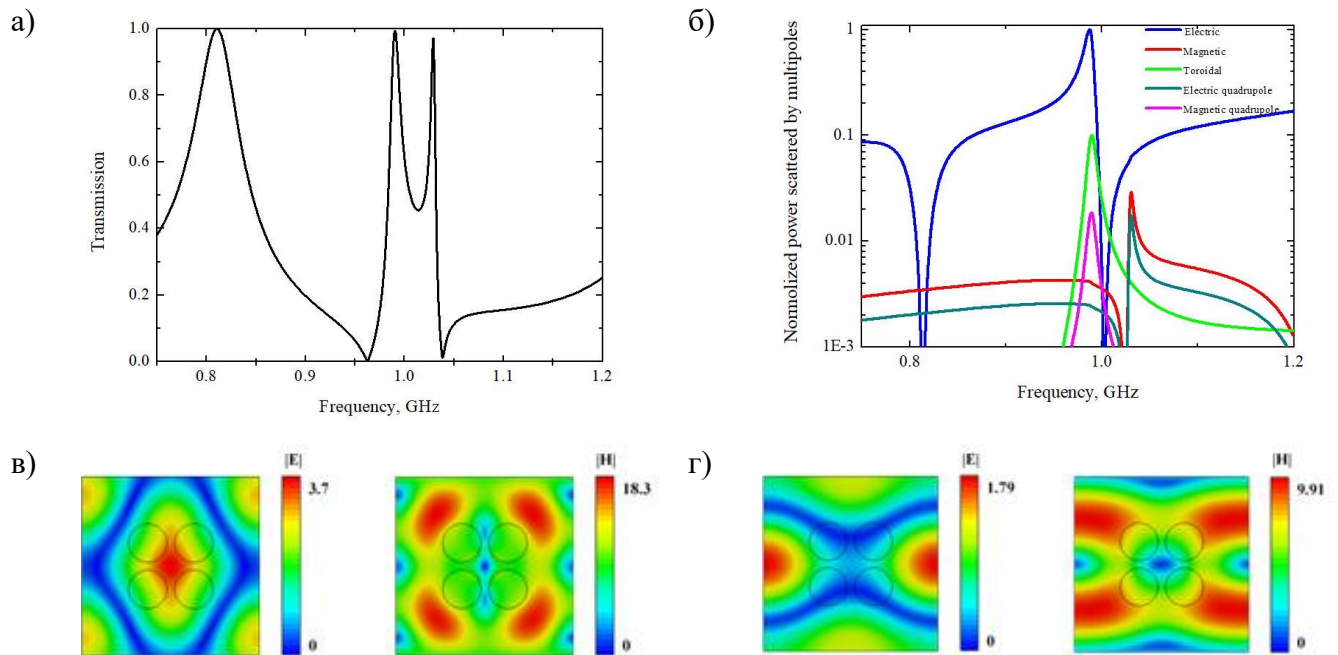
Сравнение распределений электрического (а, б) и магнитного поля (в, г), полученных на этапе экспериментального исследования (а, в) с результатами, полученными в рамках электродинамической симуляции (б, г).

Рисунок 7 – Распределение электрического и магнитного поля полученные экспериментально и в ходе электродинамической симуляции

Такая пространственная локализация электрического и магнитного поля и есть прямое доказательство тороидального дипольного возбуждения. В ходе эксперимента были получены кривые S-параметров, согласующихся с результатами компьютерного моделирования. Расхождение с компьютерным и численным моделированием связано в первую очередь с температурой воды, от которой зависят диэлектрические свойства. Сильное поглощение в узких диапазонах частот связано с большим значением тангенса угла потерь воды.

В разделе 2.6 приведен анализ и сравнение аналогичной диэлектрической структуры, которая имеет преимущество за счет упрощения технологии фабрикации на оптического диапазона частот. Дело в том, что модель, полученная в работе была бы перспективна для оптических и ТГц приложений, например работать как оптический модулятор с накачкой дополнительным фемтосекундным импульсом, однако, для изготовления цилиндрических частиц нано-масштаба необходимо искать и разрабатывать новые методики, в то время как перфорирование цилиндрических отверстий такого размера в массиве диэлектрика реальная и выполнимая задача. Одной из технологий перфорирования отверстий в диэлектрической пластине является литография с использованием сфокусированного ионного пучка (FIB). Происхождение тороидного отклика в диэлектрической пластине с перфорированными отверстиями определяется связью между магнитными модами, возникающими в цилиндрах (отверстиях), размещенных в диэлектрическом блоке. Можно свести эту проблему к классическому Ми-рассеянию электромагнитных волн диэлектрическими цилиндрами с ϵ_1 , внедренными в среду с ϵ_2 , где $\epsilon_1 < \epsilon_2$. Для такого диэлектрического метаматериала магнитные поля концентрируются вокруг отверстий на частоте 1 ГГц. Электрическое поле тороидальной

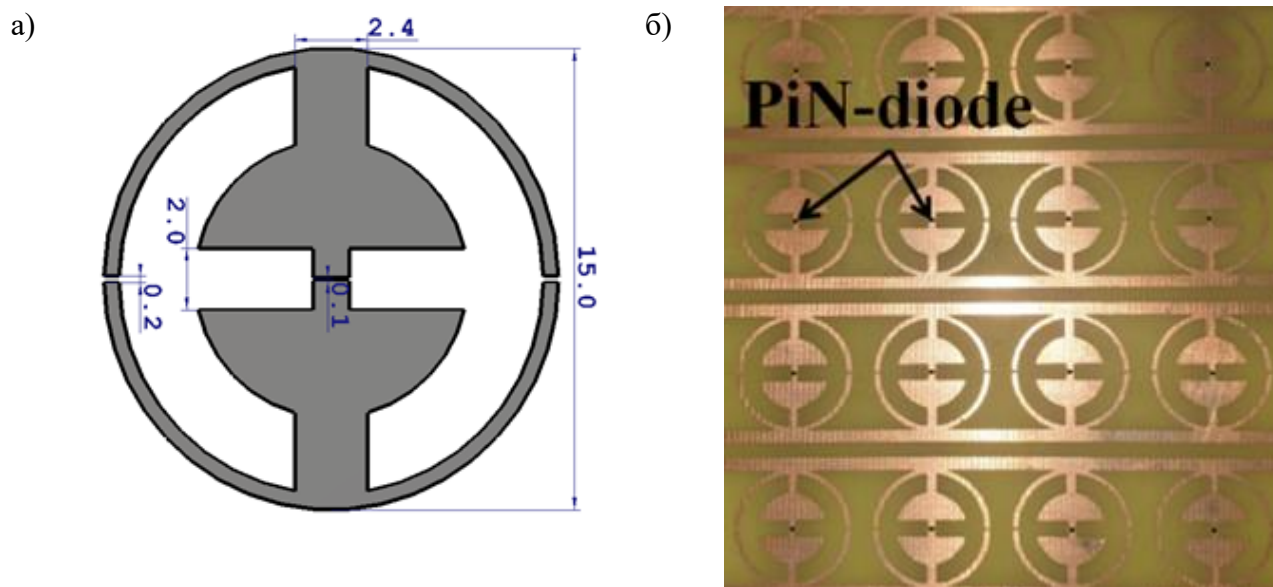
моды почти полностью сосредоточено в области между отверстиями, а магнитное поле циркулирует вокруг отверстий. Результат мультипольного разложения подтверждает доминирующий торoidalный дипольный момент $\mathbf{T}$, затухающий электрический дипольный момент $\mathbf{P}$ и значительное подавление остальных мультиполей. Резонанс на частоте 0,8 ГГц характеризуется значительной мощностью магнитного дипольного момента, распределение электрического и магнитного поля для такой ситуации представлено на рисунке 8.



(а) - спектр пропускания S12; (б) результат мультипольного разложения; распределение электрического и магнитного полей на (в) частоте возбуждения торoidalного диполя 1,09 ГГц и (г) магнитного диполя 0,8 ГГц

Рисунок 8 – Результат электродинамической симуляции перфорированной диэлектрической пластины.

Возможность локализации электрического поля в субволновых областях, позволяет изменять (перестраивать) свойства метаматериала путем размещения вблизи полей нелинейных элементов, чувствительных к минимальным внешним воздействиям: оптическая накачка или изменение их электрических свойств за счет подачи внешнего напряжения или тока. Это расширение может найти применение, например, для снижения радиолокационной заметности проблемных мест любого летательного аппарата, которое рассмотрено в **разделе 2.7**. В качестве ячейки метаматериала использована планарная структура, построенная на двух проводящих полукольцах с перемычкой. такое решение позволяет локализовать сильные магнитные поля в центральной области перемычки (рисунок 9).



(а) Геометрия метамолекулы, все размеры указаны в миллиметрах; (б) периодический метаматериал с интегрированными PiN-диодами на центральный мостик.

Рисунок 9 – Геометрия исследуемого метаматериала.

Управление резонансными свойствами метаматериала производится за счет нелинейного элемента, установленного в области больших токов. В качестве такого элемента рассматривается PiN-диод HSMP-3892, работающий в диапазоне частот 1–5 ГГц.

Глава 3 посвящена разработке квантового ангармонического анапольного мета-атома с тороидным дипольным моментом. В контексте разработки сверхпроводящего мета-атома цель работы заключается в значительном увеличении линейного размера мета-атома при фиксированных рабочих температурах (10мК – 100мК) и частотном диапазоне (1 – 15ГГц) с попыткой сохранить значительное значение времени жизни кубита и достаточно низкую частоту Раби. **Раздел 3.1** характеризует современное состояние этой области. Модернизация технологий изготовления и проработка дизайнов привело к росту времени когерентности кубитов на несколько порядков [73]. Несмотря на то, что сегодня существуют работы, предлагающие дизайны «тихих» кубитов, имеющие слабое влияние на внешние шумы [29]. Свое применение тороидные моменты для квантовых вычислений впервые были предложены как средство получения кубита, защищенного от сторонних источников шума [30], однако это решение не нашло реализаций за счет сложного трехмерного дизайна. В работе мы реализуем этот подход с проектированием анапольной моды на упрощенную, двухмерную схему. В **разделе 3.2** представлено описание исследуемого дизайна (рисунок 10) – искусственного мета-атома на основе трансмона [73] или трансмонопоподобной системы с площадью сверхпроводящей поверхности $0,4 \text{ см}^2$ и экспериментально наблюдаемым ангармонизмом.

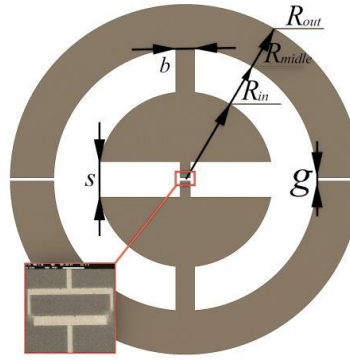


Рисунок 10 – Геометрия сверхпроводящего мета-атома.

Отправной точкой для создания кубита стал выбор геометрии из разорванных колец (ISRR), для которой характерна высокая величина тороидального дипольного момента, за счёт которого такая структура имеет высокую добротность по отношению к радиационным потерям. Сложная форма объясняется необходимостью получения двух контуров с током. В разделе приводится анализ функции Гамильтона для такой системы, а также приведены выкладки для расчета анггармонизма в программе для электродинамического моделирования.

$$\hbar\delta = -E_c = \frac{(\hbar\omega)^2}{8\left(E_J + \frac{W_H E_J}{W_E - W_H}\right)} = \frac{(\hbar\omega)^2}{8E_J} \left(1 - \frac{W_H - W_{JJ}}{W_E}\right)^2 \quad (5)$$

Здесь W_H подразумевает энергию магнитного поля волновода с резонатором, а СКВИД может давать значительную поправку в суммарную мощность магнитного поля, пропорциональную квадрату тока на нем, равную $W_{JJ} = \frac{LI^2}{2}$. Таким образом, увеличив эту поправку получим значительный анггармонизм системы.

В разделе 3.3 приводится методика изготовления мета-атома, которая реализуется при совмещении двух технологий: фотолитографии и электронной литографии. Фотолитография заключается в экспонировании фоторезиста излучением видимого диапазона частот. Основные этапы этого процесса заключается в нанесении фоторезиста, экспонировании, проявлении, напылении и удалении остатков фоторезиста. Электромагнитное излучение, попадающее на фоторезист, активирует его, это позволяет производить манипуляции отдельно с засвеченной или не засвеченной частью подложки, которую можно будет удалить на этапе проявления.

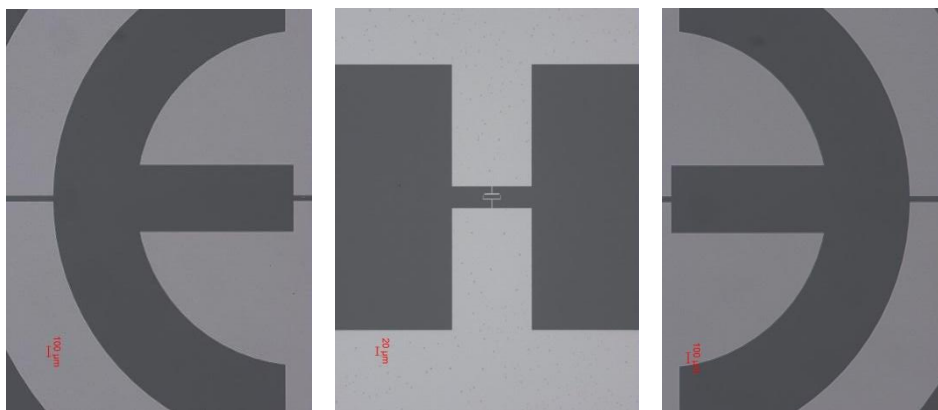
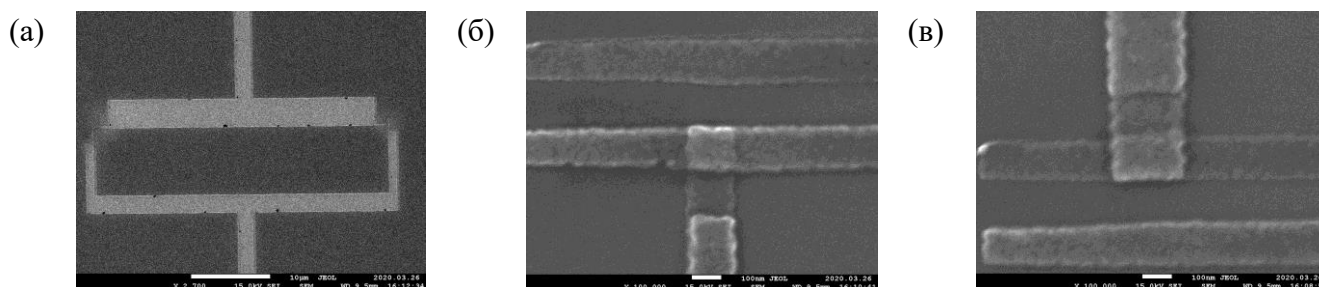


Рисунок 11 – Фрагменты фотографий изготовленного мета-атома

Изготовление джозефсоновских контактов является наиболее технологически сложным этапом фабрикации. Наиболее распространенной и отработанной методикой фабрикации джозефсоновских переходов основан на окислении поверхности алюминия. Этот процесс формирует тонкую оксидную пленку оксида Al_2O_3 на поверхности Al и является контролируемым за счет давления кислорода. Теневое напыление удобно тем, что процесс можно выполнить под разным углом, а между этапами производить окисление поверхности, что приведет к созданию туннельного SIS-барьера.



(а) Изображение двухконтактного асимметричного СКВИДа; (б) джозефсоновский контакт S_1 ; (в) джозефсоновский контакт S_2 ;

Рисунок 12 – Фрагменты фотографии изготовленного асимметричного СКВИДа с двумя джозефсоновскими контактами. Изображение сделано с помощью сканирующего электронного микроскопа.

Раздел 3.4 содержит методику расчета мод волновода круглого сечения. Чтобы не было сомнений в том, какую часть пространства считать существенной при учете вклада в общую энергию колебаний (чтобы размеры мета-атома и размеры области, где существенны эффекты квантовой электродинамики, однозначно идентифицировались), решено использовать моду волновода TM_{01} , что обусловлено несколькими пунктами:

- мода TM_{01} это не основная мода круглого волновода, однако, в силу её симметричности, её легко селективно возбуждать. Большим преимуществом моды TM_{01} является высокая

однородность константы связи: при креплении объектов к стенке волновода константа связи слабо зависит от небольших отклонений геометрии крепления.

- поле на частотах ниже частоты среза волновода f_{cut} описывается распределением поля типа ТМ. Излучение источника, помещенного в волновод, хорошо подавляется для частот ниже отсечки. Это подавление для непрозрачного режима аналогично влиянию запрещенной зоны [57] на интенсивность излучения атома, находящегося в запрещенной зоне или вблизи нее, что положительно скажется на добротности резонатора, помещенного ниже частоты отсечки.

- возбуждение резонатора структурированными модами позволяет получить идеальный торoidalный отклик, с подавлением остальных мультиполей [74] распределение электромагнитного поля в таких модах характеризуется волной типа TM_{01} для резонаторов и волноводов круглого сечения.

Результаты электродинамического моделирования анапольного мета-атома в волноводе приведено в **разделе 3.4**. Симуляция круглого волновода в HFSS на этапе конструирования позволила оптимизировать длину адаптеров для достижения плавной АЧХ, а также подтвердить наличие волны TM_{01} в области 4 ГГц, поле которой вдали от концов CWG совпадает с канонической формой TM_{01} . Такой тип волны характеризуется отсутствием продольной составляющей электрического поля ($E_z \neq 0$), в то время как продольная составляющая магнитного поля нулевая ($H_z = 0$).

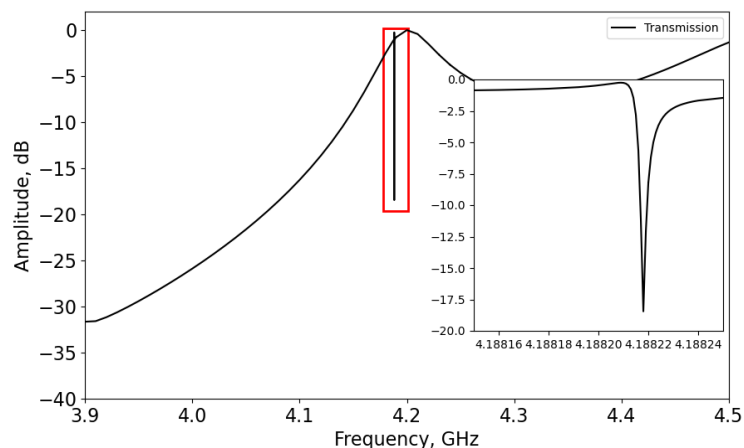


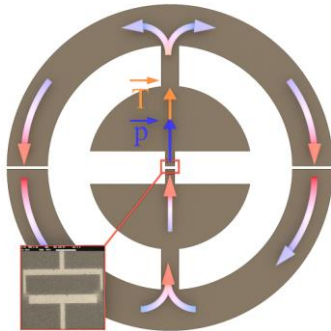
Рисунок 13 – Амплитудно-частотная характеристика волновода круглого сечения.

Такая система обладает низким подавлением сигнала ниже частоты среза, т.к. длина волновода не так велика по сравнению с длиной продольной полуволны. Такой подбор параметров с одной стороны позволяет уверенно изучать резонансы ниже частоты среза (в том числе – в случае накачки вторым тоном), с другой стороны радиационные потери этих резонансов по каналу TM_{01} подавлены, что приводит к более высокой добротности.

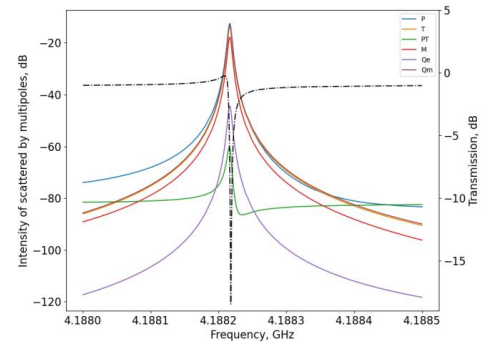
Анапольная мода мета-атома является одной из собственных мод резонатора такой формы. Имеет смысл оценить вклад мультиполей в мощность рассеяния. Требуемая

локализация поля может быть достигнута при анапольном режиме. Сторонние мультиполи мы стремимся подавить в дизайне. Однако, паразитные квадрупольные моменты не получится убрать полностью, так как на чипе есть планарные конденсаторы сложной формы.

а)



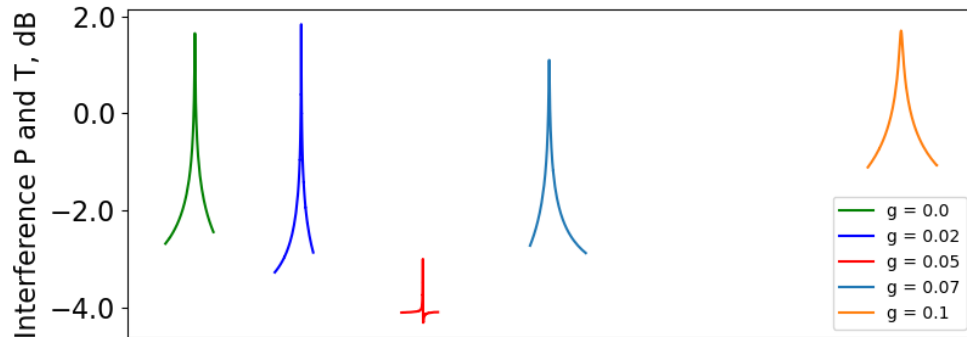
б)



(а) Карта распределения токов в мета-атоме; (б) Мультипольное разложение токов в мета-атоме по гармоникам. Разложение включает в себя мощность, рассеянную электрическим, магнитным и тороидным диполями, а так же электрическим и магнитным квадрупольями.

Рисунок 14 – Результат электродинамической симуляции мета-атома в круглом волноводе..

(а)



(б)

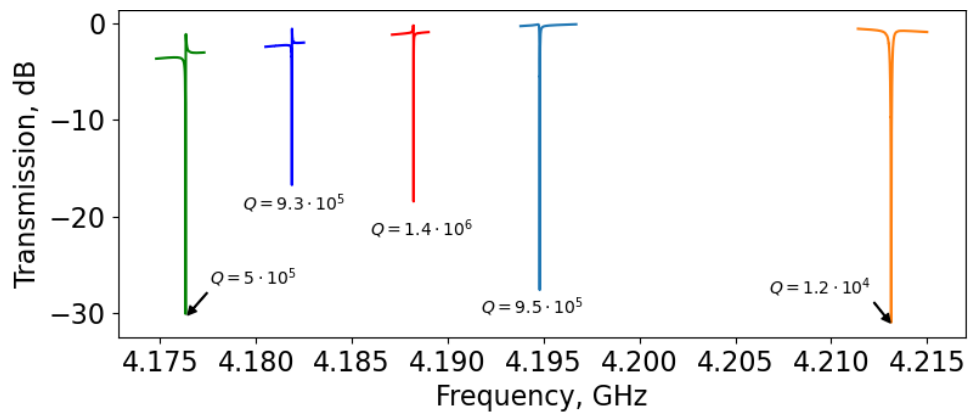


Рисунок 15 – Результат электродинамической симуляции, оптимизация параметра g .
Зависимость добротности резонанса (а) и интерференционного члена мультипольного

разложения PT (б) от параметра g .

В рамках этого раздела проводилась оптимизация ширины зазора g , которая заключается в подборе амплитуд дипольных моментов. Наилучшее согласование приводит к высокой резонансной добротности ($Q = 10^6$), вследствие анапольного режима. Оценка добротностей резонансов проводилась в соответствии с формулой для добротности резонанса Фано типа:

$$Q_{Fano} = \frac{f_{min} + f_{max}}{2(f_{min} - f_{max})}$$

Резонанс структуры с зазором $g = 0,05$ мм характеризуется режимом, при котором амплитуды электрического и тороидного диполя равны, $P = ikT$. Проведенное разложение электрического поля по гармоникам подтвердило наличие анапольной моды. Паразитный вклад вносят в большей степени квадруполь электрического и магнитного семейства.

В разделе 3.5 приводится описание экспериментальной установки, которая содержит как низкотемпературную часть в криостате растворения, так и электронные приборы для управления при комнатной температуре. Для создания волноводной установки с возможностью монтажа большого числа кубитов был использован круглый волновод ($d = 56.5$ мм) и его мода TM_{01} . Это не основная мода круглого волновода, однако, в силу её симметричности, её легко селективно возбуждать. Большим преимуществом такой геометрии является большой размер волновода и высокая однородность константы связи: при креплении мета-атомов к стенке волновода константа связи слабо зависит от небольших отклонений геометрии крепления. Волновод с чипом располагается на уровне температур 20 мК. Каждая ступень криостата для снижения теплового шума оснащена аттенюаторами с различным номиналом (от 10 до 30 дБ ослабления), которые соединены коаксиальной линией. Исходный сигнал до первого усилителя имеет минимальную мощность для уменьшения потерь. Низкотемпературный усилитель расположен при температуре 4К. усилители отмечены на схеме коричневыми треугольниками. На чипе размещен двухконтактный ассиметричный СКВИД для возможности подстройки частоты мета-атома и однозначной его идентификации. Управление частотой мета-атома производится за счет внешнего магнитного поля, созданного катушкой индуктивности и подключенной к источнику тока.

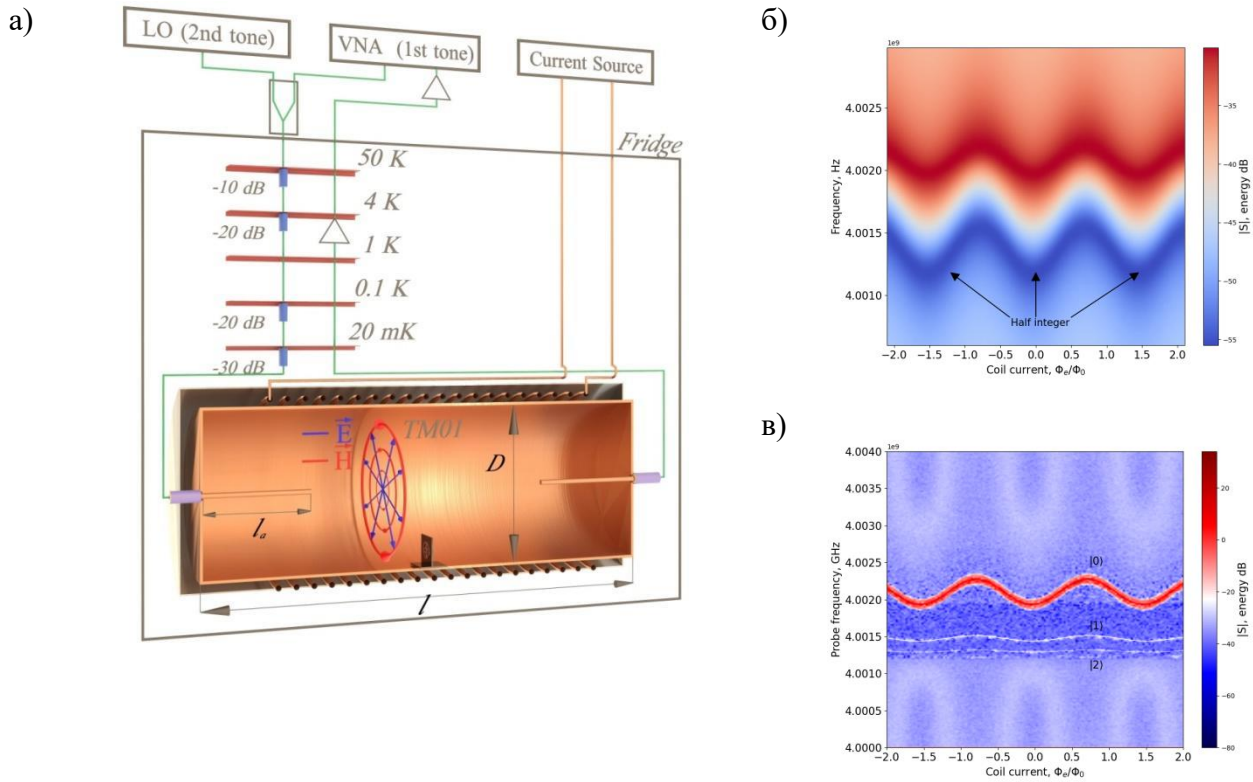


Рисунок 16 – (а) Схема проведения эксперимента; (б) Однотоновая спектроскопия, потоковая дисперсия; (в) Двухтоновая спектроскопия, расщепление уровней энергии

Раздел 3.6 содержит экспериментальные результаты однотоновой спектроскопии мета-атома, который представляет собой зависимость частоты мета-атома от внешнего магнитного потока (потоковую дисперсию). Когда в кольце СКВИДа полуцелое число квантов потока, то критический ток СКВИДа минимальный, что соответствует максимальной индуктивности и частота здесь минимальна. Внешнее магнитное поле создается соленоидом, пронизывающим волновод вдоль его продольной оси, позволяет контролировать критический ток СКВИДа. Это дает возможность найти частоту кубита при различных значениях магнитного потока, в частности, найти оптимальные точки для накачки мета-атома для двухтоновой спектроскопии. Тип кривой полученной в результате однотоновой спектроскопии характеризуется с помощью формулы Фано [75]:

$$I(\omega) = \frac{1}{q^2 + 1} \frac{\left(q + \frac{\omega - \omega_0}{\Gamma}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Gamma}\right)^2} e^{-2\pi i f \tau} \quad (6)$$

фитирование данных позволяет оценить величину, равная характерной связи кубита с непрерывным спектром, равную 320 кГц, сдвиг резонанса, который зависит от свойств области спектра, в которой находится возбужденный уровень кубита $F = 4,0012$ ГГц, а также резонансную добротность $Q < 10^4$.

В разделе 3.7 представлен результат двухтоновой спектроскопии, которая является логическим продолжением предыдущего эксперимента с включением в линию генератора синусоидального сигнала (LO) для накачки частоты мета-атома. На спектре можно увидеть два дополнительных пика, соответствующих состояниям $|1\rangle$ и $|2\rangle$. Ангармонизм на спектре составляет $\hbar\delta = (E_1 - E_0) - (E_2 - E_1) = 0,3$ МГц, что соответствует значению, полученному при расчете электродинамической модели (0,2 МГц). Характерная связь с линией описывается добротностью связи $Q_c = 1853$, а полная или нагруженная добротность мета-атома $Q_l = 11480$. Эти параметры позволяют выразить отдельно внутреннюю добротность $Q_i = 1600$, которая описывает потери в мета-атоме через формулу:

$$Q_i^{-1} = Q_l^{-1} - \text{Re}(Q_c^{-1}) \quad (7)$$

Рассматривая анапольный мета-атом в рамках элемента для квантовых вычислений - кубита, можно обсудить некоторые параметры, актуальные для такой системы. Излучательная релаксация может быть выражена через добротность связи мета-атома $\Gamma_1^r/2\pi = f_q/Q_c = 2.15$ МГц. Безызлучательная релаксация, в которую можно включить потери в соседние моды, потери в кубите, или дефазировку состояния описывается с помощью внутренней добротности $(\Gamma_1^{nr} + 2\Gamma_\phi)/2\pi = f_q/Q_i = 2.5$ МГц.

В заключении сформулированы основные результаты работы:

1. Разработана модель диэлектрического метаматериала обладающего анапольным откликом в микроволновом диапазоне частот на базе интерференции электрического и тороидального дипольного момента.
2. Впервые теоретически и экспериментально продемонстрированы распределения электрического и магнитного поля анапольного состояния в ближней и дальней зоне в диэлектрическом метаматериале.
3. Разработана модель сверхпроводящего квантового мета-атома в круглом волноводе обладающего анапольным состоянием.
4. Теоретически и экспериментально продемонстрированы квантовые свойства анапольного сверхпроводящего квантового мета-атома с площадью сверхпроводящей поверхности $0,4\text{см}^2$, разрешены первые два состояния структуры на спектре, полученный ангармонизм системы 0,2 МГц.

Цитируемая литература

1. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics Wiley, New York, 1962

2. Basharin, A. A. et al. Dielectric Metamaterials with Toroidal Dipolar Response. *Phys. Rev. X* 5, 011036 (2015)
3. V. A. Fedotov et al. Resonant transparency and non-trivial non-radiating excitations in toroidal metamaterials // *Scientific reports*. – 2013. – T. 3. – C. 2967.
4. Fan Y. Low-loss and high- Q planar metamaterial with toroidal moment, *Phys. Rev. B.*, Vol. 87, no. 115417, Pp. 1, (2013).
5. G. A. Schott, “ LIX. The electromagnetic field of a moving uniformly and rigidly electrified sphere and its radiationless orbits ,” *London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci.*, vol. 15, no. 100, pp. 752–761, 1933, doi:10.1080/14786443309462219.
6. N. Papasimakis, V. A. Fedotov, V. Savinov, T. A. Raybould, N. I. Zheludev, Electromagnetic toroidal excitations in matter and free space. *Nat Mater.*15(3), 263-71 (2016).
7. Juan S. Toterogongora, Andrey E. Miroshnichenko, Yuri S. Kivshar & Andrea Fratalocchi, Anapole nanolasers for mode-locking and ultrafast pulse generation, *Nature Communications* volume 8, Article number: 15535 (2017)
8. Z.-G. Dong, P. Ni, J. Zhu, X. Yin, X. Zhang, Toroidal dipole response in a multifold double-ring metamaterial, *Opt. Express*, 20 (2012) 13065-13070.
9. L.Y. Guo, M.H. Li, Q.W. Ye, B.X. Xiao, H.L. Yang, Electric toroidal dipole response in split-ring resonator metamaterials, *Eur. Phys. J. B*, 85 (2012) 1-5.
10. Y.-W. Huang, W.T. Chen, P.C. Wu, V. Fedotov, V. Savinov, Y.Z. Ho, Y.-F. Chau, N.I. Zheludev, D.P. Tsai, Design of plasmonic toroidal metamaterials at optical frequencies, *Opt. Express*, 20 (2012) 1760- 1768.
11. W.T.C. Yao-Wei Huang, Pin Chieh Wu, Vassili A. Fedotov, Nikolay I. Zheludev & Din Ping Tsai, Toroidal Lasing Spaser, *Scientific Reports*, 3 (2013) 1237.
12. B. Ogut, N. Talebi, R. Vogelgesang, W. Sigle, P.A. van Aken, Toroidal Plasmonic Eigenmodes in Oligomer Nanocavities for the Visible, *Nano Letters*, 12 (2012) 5239-5244.
13. Z.G. Dong, J. Zhu, J. Rho, J.Q. Li, C.G. Lu, X.B. Yin, X. Zhang, Optical toroidal dipolar response by an asymmetric double-bar metamaterial, *Appl. Phys. Lett.*, 101 (2012).
14. Z.G. Dong, J. Zhu, X.B. Yin, J.Q. Li, C.G. Lu, X. Zhang, All-optical Hall effect by the dynamic toroidal moment in a cavity-based metamaterial, *Physical Review B*, 87 (2013).
15. Boris Luk'yanchuk, Ramón Paniagua-Domínguez, Arseniy I. Kuznetsov, Andrey E. Miroshnichenko, and Yuri S. Kivshar, *Phys. Rev. A* 95, 063820 (2017)
16. Radescu, E. E. & Vaman, G. Exact calculation of the angular momentum loss, recoil force, and radiation intensity for an arbitrary source in terms of electric, magnetic, and toroid multipoles. *Phys. Rev. E* 65, 046609, doi:10.1103/PhysRevE.65.046609 (2002),

17. Dubovik, V. M. & Tugushev, V. V. Toroid moments in electrodynamics and solid-state physics. *Phys. Rep.* 187, 145–202, doi:10.1016/0370-1573(90)90042-Z (1990)
18. (M. Kerker, D.-S. Wang, and C. L. Giles, Electromagnetic scattering by magnetic spheres, *J. Opt. Soc. Am.* 73, 765 (1983))
19. Fu, Y. H., Kuznetsov, A. I., Miroshnichenko, A. E., Yu, Y. F. & Luk'yanchuk, B. Directional visible light scattering by silicon nanoparticles. *Nat. Commun.* 4, 1527 (2013).
20. S. Person, M. Jain, Z. Lapin, J. J. Saenz, G. Wicks, and L. Novotny, *Nano Lett.* 13, 1806 (2013).
21. Staude, A. E. Miroshnichenko, M. Decker, N. T. Fofang, S. Liu, E. Gonzales, J. Dominguez, T. S. Luk, D. N. Neshev, I. Brener, and Y. Kivshar, *ACS Nano* 7, 7824 (2013).
22. M. Nieto-Vesperinas, R. Gomez-Medina, and J. J. Saenz, *J. Opt. Soc. Am. A* 28, 54 (2011).
23. T. Coenen, F. Bernal Arango, A. Femius Koenderink, and A. Polman, *Nat. Commun.* 5, 3250 (2014).
24. R. Alaee, R. Filter, D. Lehr, F. Lederer, and C. Rockstuhl, A generalized Kerker condition for highly directive nanoantennas, *Optics Letters* Vol. 40, Issue 11, pp. 2645-2648 (2015) .
25. 1. P.D. Terekhov, K.V. Baryshnikova, A.S. Shalin, A. Karabchevsky, A.B. Evlyukhin, “Resonant forward scattering of light by high-refractive-index dielectric nanoparticles with toroidal dipole contribution”, *Optics Letters* 42, 4, (2017)
26. 2. Evlyukhin, A. B., Fischer, T., Reinhardt, C. & Chichkov, B. N. Optical theorem and multipole scattering of light by arbitrarily shaped nanoparticles. *Phys. Rev. B* 94, 205434, doi:10.1103/PhysRevB.94.205434 (2016).
27. I. Fernandez-Corbaton, S. Nanz, and C. Rockstuhl, *Sci. Rep.* 7, 1–8 (2017)
28. Egor A Gurvitz, Konstantin S Ladutenko, Pavel A Dergachev, Andrey B Evlyukhin, Andrey E Miroshnichenko, Alexander S Shalin, All-Dielectric Nanophotonics: The High-Order Toroidal Moments and Anapole States in All-Dielectric Photonics (*Laser Photonics Rev.* 13(5)/2019)
29. Alexandre M. Zagoskin, Arkadi Chipouline, Evgeni Il'ichev, J. Robert Johansson, Franco Nori, Toroidal qubits: naturally-decoupled quiet artificial atoms, *Scientific Reports* volume 5, Article number: 16934 (2015)
30. M. H. S. Amin, A. Yu. Smirnov, A. M. Zagoskin, T. Lindström, S. A. Charlebois, T. Claeson, and A. Ya. Tzalenchuk, Silent Phase Qubit Based on d-Wave Josephson Junctions *Phys. Rev. B* 71, 064516
31. A. Blais, R.-S. Huang, A. Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation, *Phys. Rev. A* 69, 062320 (2004).]

32. Y. Liu and A. A. Houck, Quantum electrodynamics near a photonic bandgap, *Nature Physics* 13, 48 (2017).
33. G. A. Schott, “ LIX. The electromagnetic field of a moving uniformly and rigidly electrified sphere and its radiationless orbits ,” *London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci.*, vol. 15, no. 100, pp. 752–761, 1933, doi:10.1080/14786443309462219
34. D. Bohm and M. Weinstein, “The self-oscillations of a charged particle,” *Phys. Rev.*, vol. 74, no. 12, pp. 1789–1798, 1948, doi: 10.1103/PhysRev.74.1789.]
35. G. H. Goedecke, “Classically radiationless motions and possible implications for quantum theory,” *Phys. Rev.*, vol. 135, no. 1B, 1964, doi: 10.1103/PhysRev.135.B281
36. A. J. Devaney and E. Wolf, “Radiating and Nonradiating Classical Current Distributions and the Fields They Generate,” *PhysRevD*, vol. 8, no. 4, pp. 1044-1047,1973, doi: 10.1103/PhysRevD.8.1044
37. M. Xia and S. Aïssa, “On the Efficiency of Far-Field Wireless Power Transfer,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 63, no. 11, pp. 2835–2847, 2015, doi: 10.1109/TSP.2015.2417497.
38. K. V. Baryshnikova, D. A. Smirnova, B. S. Luk’yanchuk, and Y. S. Kivshar, “Optical Anapoles: Concepts and Applications,” *Adv. Opt. Mater.*, vol. 7, no. 14, pp. 1–13, 2019, doi: 10.1002/adom.201801350
39. A. A. Bogdanov et al., “Bound states in the continuum and Fano resonances in the strong mode coupling regime,” *Adv. Photonics*, vol. 1, no. 01, p. 1, 2019, doi: 10.1117/1.ap.1.1.016001.
40. A. E. Miroshnichenko et al., “Nonradiating anapole modes in dielectric nanoparticles,” *Nat. Commun.*, vol. 6, Aug. 2015, doi: 10.1038/ncomms9069.
41. G. A. Schott, “ LIX. The electromagnetic field of a moving uniformly and rigidly electrified sphere and its radiationless orbits ,” *London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci.*, vol. 15, no. 100, pp. 752–761, 1933, doi:10.1080/14786443309462219.
42. D. Bohm and M. Weinstein, “The self-oscillations of a charged particle,” *Phys. Rev.*, vol. 74, no. 12, pp. 1789–1798, 1948, doi: 10.1103/PhysRev.74.1789.
43. A. J. Devaney and E. Wolf, “Radiating and Nonradiating Classical Current Distributions and the Fields They Generate,” *PhysRevD*, vol. 8, no. 4, pp. 1044- 1047,1973, doi: 10.1103/PhysRevD.8.1044.
44. V. A. Fedotov, A. V. Rogacheva, V. Savinov, D. P. Tsai, and N. I. Zheludev, “Resonant transparency and non-trivial non-radiating excitations in toroidal metamaterials,” *Sci. Rep.*, vol. 3, pp. 1–5, 2013, doi: 10.1038/srep02967.
45. V. Savinov, V. A. Fedotov, and N. I. Zheludev, “Toroidal dipolar excitation and macroscopic electromagnetic properties of metamaterials,” *Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys.*, vol. 89, no. 20, 2014, doi: 10.1103/PhysRevB.89.205112.

46. J. Tian et al., “Active control of anapole states by structuring the phase-change alloy Ge₂Sb₂Te₅,” *Nat. Commun.*, vol. 10, no. 1, pp. 1–9, 2019, doi: 10.1038/s41467-018-08057-1.
47. U. Dey, S. Agasti, Y. Li, and J. Hesselbarth, “Analysis of Anapole States in Dielectric Spheres and Application to Near-Field Enhancement,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 70, no. 2, pp. 1144–1156, 2022, doi: 10.1109/TAP.2021.3111312.
48. A. S. Kupriianov, A. B. Evlyukhin, and V. R. Tuz, “Anapole Observation in All-dielectric Trimer-based Metasurface,” pp. 25–27, 2022.
49. A. K. Ospanova, A. Basharin, A. E. Miroschnichenko, and B. Luk’yanchuk, “Generalized hybrid anapole modes in all-dielectric ellipsoid particles [Invited],” *Opt. Mater. Express*, vol. 11, no. 1, p. 23, 2021, doi: 10.1364/ome.414340.
50. R. Masoudian Saadabad, L. Huang, A. B. Evlyukhin, and A. E. Miroschnichenko, “Multifaceted anapole: from physics to applications [Invited],” *Opt. Mater. Express*, vol. 12, no. 5, p. 1817, 2022, doi: 10.1364/ome.456070.
51. G.-M. Pan, F.-Z. Shu, L. Wang, L. Shi, and A. B. Evlyukhin, “Plasmonic anapole states of active metamolecules,” *Photonics Res.*, vol. 9, no. 5, p. 822, 2021, doi: 10.1364/prj.416256.
52. V. R. Tuz and A. B. Evlyukhin, “Polarization-independent anapole response of a trimer-based dielectric metasurface,” *Nanophotonics*, vol. 10, no. 17, pp. 4373–4383, 2021, doi: 10.1515/nanoph-2021-0315.
53. E. Díaz-Escobar et al., “Radiationless anapole states in on-chip photonics,” *Light Sci. Appl.*, vol. 10, no. 1, 2021, doi: 10.1038/s41377-021-00647-x.
54. X. Li et al., “Resonant transparency of a planar anapole metamaterial at terahertz frequencies,” *Photonics Res.*, vol. 9, no. 2, p. 125, 2021, doi: 10.1364/prj.413361.
55. Q. W. Ye, L. Y. Guo, M. H. Li, Y. Liu, B. X. Xiao, and H. L. Yang, “The magnetic toroidal dipole in steric metamaterial for permittivity sensor application,” *Phys. Scr.*, vol. 88, no. 5, 2013, doi: 10.1088/0031-8949/88/05/055002.
56. G. Grinblat, Y. Li, M. P. Nielsen, R. F. Oulton, and S. A. Maier, “Enhanced third harmonic generation in single germanium nanodisks excited at the anapole mode,” *Nano Lett.*, vol. 16, no. 7, pp. 4635–4640, 2016, doi: 10.1021/acs.nanolett.6b01958.
57. G. Grinblat, Y. Li, M. P. Nielsen, R. F. Oulton, and S. A. Maier, “Efficient Third Harmonic Generation and Nonlinear Subwavelength Imaging at a Higher-Order Anapole Mode in a Single Germanium Nanodisk,” *ACS Nano*, vol. 11, no. 1, pp. 953–960, 2017, doi: 10.1021/acsnano.6b07568.
58. L. Hüttenhofer, A. Tittl, L. Kühner, E. Cortés, and S. A. Maier, “Anapole-Assisted Absorption Engineering in Arrays of Coupled Amorphous Gallium Phosphide Nanodisks,” *ACS Photonics*, vol. 8, no. 5, pp. 1469–1476, 2021, doi: 10.1021/acsp Photonics.1c00238.

59. M. Ghahremani, M. K. Habil, and C. J. Zapata-Rodriguez, "Anapole-assisted giant electric field enhancement for surface-enhanced coherent anti-Stokes Raman spectroscopy," *Sci. Rep.*, vol. 11, no. 1, pp. 1–14, 2021, doi: 10.1038/s41598-021- 90061-5.
60. K. As'Ham, I. Al-Ani, L. Huang, A. E. Miroshnichenko, and H. T. Hattori, "Boosting Strong Coupling in a Hybrid WSe₂ Monolayer-Anapole-Plasmon System," *ACS Photonics*, vol. 8, no. 2, pp. 489–496, 2021, doi: 10.1021/acsp Photonics.0c01470.
61. Shcherbakov, M.R. Enhanced Third-Harmonic Generation in Silicon Nanoparticles Driven by Magnetic Response, *Nano Lett.*, Vol. 14, Pp. 6488 (2014).
62. Fan Y. Low-loss and high- Q planar metamaterial with toroidal moment, *Phys. Rev. B.*, Vol. 87, no. 115417, Pp. 1, (2013).
63. Bohren, C. F. & Huffman, D. R. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (John Wiley & Sons, 2008)
64. Fan Y. Low-loss and high- Q planar metamaterial with toroidal moment, *Phys. Rev. B.*, Vol. 87, no. 115417, Pp. 1, (2013).
65. Liu, S. et al. Optical magnetic mirrors without metals. *Optica* 1, 250–256 (2014)
66. Aieta, F. et al. Aberration-free ultrathin flat lenses and axicons at telecom
67. Fu, Y. H., Kuznetsov, A. I., Miroshnichenko, A. E., Yu, Y. F. & Luk'yanchuk, B. Directional visible light scattering by silicon nanoparticles. *Nat. Commun.* 4, 1527 (2013).
68. Bakker, R. M. et al. Magnetic and electric hotspots with silicon nanodimers. *Nano Lett.* 15, 2137–2142 (2015).
69. Luk'yanchuk, B. S., Voshchinnikov, N. V., Paniagua-Dominguez, R. & Kuznetsov, A. I. Optimum forward light scattering by spherical and spheroidal dielectric nanoparticles with high refractive index. *ACS Photonics* 2, 993–999 (2015).
70. R. S. Savelev, et al. Bending of electromagnetic waves in all-dielectric particle array waveguides. *Appl. Phys. Lett.* 105, 181116 (2014).
71. E. N. Bunting, G. R. Shelton, and A. S. Creamer, Properties of barium strontium titanate dielectrics. *J. Am. Ceram. Soc.* 30, 114–125 (1947).
72. M. V. Rybin, D. S. Filonov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar and M. F. Limonov, Switching from Visibility to Invisibility via Fano Resonances: Theory and Experiment. *Sci. Rep.* 5, 8774 (2015).
73. W. D. Oliver, P. B. Welander, Materials in superconducting quantum bits, *MRS Bulletin*, 38(10), 816 (2013)
74. Reza Masoudian Saadabad, Marcus Cai, Fu Deng, Lei Xu, and Andrey E. Miroshnichenko *Phys. Rev. B* 104, 165402 – Published 1 October 2021
75. U. Fano. *Phys. Rev.* 124, 1866 (1961).