

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

На правах рукописи

Высотин Николай Геннадьевич

ОБОСНОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ
НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРУГОГО ГИСТЕРЕЗИСА ГОРНЫХ
ПОРОД РАЗЛИЧНЫХ ГЕНОТИПОВ

2.8.6 Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и
горная теплофизика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель д. ф. – м. н., доцент Винников В. А.

Москва - 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 ОБЗОР И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ	10
1.1 Особенности деформирования образцов горных пород	10
1.2 Упругий гистерезис горных пород	11
1.3 Физические механизмы гистерезисной нелинейности	16
1.4 Методы исследования гистерезисной нелинейности	21
1.5 Теоретические модели деформирования образцов горных пород	33
1.6 Математические и феноменологические модели гистерезисной нелинейности	36
1.7 Модель Прейсаха–Майергойца	41
Выводы	44
2 МЕТОДИКА И УСТАНОВКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРУГОГО ГИСТЕРЕЗИСА ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД РАЗЛИЧНЫХ ГЕНОТИПОВ	46
2.1 Изготовление образцов для экспериментов	46
2.2 Прочностные испытания	47
2.3 Оборудование для лабораторных исследований упругого гистерезиса образцов горных пород	50
2.4 Подготовка образцов к испытаниям	50
2.5 Деформационные испытания	53
2.6 Жесткость образцов горных пород	54
2.7 Результаты экспериментальных исследований упругого гистерезиса образцов горных пород	57
2.8 Анализ результатов	62
Выводы	69
3 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД	70

3.1 Вывод эмпирических зависимостей напряжения от деформации для образцов горных пород	70
3.2 Нелинейный статический гистерезисный параметр	76
3.3 Математическая модель упругой гистерезисной неоднородной среды Прейсаха–Майергойца	82
3.4 Верификация применения ПМ–модели к образцам горных пород и обоснование выбора величины коэффициента ослабления α	86
3.5 Микромеханическая модель деформирования	88
Выводы	93
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	95
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	97
ПРИЛОЖЕНИЕ А	112
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	119
ПРИЛОЖЕНИЕ В	120

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность научной работы

В процессе деформирования горным породам свойственно проявление нелинейных особенностей, связанных с их неоднородной структурой. Одной из таких особенностей является упругий гистерезис, без учета которого невозможна корректная оценка эффективности механического нагружения на горные породы по зависимости напряжение – деформация или правильный расчет параметров геомеханических процессов. Параметры упругого гистерезиса позволяют изучить поведение горных пород при нагружении, деформировании и разрушении. Поэтому разработка метода определения этих параметров имеет большое практическое значение в проектировании горного производства, в процессах добычи и переработки полезных ископаемых.

Известно, что горные породы имеют различные генотипы, то есть различные генезисы, структуры и составы. Это влияет на их физико–механические свойства, включая нелинейные особенности упругих свойств. Поэтому разработка метода определения этих параметров для горных пород различных генотипов имеет особую важность для понимания и предсказания их поведения в различных условиях.

Также стоит отметить, что существующие методы определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород могут иметь некоторые ограничения и недостатки, такие, как сложность применения, ограниченная точность или неспособность учесть различные генотипы горных пород. Особое внимание в предыдущих исследованиях было уделено развитию квазистатических и динамических методов определения параметров гистерезисной нелинейности различных твердых тел.

В настоящее время учет упругого гистерезиса горных пород не находит широкого применения при объяснении результатов механических испытаний, поэтому разработка метода определения нелинейных параметров

упругого гистерезиса горных пород различных генотипов на основе прямых механических испытаний может способствовать более точному моделированию и прогнозированию геомеханического поведения горных пород в различных инженерных проектах, связанных с горным делом и строительством, что является актуальной научной задачей.

Цель диссертационной работы – разработка метода определения статических нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов и установление их взаимосвязи с характеристиками структуры горных пород.

Идея работы заключается в установлении на основе экспериментальных данных аналитической зависимости гистерезисной нелинейности упругих свойств, обладающей характерными для каждого генотипа горных пород коэффициентами, и построении на основе результатов испытаний образцов циклической нагрузкой при одноосном сжатии математической модели, характеризующей структурные особенности образцов горных пород и базирующейся на теории Прейсаха–Майергойца.

Для достижения цели диссертационной работы были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Провести аналитический обзор исследований в области определения нелинейных параметров упругих свойств горных пород, а также обзор теоретических подходов к моделированию упругого гистерезиса горных пород.
2. Обосновать возможность применения стандартного метода статических механических испытаний DIN EN 14580–2005 для исследования упругого гистерезиса на образцах горных пород.
3. Экспериментально исследовать и проанализировать параметры упругого гистерезиса для горных пород различных генотипов.
4. Применить теоретическую модель Прейсаха–Майергойца для описания упругой гистерезисной нелинейности образцов горных пород различных генотипов.

5. Подобрать единую аналитическую зависимость для описания гистерезисной нелинейности и осуществить ее валидацию по результатам экспериментального определения коэффициентов этой зависимости для образцов горных пород различных генотипов.
6. Разработать методику определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов.

Основные научные положения, выносимые на защиту:

1. Установлено, что аналитическое описание кривой разгрузки $\sigma(\varepsilon)$ петли гистерезиса, полученное статистической обработкой экспериментальных результатов механических испытаний образцов горных пород, отличается свойственным каждому их генотипу набором коэффициентов аппроксимирующего полинома.
2. Моделирование в пространстве Прейсаха–Майергойца (ПМ) позволило установить, что нелинейные параметры упругого гистерезиса зависят от плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве: чем выше плотность гистеронов, тем меньше величина статического модуля упругости образца при одной и той же деформации и тем больше нелинейный статический параметр упругого гистерезиса, что подтверждается различными картинками распределения плотности гистеронов в ПМ–пространстве для пород различных генотипов.
3. Установлено, что относительная площадь петли гистерезиса в координатах «относительная деформация – относительная нагрузка, нормированная к пределу прочности при одноосном сжатии», зависящая от генотипа пород и величины нагрузки и являющаяся мерой потери породой упругой энергии в гистерезисном цикле, пропорциональна величине статического нелинейного гистерезисного параметра.

Методы исследования включают в себя хорошо апробированные методы исследования механических свойств горных пород: анализ и обобщение научно–технической информации; лабораторные эксперименты

на образцах горных пород; статистическую обработку данных экспериментов; численное математическое моделирование.

Обоснованность и достоверность научных положений, выводов подтверждаются:

– корректным использованием технических средств для механических испытаний и измерений с высокими метрологическими характеристиками, а также апробированных методов и программ компьютерного моделирования и обработки экспериментальных данных;

– удовлетворительной сходимостью результатов моделирования на основе предложенных аналитических зависимостей, описывающих упругий гистерезис образцов горных пород, с результатами лабораторных испытаний.

Научная новизна работы:

1. Впервые установлено, что аналитическое описание кривой разгрузки петли гистерезиса, полученное статистической обработкой экспериментальных результатов механических испытаний образцов горных пород, имеет свойственный каждому генотипу набор коэффициентов полинома. Это позволяет более точно и надежно описывать поведение горных пород при различных нагрузках и деформациях.

2. Проведено моделирование в пространстве Прейсаха–Майергойца (ПМ), что позволило установить зависимость нелинейных параметров упругого гистерезиса от плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве. Это новый подход к изучению упругого поведения горных пород, который позволяет более глубоко понять и описать механизм изменения механических свойств под нагрузкой.

3. Установлено, что относительная площадь петли гистерезиса в координатах «относительная деформация – относительная нагрузка, нормированная к пределу прочности при одноосном сжатии», зависящая от генотипа пород и величины нагрузки и являющаяся мерой потери породой упругой энергии в гистерезисном цикле, пропорциональна величине статического нелинейного гистерезисного параметра.

Теоретическая значимость работы заключается в:

- использовании математической модели Прейсаха–Майергойца для описания гистерезисной нелинейности горных пород различных генотипов;
- построении плотностей распределения гистеронов в ПМ пространстве для пород различных генотипов;
- определении аналитических выражений для описания кривых разгрузки $\sigma(\varepsilon)$ петли гистерезиса образцов горных пород различных генотипов.

Практическая значимость работы заключается в разработке методики определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов, которая может быть использована для:

- текущего мониторинга напряженно–деформированного состояния геоматериала на основе изменений значений нелинейных параметров упругого гистерезиса;
- диагностики изменения внутренней микроструктуры образцов горных пород на основе изменений значений нелинейных параметров упругого гистерезиса.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались на международных научных симпозиумах «Неделя горняка» (2018–2023 гг.), XXXII сессии Российского акустического общества, на заседаниях кафедры физических процессов горного производства и геоконтроля (2018–2023 г.г.), на международной научно-практической конференции, посвященной 60-летию института "Якутнипроалмаз" АК "АЛРОСА" «Горнодобывающая промышленность в 21 веке: вызовы и реальность».

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 7 статей, 4 из которых входят в список изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, в том числе 3 – в изданиях, входящих в базу цитирования Scopus.

Объем и структура работы. Диссертация изложена на 120 страницах и состоит из введения, 3 глав и заключения, содержит 5 таблиц, 22 рисунка, список литературы из 128 наименований и 3 приложения.

Благодарности.

Автор выражает особую благодарность научному руководителю, заведующему кафедрой ФизГео, доценту, д.ф.—м.н. Винникову Владимиру Александровичу; профессору, д.т.н. Черепецкой Елене Борисовне за ценные советы и обсуждения результатов; к.т.н. Дубинину Петру Ивановичу за помощь и поддержку при решении задач диссертационной работы.

1 ОБЗОР И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

1.1 Особенности деформирования образцов горных пород

Горные породы, неоднородность которых связана с дефектами структуры геологического или техногенного происхождения, проявляют особенности при деформировании в результате механического воздействия. Эти особенности заключаются в нелинейном упругом отклике породы уже при малых действующих напряжениях, зависимости упругих свойств от вида напряженно–деформированного состояния, анизотропии упругих свойств, индуцированной ростом микротрещиноватости, и накопления необратимых деформаций, обусловленных ее развитием [1]. В целях описания указанных нелинейных эффектов развиваются теоретические методы, которые, как правило, сосредоточены на отдельных вопросах деформирования и накопления поврежденности в горных породах:

- модели упругих разномодульных сред [2, 3];
- модели нелинейной упругости (F.D. Murnaghan, F. Birch, G.E. Exadaktylos, P.A. Johnson и др.);
- модели континуальной механики поврежденности с параметрами поврежденности различного ранга (Ю.Н. Работнов, Л.М. Качанов и др.).

Вышеуказанные подходы избирательны в выборе основного эффекта при деформировании горных пород. В настоящее время в геомеханике разрабатываются обобщенные модели для определения особенностей деформирования геоматериалов.

Среди прочего можно выделить деформационные процессы горных пород – магматических, метаморфических и сильно сцементированных осадочных пород, проявляющих хрупкий характер как самого деформирования, так и разрушения при одноосных и трехосных нагрузках с небольшим значением среднего напряжения. Под хрупким характером

деформирования нужно понимать способность горных пород испытывать неупругую необратимую деформацию без макроскопического разрушения, не связанную с дислокационными скольжением и двойникованием [4].

Для структурно–неоднородных горных пород характерна зависимость упруго–пластических свойств материала от вида напряженно–деформированного состояния [5, 6]. Как правило, такой эффект связывают с разноориентированными трещинами.

По происхождению такие дефекты, как трещины, могут быть разделены на первичные, связанные с генезисом породы, и вторичные, вызванные многократным воздействием тектонических и гравитационных сил. В поле действующих напряжений данные дефекты являются основным механизмом неупругой обратимой и необратимой деформации. Развитие трещин в поле приложенных напряжений определяет нелинейный упругий деформационный отклик материала, наблюдаемый экспериментально как для лабораторных образцов [7, 8, 9, 10], так и геологических макрообъектов [11–13].

Особенности деформирования образцов горных пород зависят от их структуры, состава и механических свойств. К некоторым особенностям деформирования образцов горных пород можно отнести пластичность, упругость, разрушение, проявление реологических свойств, анизотропность [14–16]. Эти особенности деформирования образцов горных пород играют важную роль при изучении и инженерных расчетах в области горного дела и строительства. Также различные типы пород и их состояние могут иметь свои собственные уникальные особенности деформирования.

1.2 Упругий гистерезис горных пород

Упругий гистерезис – упругое свойство твердых тел. В [17] упругий гистерезис определяется как «отставание во времени развития упругой

деформации образца от приложенного механического напряжения, которое возникает при наличии пластической деформации».

Упругий гистерезис наблюдается в поведении упругих и упруго–пластических материалов, которые под воздействием больших нагрузок при сжатии или растяжении, а также динамических циклических нагрузок, способны соответственно сохранять деформацию или утрачивать её при разгрузке [18].

Первые упоминания о статическом упругом гистерезисе содержатся в работах Дж. Юинга (J. Ewing) [19, 20] конца XIX века, где показано, что упругий гистерезис более явный, если производить нагрузку и разгрузку быстро. Также данный эффект представлен и в том случае, когда процессы нагрузки и разгрузки происходят с очень низкой скоростью. Таким образом, Дж. Юинг в исследованиях делает вывод о вероятности существования статического и динамического гистерезиса.

На рисунке 1.1 приведена графическая зависимость напряжения от деформации, имеющая форму петли гистерезиса. Ширина петли указывает на свойство испытываемого материала поглощать механическую энергию под воздействием напряжений в необратимой форме, степень гистерезисной нелинейности [21].

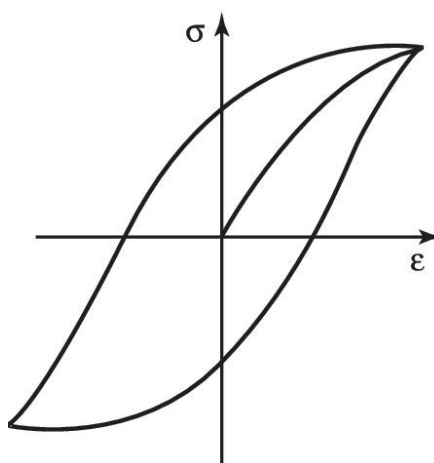


Рисунок 1.1 – Зависимость напряжения от деформации, образующая петлю гистерезиса: σ – напряжение; ε – деформация [22]

Упругий гистерезис горных пород объясним с точки зрения содержащихся в них микронеоднородностей и дефектов внутренней структуры (микротрещины, межзеренные границы и т.п.). Именно эти микронеоднородности определяют реакцию породы как на внешнее механическое воздействие, используемое для оценки напряженно-деформированного состояния, так и на меру внутренних сил – внутреннее напряжение, которое определяет распространение упругой волны в горной породе [23].

Термин «микронеоднородная» (в иностранных публикациях «мезоскопическая»), определен Л. И. Мандельштамом [24] следующим образом: в физическую систему включены микронеоднородные элементы или дефекты (трещины, зерна, дислокации, межзеренные пространства и т.д.), размеры которых меньше длины волны акустического воздействия, но значительно превышают атомные размеры [25], при этом на расстоянии длины волны находится много дефектов, а их распределение однородно.

Горные породы можно считать «макрооднородными» на участках больших по сравнению с размерами дефектов, но малых по сравнению с длиной волны. Таким образом, горные породы – это структурно нелинейные микронеоднородные (мезоскопические) упругие физические системы [25, 26].

В работе [27] установлено, что при быстром снятии нагрузки микронеоднородных тел восстановление их формы и размеров происходит с быстро уменьшающимся градиентом напряжений и отстает по времени от нагрузки. Проявление такого эффекта – упругого гистерезиса обусловлено наличием остаточных внутренних напряжений, а, следовательно, и остаточной деформации. С течением времени внутреннее напряжение уменьшается, уменьшается и остаточная деформация.

Внутренние дефекты и микронеоднородности можно условно разделить на три типа: 1) одномерные дислокации, двумерные внутренние контакты; 2) трещины и трехмерные поры; 3) пустоты.

Второй тип дефектов является наиболее существенным с точки зрения упругих характеристик материала. Действительно, влияние дислокаций незначительно, если говорить, например, о сейсмике или строительстве зданий. Поры и пустоты обычно вносят вклад в исследуемые свойства (например, разрушающие нагрузки, акустическая и статическая нелинейности, затухание звука и т.п.) материала гораздо меньше, чем трещины и контакты. Микронеоднородности, которые распределены по всему объему горных пород, имеют свои упруго–пластические параметры. Данный факт характеризует, например, распространение упругих волн или воздействие механического поля напряжений, что является причиной возникновения в них деформационных особенностей, включая гистерезисную нелинейность – отклонение от закона Гука. Это делает горные породы чрезвычайно важным классом материалов природного происхождения и подтверждает тот факт, что точное описание их механических свойств имеет решающее значение при решении задач механики горных пород [26, 28–30].

Механизм проявления упругого гистерезиса в горных породах обусловлен тем, что минеральные зерна в процессе деформирования действуют как жесткие единицы, в то время как связующее вещество – межзеренное пространство представляет собой микро– и мезоскопические гетерогенные упругие элементы [31].

Как уже было описано выше, существует деление упругого гистерезиса на динамический и статический.

Динамический упругий гистерезис можно наблюдать при циклически изменяющихся напряжениях, максимальное значение которых существенно ниже предела упругости. Причиной такого гистерезиса является упругопластичность либо вязкоупругость. При упругопластичности, помимо чисто упругой деформации (отвечающей закону Гука), имеется составляющая, которая полностью исчезает при снятии напряжений, но с некоторым запозданием. При вязкоупругости эта составляющая полностью

со временем не исчезает. Как при упругопластичном, так и при вязкоупругом поведении величина напряжений не зависит от амплитуды деформации и меняется с частотой изменения нагрузки.

Статический упругий гистерезис наблюдается как при статических, так и при циклических нагрузках, под действием напряжений, близких по величине к пределу упругости материалов. В этом случае формирование петли гистерезиса не зависит от скорости нагружения, но может изменяться при многократных нагружениях, что указывает на связь между упругим гистерезисом и усталостью материалов и изменением их микроструктуры. Причинами, вызывающими статический упругий гистерезис, являются трение в кристаллической решётке при движении дислокаций (силы Пайерлса); обратимое выгибание дислокаций (не вызывающее изменения их плотности и распределения), закреплённых атомами примесей [32].

Таким образом, теоретически при отсутствии деформации внутренние силы могут совершать работу против внешних сил, возникающих в теле во время деформации. В горных породах часть внутренних сил носит характер сил внутреннего трения, что приводит к необратимым изменениям микроструктуры [29]. Поэтому работа деформирующей силы частично идет на необратимое увеличение внутренней, а не потенциальной энергии тела. При нагружении тела в пределах упругости кривая нагрузки не совпадает с кривой разгрузки. Впоследствии формируется петля упругого гистерезиса, которая также показывает, что работа деформации, затрачиваемая при нагружении этого тела больше работы деформации, возвращающейся при его разгрузке, то есть, упругий гистерезис обуславливается некоторым запаздыванием в периоды нагрузки и разгрузки [17, 29]

Таким многообразием факторов объясним широкий диапазон численных значений параметров упругих свойств горных пород, даже в рамках одного месторождения. При изучении пород одного минерального состава структурные особенности играют решающую роль при формировании свойств.

Исследования различных микронеоднородных сред показывают, что значительно влияние микроструктуры среды на ее нелинейные упругие свойства: одномерные дефекты кристаллической решетки – дислокации приводят к гистерезисной зависимости «напряжения–деформация» поликристаллов; трещины с ровными поверхностями – к разномодульной нелинейности твердого тела; зерненная структура материала – к дробно–степенной нелинейности, наличие в твердом теле трещин, частично заполненных жидкостью может быть причиной повышенной упругой (реактивной) нелинейности сред (по сравнению со средой без трещин) [30].

В работах [31, 33, 34] показано, что ввиду нарушенной микротрещинами внутренней структуры проявляется структурная (неклассическая) нелинейность наряду с нелинейностью, которая связана с ангармонизмом кристаллической решетки (классическая нелинейность).

Считается, что при упругом гистерезисе диаграмма напряжений и деформаций представляет собой замкнутую кривую. Следовательно, вероятно, что когда образец испытывают циклическими напряжениями, то часть энергии уходит в тепло. Тепло возникает вследствие трения между отдельными частями деформируемого тела, которые перемещаются относительно друг друга. Юинг [20] обращает внимание на связь этого вывода с экспериментами Вёлера с повторными нагрузками и меняющимися по знаку напряжениями. Однако, гистерезис был отнесен к частному эффекту, выявленному Юингом, потому что упругое последствие, пластичность и вязкость представляют собой свойства, также указывающие на гистерезис в более широком понятии.

1.3 Физические механизмы гистерезисной нелинейности

Дефектность микро– и мезоструктуры горных пород приводит к изменению их жесткости. При наличии трещин или полостей, например, материал становится менее жестким и менее устойчивым к деформации. Это

может привести к изменению его нелинейных упругих свойств, характеризующихся модулем упругости и коэффициентом Пуассона [35].

Дефекты также могут вызывать локализацию напряжений и деформаций вокруг них. Это может привести к возникновению неоднородностей в материале, которые могут вызывать нелинейное поведение. Например, возможно возникновение локальных пластических деформаций или разрушения вокруг трещин [36].

Кроме того, дефекты могут влиять на механизмы переноса нагрузки в материале. Например, дислокации могут препятствовать движению атомов и вызывать нелинейное поведение. Также дефекты могут влиять на механизмы переноса тепла и массы в материале, что также может изменять его нелинейные упругие свойства.

Таким образом, дефектность микро– и мезоструктуры горных пород может существенно влиять на их нелинейные упругие свойства. Изучение этих эффектов имеет большое значение для понимания поведения горных пород при различных условиях нагружения и может быть полезно для разработки методов прогнозирования и контроля поведения горных пород в геотехнических и горнодобывающих отраслях [121].

Гистерезисная нелинейность горных пород обусловлена физическими механизмами [37, 38], такими как:

- 1) упругая деформация: горные породы могут подвергаться упругой деформации под воздействием внешних сил. При увеличении напряжения на породу происходит ее деформация, но при снятии нагрузки она не полностью возвращается в исходное состояние. Это вызывает гистерезисную нелинейность.

- 2) пластическая деформация: под действием высоких напряжений горные породы могут пластически деформироваться. При этом они могут изменять свою форму без разрушения. Пластическая деформация также вызывает гистерезисную нелинейность.

3) разрушение: при достижении критического напряжения горные породы могут разрушаться. Разрушение может происходить по различным механизмам, таким как трещинообразование, разломообразование или обрушения. В процессе разрушения также возникает гистерезисная нелинейность.

4) вязкость: некоторые горные породы обладают вязкими свойствами и могут деформироваться под действием постоянного напряжения с течением времени. Это также вызывает гистерезисную нелинейность.

Все эти физические механизмы взаимодействуют и вносят свой вклад в гистерезисную нелинейность горных пород. Это явление имеет большое значение при моделировании поведения горных массивов и понимании их механических свойств.

Сложная структура горных пород обуславливает слабые внутренние связи, что может увеличить акустическую нелинейность – «структурную нелинейность».

Множество теоретических и экспериментальных исследований структурной нелинейности в металлах и, особенно, в горных породах проведено с начала 1980–х гг. в основном группами ученых из МГУ, ИПФ РАН и Los Alamos National Laboratory (США). Эксперименты были проведены со стержнями из различных материалов, в частности из горных пород. Исследователи наблюдали такие специфические акустические эффекты такие как генерация гармоник, нелинейный частотный сдвиг, модуляция, влияние жидкости [39].

Исследования упругого гистерезиса часто связаны с определением нелинейных акустических эффектов (НАЭ), например, нелинейным затуханием и изменением фазовой скорости. В горных породах, обладающих сильной нелинейностью, НАЭ проявляются более интенсивно, чем в однородных телах. При этом их закономерности определяются нелинейным видом уравнения состояния среды $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, где σ – напряжение, ε – деформация.

Теоретические исследования НАЭ в горных породах с гистерезисной нелинейностью актуальны и необходимы при анализе результатов соответствующих экспериментов, проводимых с целью установления физических механизмов их аномально высокой нелинейности и получения уравнений состояния.

Экспериментальное исследование НАЭ для гистерезисных твердых тел и их сравнение с теоретическими значениями для горных пород с упругим гистерезисом способствует правильному выбору их гистерезисных уравнений состояния и выявлению физических механизмов гистерезисной нелинейности [40].

Исследования НАЭ в горных породах представляют интерес с точки зрения создания нелинейных акустических методов их диагностики и неразрушающего контроля, при этом для теоретического описания таких эффектов необходимо знание нелинейного уравнения состояния среды [38].

В нелинейной акустике существует несколько микроскопических теорий и уравнений состояния, описывающих нелинейные механизмы динамического деформирования горных пород. Одно из них – гистерезисное уравнение дислокационной теории Гранато—Люкке [41], уравнения с упругой нелинейностью для зернистых сред (герцевская нелинейность [42]), уравнения с адгезионной гистерезисной, реактивной (упругой) и диссипативной (неупругой) нелинейностями для твердых тел, содержащих трещины и полости [43].

Также для описания нелинейных волновых процессов в горных породах применяются феноменологические уравнения, которые основаны на анализе результатов экспериментальных исследований нелинейных эффектов и адекватно описывают эти результаты. Но у них есть один недостаток, в них не заложен какой-либо конкретный физический механизм гистерезисной нелинейности. Поэтому, создание моделей, разработка физических механизмов и получение микроскопических нелинейных уравнений

состояния различных микронеоднородных сред представляет и научный, и практический интерес [44].

«Среди моделей гистерезиса можно выделить две основные: с петлей вокруг нулевой точки (неупругий гистерезис) и с двойной петлей возвращающийся в ноль («упругий» гистерезис). Так как нелинейность еще мала (нелинейные члены уравнения гораздо меньше, чем линейные), любой непрерывный участок гистерезисной кривой можно представить в виде только линейного и квадратичного членов. Отметим что эти модели можно получить, представляя среду в виде набора гистерезисных элементов с различными параметрами и усредняя их вклады в зависимость напряжений–деформация» [39].

Все больше проявляется интерес исследователей как к экспериментальному изучению, так и к теоретическому модельному описанию возможных физических механизмов структурной нелинейности. В [45, 46] рассмотрены некоторые возможные физические механизмы структурной нелинейности.

Один из возможных механизмов структурной нелинейности связан с взаимодействием между зёрнами, которые можно представить в виде герцевских контактов, где деформация пропорциональна напряжению в степени $2/3$. Эта теория была применена при неидеальной упаковке зёрен.

Другая модель описывает тип трещин с шероховатостью, где имеют место контакты типа герцевских, а «распределение трещин по их размерам и ориентации учитывается при выводе “макроскопической” зависимости напряжения–деформация» [39].

Горная порода с микротрещинами может быть описана моделью двухмодульной нелинейной среды [2], описывающей механизм изменения раскрытости трещины в микромасштабе, величина которой порядка или меньше амплитуды смещения в акустической волне [45, 46].

В этой модели оценивается действие акустической волны на смыкание трещины, при этом изменяется модуль упругости твёрдого тела. При сжатии

трещина смыкается и значение действующего модуля приближается к значению модуля сплошного тела. При растяжении трещина раскрывается и действующий модуль значительно уменьшается. Таким образом, модель представляет особый вид структурной нелинейности трещиноватых сред. Структурная нелинейность приводит как к отражению волны от дефектов, так и к рассеянию волны на них [48, 127].

На рисунке 2 показан механизм структурной нелинейности, применимый для горных пород [45].

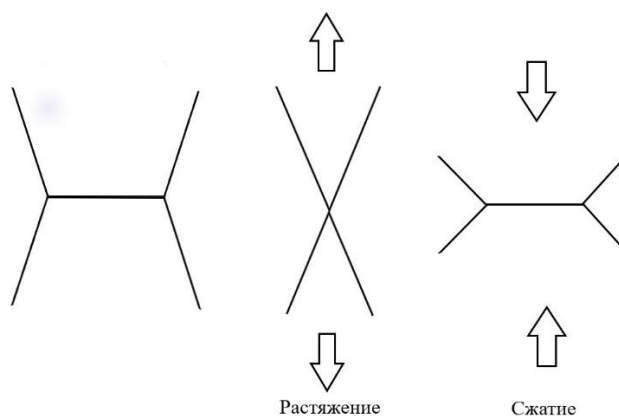


Рисунок 1.2 – Модель нелинейности контакта Герца [42]

Этот механизм – аналог нелинейности контакта Герца [42] – связан с тем, что площадь контакта двух элементов при сжатии в среднем увеличивается, а при растяжении – уменьшается. Такое поведение типично для слабо поджатых контактов твердых тел.

1.4 Методы исследования гистерезисной нелинейности

Существует несколько методов исследования гистерезисной нелинейности:

1. Статический метод: при этом методе измеряются значения входного и выходного сигналов системы при различных уровнях входного сигнала. Затем строится график зависимости выходного сигнала от входного, который позволяет определить характеристики гистерезисной нелинейности, такие как ширина гистерезисной петли, точка насыщения и др.

2. Динамический метод: в этом случае системе подается входной сигнал, изменяющийся со временем, и измеряется выходной сигнал. Затем анализируются изменения выходного сигнала в зависимости от скорости изменения входного сигнала, что позволяет определить параметры гистерезисной нелинейности, такие как время релаксации и инерцию системы.

3. Методы математического моделирования: с помощью компьютерных программ и математических моделей можно описать гистерезисную нелинейность и провести ее исследование. Это позволяет более точно определить характеристики гистерезиса и проанализировать его влияние на систему.

4. Экспериментальные методы: включают в себя использование специальных устройств и приборов, таких как гистерезисные трансформаторы, гистерезисные дроссели и т.д., которые позволяют создать и исследовать гистерезисную нелинейность в контролируемых условиях.

В зависимости от конкретной задачи и объекта исследования выбирается наиболее подходящий метод или комплекс методов для исследования гистерезисной нелинейности.

Экспериментальное определение упругого гистерезиса производят статическими (квазистатическими) методами – по прямым записям диаграмм деформирования – петель (с помощью оборудования, регистрирующего силы и деформации) и (или) динамическими методами – по затуханию свободных колебаний, по измерению резонансных пиков амплитуд вынужденных колебаний или ширины резонансной кривой. Также можно измерять мощность резонансного возбуждения, сдвиг фаз между силами и перемещениями, оценивать теплоотдачу и проводить прямое калориметрирование выделенного тепла [26].

В настоящее время наиболее часто используемыми методами определения упругих свойств горных пород, в том числе и нелинейных, являются акустические методы, которые позволяют оперативно получать

информацию об изменении микроструктуры во время технологических процессов. В горных породах нелинейные эффекты проявляются ввиду их неоднородной структуры, причем уже при малых деформациях, вызываемых упругими волнами [128]. Поэтому при исследовании горных пород особенно интересует структурная нелинейность, определяемая микронеоднородностями их строения.

Фактически для описания нелинейных упругих свойств твердых тел используются модули упругости высших порядков, потому что они более чувствительны к изменениям внутренней микроструктуры [47].

В последние годы исследований для определения упругого гистерезиса твердых тел применяют гистерезисный параметр – H , в настоящей работе представленный функцией от деформации. На величину гистерезисного параметра влияет исходное состояние образца, особенности преобразования структуры геоматериала: дислокации, напряжения межзеренных границ, микротрещины.

Статические методы

Статические методы исследования упругого гистерезиса горных пород включают в себя следующие подходы:

1) измерение деформации. Этот подход подразумевает измерение деформации горных пород при различных уровнях механических нагрузок. Деформация может быть измерена с помощью различных инструментов, таких как деформационные датчики или деформометры. Это позволяет определить зависимость между напряжением и деформацией горных пород и выявить особенности их поведения.

2) измерение напряжения. Данный подход включает в себя измерение напряжения в горных породах при различных уровнях деформации. Напряжение может быть измерено с помощью различных инструментов, таких как нагрузочные ячейки или датчики напряжения. Это позволяет определить зависимость между деформацией и напряжением горных пород и выявить особенности их поведения.

3) механические испытания. В данном подходе понимают, что горные породы подвергаются механическому испытанию с применением различных типов нагрузок, таких как растяжение, сжатие или изгиб. В процессе испытания измеряются деформация и напряжение горных пород. Это позволяет определить упругие свойства горных пород, включая их гистерезис.

4) математическое моделирование. Данный подход включает в себя создание математических моделей, которые описывают поведение горных пород при различных уровнях деформации и напряжения. Модели могут основываться на экспериментальных данных или теоретических предположениях. Математическое моделирование позволяет предсказать поведение горных пород при различных условиях и провести анализ их упругого гистерезиса.

Эти подходы позволяют исследовать упругий гистерезис горных пород и выявить его особенности. Результаты таких исследований могут быть использованы для понимания поведения горных пород при нагрузке и, впоследствии, разработки соответствующих инженерных решений.

Деформация образцов горных пород в ходе эксперимента связана с оценкой с помощью контролируемых лабораторных условий влияния внешнего воздействия, факторов окружающей среды и материалов на геомеханическое поведение горных пород.

Применяя статические методы, измеряют зависимость относительной деформации ε образца геоматериала от напряжения σ [48]. Модули упругости определяют с помощью разложения в степенной ряд Тейлора аналитического уравнения зависимости напряжения от относительной деформации:

$$\sigma(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon) \approx E_{st}(\varepsilon_0) \cdot \Delta\varepsilon + \frac{1}{2} E_{2st}(\varepsilon_0) \Delta\varepsilon^2 = E_{st}(\varepsilon_0) \cdot \Delta\varepsilon \cdot [1 - H_{st}(\varepsilon_0) \cdot \Delta\varepsilon] \quad (1.1)$$

где σ , МПа – напряжение,

ε , отн. ед. – относительная деформация,

$$E_{1st}(\varepsilon_0) = \frac{\partial \sigma(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \quad - \text{статический модуль Юнга второго порядка, МПа,}$$

$$E_{2st}(\varepsilon_0) = \frac{\partial^2 \sigma(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} \quad - \text{статический модуль Юнга третьего порядка, МПа.}$$

H_{st} – нелинейный статический параметр упругого гистерезиса, отн. ед.,

$$H_{st} = \frac{-E_{2st}}{2 \cdot E_{1st}}.$$

На практике применяют несколько стандартизированных статических методов определения параметров упругих свойств горных пород при одноосном сжатии. В работе [49] был проведён анализ трех существующих методов по определению характеристик упругого участка диаграммы деформирования образцов горных пород и сделан вывод о том, что в большей степени физически корректен для исследований стандарт DIN EN 14580–2005 [50].

Немецкий стандарт DIN EN 14580–2005 в отличие от стандарта ASTM D7012–10 [51] содержит конкретные указания по поводу диапазона измерения деформаций для определения статического модуля упругости (модуля Юнга). Нижнее значение диапазона напряжений σ_u составляет 2%, а верхнее σ_o – 33% от предела прочности материала при одноосном сжатии. Модуль упругости вычисляется следующим образом:

$$E = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{\varepsilon_o - \varepsilon_u}, \quad (1.2)$$

где ε_u и ε_o – измеренные продольные деформации при нижнем и верхнем напряжениях, соответственно.

Ещё одним существенным отличием стандарта DIN EN 14580–2005 является обязательное уплотнение образца перед проведением измерений. Предварительное уплотнение образца необходимо для получения стабильных деформационных характеристик материала [42], как показано на рисунке 1.3.

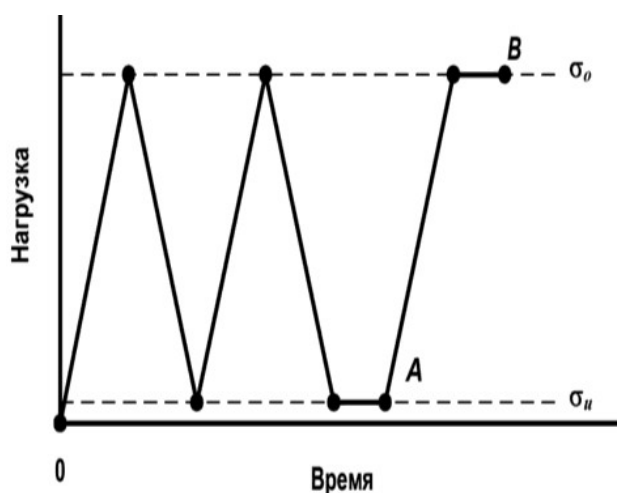


Рисунок 1.3 – Диаграмма «нагрузка–время» [49]

В статических методах с помощью механизмов нагружения формируется гидростатическое напряжение, которое уменьшает поровое пространство и вызывает только изменение объема, а все значимые остаточные деформации горных пород возникают в результате действия дифференциального напряжения и выражаются в виде разрушения, течения или их комбинации. Разрушение представляет собой деформацию с полной потерей сцепления и характеризуется физической неоднородностью, через которую не может действовать растягивающее напряжение, которое ведет к росту и увеличению количества микротрещин.

Экспериментальные исследования показывают, что геомеханическое поведение горных пород при циклическом нагружении значительно отличается от такового при монотонной нагрузке [52, 53]. Поэтому очень важно исследовать характеристики механического повреждения горных пород, подвергающихся циклическим нагрузкам, чтобы лучше понимать механизмы деформирования и разрушения горных пород.

Испытания на одноосное сжатие и растяжение обычно используются для исследования прочности, деформационных свойств и характеристик разрушения образцов горных пород, подвергающегося циклическому нагружению.

В работе [52], используя методы ультразвукового контроля и регистрации акустической эмиссии (АЭ), исследованы характеристики постепенного разрушения гранита при одноосной циклической нагрузке.

В работе [54] исследовали зарождение и распространение трещин в изотропном граните при одноосном циклическом нагружении.

В [55] изучены характеристики усталостного разрушения гранита при одноосном циклическом нагружении и получена зависимость между переменной повреждения и номером цикла. Были проведены одноосные циклические испытания для изучения роста повреждений каменной соли. Результаты показали, что уровни напряжения, приводящие к инициированию и ускоренному накоплению усталостного повреждения в процессе циклического нагружения, составляли от 20 до 40 процентов прочности на одноосное сжатие испытанной каменной соли [56].

В работе [57] экспериментально изучалось геомеханическое поведение песчаника при циклическом нагружении. Обычно применяется циклическое нагружение для решений задач подземных горных работ, объектом в которых является песчаник, представитель осадочных пород.

В работе [58] авторы провели обширные лабораторные испытания механического поведения анизотропного пористого песчаника при одноосном и трехосном циклическом нагружении, которые выявили два основных механизма: уплотнение и образование микротрещин. В испытаниях было показано, что оба механизма сильно зависят от наклона нагрузки по отношению к изотропным плоскостям. Однако при увеличении всестороннего давления влияние анизотропии значительно уменьшалось. На основе экспериментальных результатов для неповрежденного песчаника при статической и динамической одноосной циклической нагрузке было обнаружено, что модуль Юнга, предел прочности при одноосном сжатии и энергия напряжения увеличиваются с увеличением частоты нагрузки [53]. Было проведено экспериментальное исследование процесса повреждения песчаника, приняв метод пространственной акустической эмиссии [59].

Результаты экспериментов показали, что разные типы повреждений локализовались на разных фазах цикла в течение всего процесса нагружения. От начального повреждения в фазе статического состояния до области раннего ядра трещин трещины стабильно расширялись из области раннего ядра в начале цикла и быстро в конце цикла до макроскопического разрушения породы. Проведя серию лабораторных испытаний, авторы работы [56] оценили влияние частоты на динамические свойства образцов песчаника, подвергнутых циклическому нагружению при различном всестороннем давлении. Авторы работы [60] изучали процесс роста повреждений и развития трещин в песчанике с помощью одноосных циклических испытаний и цифровой корреляции изображений.

Динамические методы

Динамические методы исследования упругого гистерезиса горных пород используются для изучения и оценки их механических свойств при динамическом нагружении. Эти методы позволяют определить зависимость деформаций и напряжений в горных породах от частоты и амплитуды нагрузки.

Одним из основных устройств для динамических методов исследований упругого гистерезиса является динамический испытательный стенд, который позволяет проводить испытания на компрессию, растяжение и сдвиг горных пород при различных значениях нагрузки. Испытания проводятся при помощи специальных динамических датчиков, которые регистрируют деформации и напряжения в породах.

Метод ультразвуковых волн позволяет изучать скорость распространения ультразвуковых волн в горных породах при динамическом нагружении. Изменение скорости распространения ультразвука может быть использовано для определения изменений в структуре и свойствах породы [61, 62].

Также для исследования упругого гистерезиса горных пород используются различные методы моделирования, например, метод конечных

элементов или метод граничных элементов. Эти методы позволяют проводить численное моделирование динамического нагружения горных пород и анализировать их поведение при различных условиях нагрузки.

Все эти методы позволяют получить информацию о механических свойствах горных пород при динамическом нагружении, что является важным для понимания и прогнозирования их поведения в различных инженерных и горных условиях.

Упругий гистерезис является причиной затухания свободных колебаний самих упругих тел, затухания в них звука, уменьшения коэффициента восстановления при неупругом ударе и обуславливает необходимость затраты внешней энергии для поддержания вынужденных колебаний [11, 23, 35].

Спектральный метод исследования упругого гистерезиса горных пород, основанный на исследованиях эффективности генерации высших акустических гармоник или волн комбинационных частот, использует анализ спектрального состава сигнала, получаемого при воздействии упругой волны на горную породу [30, 63–69].

При воздействии упругой волны на горную породу происходят необратимые деформации, требующие затрат энергии. Эти затраты можно измерить путем анализа спектра сигнала, полученного при регистрации акустической волны, отраженной от горной породы.

В спектре сигнала можно обнаружить наличие высших акустических гармоник или волн комбинационных частот, которые возникают в результате нелинейных эффектов в горной породе. Исследование эффективности генерации этих высших гармоник или комбинационных частот позволяет оценить степень нелинейности и упругого гистерезиса горной породы.

Этот метод имеет преимущества перед другими методами, так как он позволяет исследовать нелинейные свойства горных пород без необходимости проведения сложных экспериментов или использования специального оборудования. Он также может быть использован для оценки

механической стабильности горных пород и предсказания их поведения при различных нагрузках.

Однако, следует отметить, что спектральный метод требует тщательной обработки и анализа полученных данных, а также учета возможных помех и шумов. Также, результаты исследования могут зависеть от различных факторов, включая состав горной породы, ее структуру и условия испытаний. Поэтому, для достоверных результатов рекомендуется проводить дополнительные проверки и сравнения с другими методами и данными.

Нелинейно–резонансная ультразвуковая спектроскопия [34, 64–70] — метод исследования механических свойств различных материалов, в том числе горных пород. Он основан на воздействии на материал высокочастотных звуковых волн и измерении нелинейного отклика материала. В отличие от линейной резонансной ультразвуковой спектроскопии, которая измеряет линейный отклик материала на ультразвук, нелинейная резонансная спектроскопия фокусируется на нелинейных взаимодействиях более высокого порядка между ультразвуковыми волнами и материалом.

В случае с образцами горных пород этот метод может предоставить ценную информацию об их упругих и акустических свойствах. Анализируя нелинейный отклик образца горной породы на ультразвуковые волны, исследователи могут определить такие важные параметры, как жесткость материала, демпфирование и нелинейность.

Этот метод особенно полезен для изучения механического поведения горных пород в различных условиях, таких как изменения температуры, давления или флюидонасыщенности. Это также может помочь в выявлении любых структурных изменений или повреждений в образце породы.

В целом, нелинейная резонансная ультразвуковая спектроскопия является мощным инструментом для характеристики механических свойств образцов горных пород и понимания их поведения в различных условиях.

Резонансная акустическая спектроскопия [28, 71–73] — это метод, используемый для анализа механических свойств материалов путем измерения их резонансных частот. В случае образцов горных пород резонансная акустическая спектроскопия может предоставить ценную информацию об их упругости, плотности и других физических свойствах.

Для проведения резонансной акустической спектроскопии на образцах горных пород обычно выполняются следующие шаги:

1) подготовка образца: Образец породы сначала разрезают и придают ему форму подходящего размера и формы для испытаний. Важно убедиться, что образец имеет гладкую поверхность и не имеет дефектов или трещин, которые могут повлиять на результаты измерений.

2) установка образца: Образец горной породы затем устанавливается на устройство возбуждения вибрации, такое как пьезоэлектрический преобразователь или электромагнитный вибратор. Это позволяет прикладывать к образцу контролируемые вибрации.

3) возбуждение и измерение: устройство возбуждения используется для воздействия диапазона частот на образец горной породы. Когда применяется каждая частота, отклик образца измеряется с помощью датчика, такого как акселерометр или лазерный виброметр. Датчик улавливает колебания образца и преобразует их в электрические сигналы.

4) анализ данных. Затем собранные данные анализируются для определения резонансных частот образца горной породы. Резонансные частоты соответствуют собственным частотам, при которых образец вибрирует наиболее сильно. Анализируя резонансные частоты, можно определить различные механические свойства образца горной породы, в том числе его модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона.

5) интерпретация данных. Результаты, полученные с помощью резонансной акустической спектроскопии, можно интерпретировать для понимания внутренней структуры и состава образца горной породы.

Например, вариации измеренных свойств могут указывать на наличие разломов, трещин или различных типов минералов в породе.

В целом, резонансная акустическая спектроскопия является весьма перспективным методом для оценки механических свойств образцов горных пород. Он дает ценную информацию о поведении и составе горных пород, которая может быть полезна в различных областях, таких как геология, инженерия и материаловедение.

Динамические акусто–упругие испытания (dynamic acousto–elastic testing – DAET) [74–79] являются методом, используемым для определения механических свойств материалов, основанным на анализе их акустического отклика на воздействие внешних нагрузок.

В процессе испытаний на образцах материала генерируется акустическая волна, которая распространяется через материал. Волна вызывает деформацию материала, которая в свою очередь влияет на скорость распространения волны. Путем измерения изменений в акустическом сигнале можно определить различные механические свойства материала, такие как упругость, прочность, плотность и другие.

DAET широко применяются в инженерии и научных исследованиях для оценки качества материалов, контроля процессов деформации и разрушения, а также для определения параметров материалов, которые не могут быть получены другими методами испытания.

Этот метод может быть применен к различным типам материалов, включая металлы, композиты, полимеры и геологические образцы. Он также может использоваться для контроля качества сварных соединений, оценки состояния конструкций и определения неравномерностей внутри материалов.

DAET представляет собой быстрый и неразрушающий метод, который позволяет получать информацию о механических свойствах материала без необходимости проведения сложных испытаний. Этот метод также может быть автоматизирован, что позволяет упростить процесс испытаний и повысить точность получаемых результатов.

1.5 Теоретические модели деформирования образцов горных пород

Теоретическая модель деформирования образцов горных пород является основой для понимания и изучения их механических свойств. Она представляет собой математическое описание процесса деформации, основанное на физических законах и экспериментальных данных.

Одной из основных теорий, используемых при моделировании деформирования горных пород, является теория упругости. Согласно этой теории, горные породы могут быть рассмотрены как упругие материалы, которые подвергаются деформации при наложении внешних нагрузок, но возвращаются в исходное состояние после удаления нагрузки.

Теория упругости позволяет определить различные параметры деформации образца, такие как напряжение, деформация, модуль упругости и коэффициент Пуассона. Эти параметры могут быть использованы для оценки механических свойств горных пород, таких как прочность, упругость и пластичность.

Однако, теория упругости не всегда может полностью описать поведение горных пород, особенно при высоких нагрузках или в условиях пластической деформации. В таких случаях используются другие модели, такие как теория пластичности или теория разрушения.

Теория пластичности предполагает, что горные породы могут подвергаться необратимым деформациям, при которых они не возвращаются в исходное состояние после удаления нагрузки. Эта теория позволяет описать поведение горных пород при пластической деформации, такой как сжатие, растяжение или изгиб.

Например, для описания пластической деформации горных пород используются пластические модели, такие как модель Друкера–Прагера [80]. Эта модель учитывает зависимость напряжения от пластической деформации и определяют предел текучести материала.

Теория разрушения рассматривает процессы разрушения горных пород, такие как трещины или разрывы. Она позволяет оценить прочность и устойчивость горных пород к разрушению и предсказать возможные опасности, связанные с деформацией образцов.

Для описания разрушения горных пород могут применяться модели, основанные на теории разрушения, такие как модель Максвелла [81] или модель Мора–Кулона [14]. Эти модели учитывают напряжение, вызванное разрушением материала, и определяют его прочность.

Экспериментальные данные, полученные при испытаниях образцов горных пород, используются для верификации и калибровки математических моделей. По результатам экспериментов можно определить значения параметров моделей, таких как модуль Юнга различных порядков, предел текучести или прочность материала.

В целом, теоретическая модель деформирования образцов горных пород является инструментом для исследования и понимания их механических свойств. Она может быть использована для прогнозирования поведения горных пород в различных условиях и помогает в принятии решений в области горного и нефтегазового дела и строительства.

Для образцов горных пород существуют различные эмпирические зависимости напряжения от деформации, которые могут быть использованы для описания и моделирования их механического поведения. Некоторые из них включают:

Закон Гука [14] – это простейшая зависимость, которая предполагает линейную связь между напряжением и деформацией. Согласно закону Гука, напряжение (σ) пропорционально деформации (ε) с коэффициентом пропорциональности, называемым модулем упругости (E):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1.3)$$

Закон Бюргерса [82] – это зависимость, учитывающая нелинейное поведение горных пород при больших деформациях. Закон Бюргерса предполагает, что напряжение (σ) зависит от деформации (ε) и времени (t):

$$\sigma = A \cdot \varepsilon + B \cdot \ln(t) \quad (1.4)$$

где А и В – коэффициенты, зависящие от свойств материала.

Модель Прандтля [83] учитывает вязкоупругое поведение горных пород. Она предполагает, что напряжение (σ) зависит от деформации (ε) и скорости деформации ($\dot{\varepsilon}$):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \eta \cdot \varepsilon' \quad (1.5)$$

где η – коэффициент вязкости.

Модель Хука–Кутта [84, 85] учитывает нелинейное и анизотропное поведение горных пород. Она предполагает, что напряжение (σ) зависит от деформации (ε), нормального напряжения (σ_n) и касательного напряжения (τ):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \sigma_n + \mu \cdot \tau \quad (1.6)$$

где Е – модуль упругости, μ – коэффициент сдвига.

Это лишь некоторые из эмпирических зависимостей, которые могут быть использованы для описания поведения горных пород. В реальности выбор модели зависит от конкретных свойств материала и условий нагружения.

Одна из модификаций закона Гука для учета нелинейности упругих свойств горных пород – это использование нелинейного коэффициента упругости (также известного как коэффициент жесткости), который зависит от деформации. Это позволяет учитывать изменение упругих свойств горных пород с увеличением деформации.

Модифицированный закон Гука можно записать следующим образом [86]:

$$\sigma = E(\varepsilon) \cdot \varepsilon \quad (1.7)$$

где σ – напряжение, $E(\varepsilon)$ – нелинейный коэффициент упругости, ε – деформация.

Модуль упругости $E(\varepsilon)$ может быть определен экспериментально или с помощью моделирования. Обычно он задается в виде функции, которая описывает зависимость коэффициента упругости от деформации.

Важно отметить, что в различных условиях и для разных типов горных пород может использоваться различные модификации закона Гука с учетом нелинейности упругих свойств. Поэтому для конкретного случая следует обратиться к соответствующим исследованиям и литературе, чтобы получить более точное описание закона Гука для данного материала.

1.6 Математические и феноменологические модели гистерезисной нелинейности

Гистерезисная нелинейность – это явление, при котором значение выходной переменной системы зависит не только от текущего значения входной переменной, но и от предыдущих значений. Математические и феноменологические модели гистерезисной нелинейности используются для описания этого явления.

В настоящее время существует несколько математических моделей гистерезиса [87, 88] основанных либо на решении нелинейных дифференциальных уравнений, либо на том, что в линейные уравнения вводятся нелинейные гистерезисные компоненты.

Традиционная теория упругих свойств нелинейных материалов, в том числе геоматериалов, основана на представлении плотности энергии как функции скалярной величины инвариантов тензора деформации. В работах [42, 89] определено уравнение смещений в области пространства:

$$e = \mu \varepsilon_{ik}^2 + \left(\frac{K}{2} - \frac{\mu}{3}\right) \varepsilon_{ll}^2 + \frac{A}{3} \varepsilon_{ik} \varepsilon_{ll} \varepsilon_{kl} + B \varepsilon_{ik}^2 \varepsilon_{ll} + \frac{C}{3} \varepsilon_{ll}^3 + O(\varepsilon^4), \quad (1.8),$$

$$\sigma_{ik} = \frac{\partial e}{\partial (\partial u_i / \partial x_k)}, \quad (1.9),$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1.10),$$

где e – плотность энергии, ρ_0 – плотность вещества, σ_{ik} – тензор напряжений, ε – тензор деформаций,

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad (1.11).$$

Константы μ , K , A , B и C определяются экспериментально.

При этом полагается, что напряжение – это аналитическая функция зависимости от деформации, которая вполне может описать большое количество материалов.

Математическая модель гистерезисной нелинейности может быть представлена в виде дифференциального уравнения или разностного уравнения, которое описывает изменение выходной переменной в зависимости от входной переменной и предыдущих значений. Примерами математических моделей гистерезисной нелинейности являются модели Ландау–Лифшица [42] и Штреблау–Лайтхилла [90].

Феноменологические модели гистерезисной нелинейности основаны на экспериментальных данных и не стремятся объяснить физическую природу явления. Вместо этого они описывают наблюдаемое поведение системы в виде функции входной переменной и предыдущих значений. Примером феноменологической модели гистерезисной нелинейности является модель предела Баркера [91, 92].

Для сложных механических систем, такие как горные породы, части которых взаимодействуют друг с другом силами различного происхождения, теоретическое моделирование упругого гистерезиса с распознаванием его параметров – непростая задача. Взаимосвязи между этими параметрами формируются на базе феноменологических моделей, компоненты которых идентифицируются с использованием экспериментальных данных [78, 92, 93].

В настоящее время эти идеи превращены в строгий математический аппарат и существенно развиты для упругого гистерезиса [92, 94, 95]. Схожие феноменологические представления предложены и развиваются в

различных областях механики и физики [96–99]. Однако для идентификации параметров таких моделей часто требуются сложные экспериментальные исследования и интерпретации полученных данных [100, 101]

Обе эти модели имеют свои преимущества и недостатки. Выбор конкретной модели зависит от целей и требований исследования.

Существует несколько моделей, которые можно использовать для описания гистерезисной нелинейности образцов горных пород. Некоторые из наиболее часто используемых моделей перечислены ниже:

1) модифицированная модель Прейсаха [31, 102, 103]. Эта модель основана на модели Прейсаха, которая описывает гистерезисное поведение ферромагнитных материалов. Модифицированная модель Прейсаха была адаптирована для использования в механике горных пород для отражения нелинейного и гистерезисного поведения горных пород. Согласно этой модели, после цикла нагрузка–разгрузка механическая система возвращается в исходное состояние. Однако зернистые среды, такие как горные породы, подвержены не только гистерезису, но и необратимой деформации. Для ее моделирования существует модификация модели Прейсаха–Майергойца. Предполагается, что некоторые части породы остаются сжатыми после разгрузки. Математически этот результат получается, предполагая, что эти части имеют отрицательное значение напряжений при разгрузке.

2) упругопластические модели, рассматривающие образец горной породы как упругий материал до определенного уровня напряжения, за пределами которого он подвергается пластической деформации. Пластическая деформация при этом может быть описана с использованием различных определяющих моделей, таких как модель Друкера–Прагера [80] или модель Мора–Кулона [14].

3) модели повреждений, учитывающие прогрессирующее повреждение и разрушение образца горной породы при повышении уровня нагрузки. Повреждение может быть описано с использованием различных подходов,

таких как модель механики сплошных сред (CDM) [104, 105] или модель зоны сцепления [106].

4) модели механики разрушения [107], сосредоточенные на распространении трещин и разрывов в образце горной породы. Они учитывают взаимодействие между существующими трещинами и полем напряжений, чтобы предсказать поведение образца породы при разрушении.

5) микроструктурные модели [108], учитывающие микроструктурные особенности образца горной породы, такие как наличие несплошностей, неоднородностей и анизотропии. Они используют концепции микромеханики и статистической механики для описания нелинейного и гистерезисного поведения горных пород.

Важно отметить, что выбор модели зависит от конкретных характеристик образца горной породы и интересующего поведения (например, реакция на напряжение–деформацию, разрушение и т. д.). Кроме того, параметры модели обычно получают путем лабораторных испытаний и калибровки с использованием экспериментальных данных.

Идея, представленная Прейсахом, заключается в применении базовой гистерезисной единицы, называемой гистероном Прейсаха или оператором Прейсаха, в качестве описания одного элемента гистерезиса. Путем суперпозиции этих операторов можно построить сложные операторы гистерезиса, обладающие более тонкими свойствами, чем элементарные операторы.

Одним из основных свойств гистерезисных нелинейностей является их способность «запоминать» прошлое, т.е. менять свое внутренне состояние при различных внешних воздействиях и сохранять его при отсутствии внешних воздействий (при постоянном входе). Можно рассматривать «континуальную» среду, состоящую из множества различных гистерезисных нелинейностей. Внутренне состояние такой среды является (бесконечномерным) вектором, компонентами которого являются состояния элементов среды [87].

Важной частью теории математического гистерезиса являются так называемые реализационные (или идентификационные) теоремы. Каждая такая теорема дает «явное» описание класса гистерезисных нелинейностей, обладающих некоторым набором свойств. Например, идентификационная теорема Красносельского–Козякина–Покровского утверждает, «что любая детерминированная, виброкорректная, статическая, управляемая гистерезисная нелинейность является гистероном» (это говорит о важности понятия гистерона в теории гистерезисных нелинейностей) [87]. Эта теорема дает, по существу, полное описание одномерных детерминированных нелинейностей, обладающих обычными гистерезисными свойствами.

Среди моделей гистерезисной нелинейности существуют так называемые композиционные модели (например, модели Прейсаха, Ишлинского), т.е. нелинейности, являющиеся композициями (например, параллельными соединениями) конечного или бесконечного числа "элементарных" гистерезисных нелинейностей, таких как реле или люфт. Исторически первой из таких моделей была модель Прейсаха, представляющая "спектральное разложение" входо–выходного оператора по классу неидеальных реле, зависящих от двух параметров (верхней и нижней точек переключения) [87]. В работе [109] для этой модели доказан ряд реализационных теорем. Основным характеристическим свойством модели Прейсаха является так называемое свойство "стирания" (wiping-out property), означающее, что выход гистерезисной нелинейности в конечный момент времени зависит лишь от последовательности "вложенных" чередующихся предыдущих локальных максимумов и минимумов входа. Свойством стирания также обладают обобщенные люфты и гистероны, описанные в [87]. Фактически это означает, что соответствующий класс гистеронов может "запоминать" предысторию входа лишь с точностью до вложенных последовательностей доминирующих локальных максимумов и минимумов. В [109] показано, что любая гистерезисная нелинейность, обладающая

свойством стирания и дополнительным свойством конгруэнтности гистерезисных петель, описывается моделью Прейсаха.

В модели Ишлинского, описывающей поведение сложного упруго–пластического элемента, гистерезисный оператор является комбинацией конечного или бесконечного числа элементарных люфтов с разными зазорами. Каждый люфт является частным случаем модели Прейсаха, поэтому модель Ишлинского тоже обладает свойством стирания» [110].

1.7 Модель Прейсаха–Майергойца

Для механических систем была представлена феноменологическая модель Прейсаха–Майергойца [23, 31]. В этой модели гистерезисный выход создается путем интегрирования в пространстве Прейсаха, и эта идея будет рассмотрена и объяснена в главе 3.

Известны теоретические модели, связывающие структуру микронеоднородных твердых тел, в частности горных пород, и их нелинейные упругие свойства. В свою очередь, для определения такой связи были развиты феноменологические модели, типичной из которых является модель Прейсаха–Майергойца (Preisach–Mayergoyz) [87, 109, 111].

Математическая модель Прейсаха–Майергойца (ПМ–модель) описывает упругую гистерезисную неоднородную среду. Она основана на идее, что в такой среде каждый элемент имеет свою собственную гистерезисную петлю, которая зависит от предыдущей истории нагружения.

ПМ–модель состоит из совокупности элементарных гистерезисных циклов, называемых "петлями Прейсаха". Каждая петля Прейсаха характеризуется двумя параметрами: пороговым значениям поля (напряжения) и шириной петли [112].

При нагружении среды сначала активируются элементы с наименьшим пороговым значением поля, затем с большими значениями. Элементы, которые уже были активированы, остаются активными и при последующих

нагрузках. Таким образом, модель учитывает эффекты гистерезиса и неоднородности в поведении материала.

Математически ПМ–модель может быть представлена в виде интегрального уравнения, которое описывает связь между напряжением и деформацией в неоднородной среде. Решение этого уравнения позволяет определить поведение материала при различных условиях нагружения.

ПМ–модель находит применение в различных областях, таких как магнитные материалы, полимеры, композитные материалы и т. д. Она позволяет более точно описать поведение материала с учетом его гистерезисных свойств и неоднородности.

В ПМ–модели введена величина плотности – количество упругих элементов – гистеронов в единице площади пространства (σ_o , σ_c). Плотность упругих единиц в ПМ пространстве определяется как ρ [113]:

$$\rho(\sigma_c, \sigma_o) = B(\sigma_c) \delta(\sigma_c - \sigma_o) + \alpha \quad (1.12),$$

где δ – дельта–функция, B – плотность негистерезисных упругих единиц, расположенных на диагонали, α – показатель распространения гистерезисных упругих единиц в ПМ–пространстве.

Чтобы получить зависимость напряжение–деформация, нужно проинтегрировать (1.12). Для малых вызванных напряжений $\Delta\sigma$, после разложения в ряд Тейлора, мы получаем зависимость $\varepsilon(\sigma)$ в виде ряда и от этого обратный ряд $\sigma(\varepsilon)$, в стандартной форме [113]:

$$\sigma = \sigma_o + K_o(1 - r\Delta\sigma)\varepsilon + K_o\beta\varepsilon^2 + K_o\delta\varepsilon^3 + \eta \frac{K_o\gamma}{2} \left(\varepsilon^2 - \frac{\Delta\sigma^2}{K_o^2} \right), \quad (1.13),$$

где $\eta=1$, – в случае нагрузки; $\eta=-1$, – в случае разгрузки, где $\Delta\sigma=K_o\varepsilon$, в первом приближении (линейное соотношение).

Каждый упругий элемент характеризуется двумя состояниями – открытое и закрытое, которые описываются соответствующими параметрами длины (l_o , l_c) и параметрами напряжения (σ_o , σ_c) причем l_o , σ_o — означают параметры открытого элемента (например, микротрещины), а l_c и σ_c —

параметры закрытого элемента. Зависимость изменения длины гистерона от напряжения указана на рисунке 1.4 [114].

В случае деформации сжатия, которое рассматривается в этой работе, $\sigma_c > \sigma_0$ из рисунка 1.4 видно, что при напряжении $\sigma < \sigma_0$ длина упругого элемента l_0 постоянна, при увеличении напряжения до $\sigma > \sigma_c$, длина упругого элемента также постоянна l_c . В промежуточном значении напряжения $\sigma_0 < \sigma < \sigma_c$, длина упругого элемента зависит от истории напряженно-деформированного состояния.

Соответствующая модель материала состоит из большого количества абстрактных гистерезисных упругих элементов, наблюдаемых в пространстве ПМ и проявляющих, в свою очередь, различную степень гистерезиса. Упругие элементы, наблюдаемые в пространстве ПМ, проявляют различную степень гистерезиса, таким образом, чем больше гистерезисна упругая единица, тем дальше она находится от диагонали. Если гистерезис отсутствует, то все элементы попадают на диагональ, и модель сводится к классической теории, описанной выше [114].

$$[\varepsilon \uparrow - \varepsilon \downarrow](i) = (l_0 - l_c) \times \sum_{m=i+1}^{N-1} \sum_{n=0}^i \rho(m, n) \quad (1.14),$$

где $[\varepsilon \uparrow - \varepsilon \downarrow](i)$ – величины деформаций, соответствующие ветвям разгрузки и нагрузки при одном и том же значении напряжения, соответственно; i – номер шага по значениям напряжений, $i=0$ соответствует минимальному значению напряжения, $i=N$ – максимальному; $\rho(m, n)$ – функция, представляющая плотность гистерезисных микроскопических упругих элементов, т.е. число гистеронов в единичной площади пространства ПМ–модели [114].

В этой работе использовался метод «экспоненциального ослабления», заключающийся в том, что, если известно значение ρ под диагональю (т.е. $\rho(i, i-1)$), тем самым остальные элементы, стоящие в i -ом столбце, можно вычислить по формуле:

$$\rho(i,k) = \rho(i,i-1) \cdot e^{-\alpha(i-1-k)} \quad (1.15),$$

где $k=0, \dots, i-1$, а α – параметр метода, называемый коэффициентом ослабления.

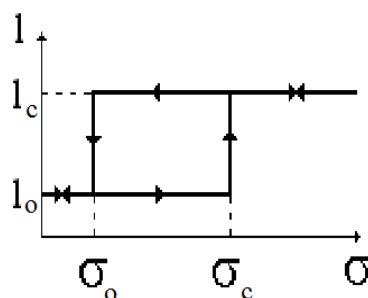


Рисунок 1.4 – Зависимость изменения размера гистерона l_0 , l_c от величины напряжения σ_0, σ_c [48]

Выводы

В ходе проведенного анализа публикаций раскрыто понятие упругого гистерезиса и дана оценка влияния дефектности микро– и мезоструктуры на нелинейность упругих свойств образцов горных пород.

Рассмотрев некоторые теоретические и практические подходы к исследованиям гистерезисной нелинейности твердых тел, можно выделить экспериментальные разработки, которые демонстрируют возможность мониторинга внутренней структуры образцов горных пород, подвергнутых механическим испытаниям.

Представленные физические модели раскрывают понимание механизмов структурной нелинейности горных пород, содержащих различного рода дефекты. Физические модели служат основой для математического описания структурной нелинейности горных пород при определенных начальных и граничных условиях.

Анализ и обзор предыдущих исследований показал, что обоснование и разработка методики определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород актуально, перспективно и необходимо. Такая

методика способствует установлению корректных зависимостей параметров упругих свойств от степени дефектности микроструктуры.

Таким образом, целью диссертационной работы является исследование свойства упругого гистерезиса для определенного набора образцов горных пород различных генотипов с помощью метода циклической нагрузки–разгрузки в условиях одноосного сжатия и определить его статические нелинейные параметры методами статистической обработки и компьютерного моделирования.

Для достижения поставленной цели в работе требуется решить сформулированные во введении задачи научного исследования.

2 МЕТОДИКА И УСТАНОВКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРУГОГО ГИСТЕРЕЗИСА ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД РАЗЛИЧНЫХ ГЕНОТИПОВ

2.1 Изготовление образцов для экспериментов

Для испытаний были выбраны породы различных генотипов: мрамор, известняк, гранит и габбро.

Изготовление образцов пород призматической формы осуществлялось из штуфов и кусков пород разных размеров. Каждая представительная серия образцов была изготовлена из одного штуфа или куска для корректности определения параметров физико–механических свойств. Породы хранились при нормальных условиях.

Отобранные для испытаний породы были не гигроскопичны, поэтому изготовление из них образцов осуществлялось с применением промывочной жидкости.

Далее следуют этапы подготовки образцов к испытаниям.

Каждый штуф неправильной формы линейными размерами 200...500 мм торцевался на отрезном станке.

На отрезном станке изготавливались плоскопараллельные заготовки толщинами 40–50 мм.

Из плоскопараллельных заготовок на отрезном станке изготавливались заготовки призматической формы линейными размерами 40×40×80 мм и 20×20×40 мм. Далее заготовки подвергались шлифованию и полированию на напольных шлифовально–полировочных станках и угловыми шлифовальными машинами, расположенными и закрепленными осью вращения перпендикулярно поверхности обрабатываемого образца, до требуемых значений параллельности и шероховатость граней образцов [50].

Изготовленному образцу присваивался номер и измерялись его геометрические параметры, номер наносился на поверхность образца маркерами и записывался в электронных таблицах журналов испытаний.

Так как геоматериал не требовал специальных условий хранения, кроме как хранения в сухом, проветриваемом и отапливаемом помещении, образцы помещались в бумажную коробку или пластиковый ящик для хранения в течение проведения исследований.

Таким образом, были подготовлены образцы горных пород различных генотипов – гранита, габбро, известняка и мрамора, обладающих, соответственно, разными физико–механическими свойствами. Внутренняя структура призматических образцов этих пород была исследована динамическим методом.

2.2 Прочностные испытания

Необходимым исследованием в настоящей работе было определение предела прочности горных пород при одноосном сжатии, сущность которого согласно ГОСТ [115] заключается в измерении максимального значения разрушающей нагрузки, приложенной к плоским торцам правильного призматического образца через плоские стальные плиты нагрузочного устройства.

Перед испытаниями было измерено соотношение размеров ребер поперечного сечения и высоты образцов (рекомендуемое - 1:2):

$$n=h/a, \quad (2.1)$$

где n – соотношение высоты и диаметра образца;

h – высота образца, мм;

a – длина ребра поперечного сечения, мм.

Далее на изготовленных образцах были проведены испытания по определению прочности на одноосное сжатие при нормальных условиях на напольном испытательном прессе ТП–1–1500.

Тест-пресс оснащен блоком управления, который показывает текущее значение прикладываемой нагрузки и ее скорость, а также регистрирует предельное значение нагрузки в момент разрушения материала. Блок управления позволяет сохранить и обработать результат и перенести его на компьютер.

Испытания образцов на прочность проводились при равномерной нагрузке до фактического разрушения, скорость нагружения при этом составляла 1,5–5 МПа/с.

По результатам испытаний строились диаграммы разрушения и экспериментальные зависимости напряжения от времени $\sigma(t)$ до максимального значения величины нагружения в момент разрушения – предела прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж}$.

Поскольку нагрузочные диаграммы предполагалось строить по результатам испытаний образцов на универсальной испытательной машине LFM–50kN, позволяющей исследовать образцы материалов, квадратное сечение которых не превышает размеров 20×20 мм, возникла необходимость сопоставления результатов по определению параметров прочности различных размеров. С этой целью сначала были испытаны стандартные образцы размером 40×40×80 мм, при этом скорость возрастания нагрузки на образцы составляла 1,5 МПа/с согласно стандарту [115].

Далее экспериментальные образцы меньших размеров 20×20×40 мм тоже были разрушены при одноосном сжатии. Результаты испытаний представлены в таблице 2.1.



Рисунок 2.1 – Тест-пресс ТП–1–1500

Таблица 2.1 Результаты испытаний пределов прочности пород при одноосном сжатии

Предел прочности, МПа	Гранит	Мрамор	Габбро	Известняк
стандартных образцов	251,3	104,2	282,4	75,6
экспериментальных образцов	248,4	103,9	285,2	74,3

Как видно из результатов, значения пределов прочности при сжатии стандартных образцов и экспериментальных сопоставимы. Следовательно,

можно сделать вывод о том, что определение упругих свойств на образцах размерами 20×20×40 мм согласно методу DIN EN 14580–2005 будет физически корректным [116].

2.3 Оборудование для лабораторных исследований упругого гистерезиса образцов горных пород

Для исследования упругого гистерезиса образцов горных пород [117, 118] в широком диапазоне деформаций была использована автоматизированная электромеханическая испытательная машина LFM – 50kN, оснащенная электронным сервоконтролером, экстензометром MFA–25 и компьютером. Максимальная нагрузка, которую производить, испытательная машина 50 кН. Жесткость рамы испытательной машины – 125 кН/мм. Блок–схема установки, которая воспроизводит контролируемые напряжения в образце и измеряет соответствующие продольные деформации, изображена на рисунке 2.2.

2.4 Подготовка образцов к испытаниям

Образец для эксперимента размещался соосно между сжимающими плитами испытательной машины (рис. 2.3). Нижняя сжимающая плита – неподвижна, верхняя передвигается в вертикальной плоскости с заданной скоростью нагрузки. Плиты плоскопараллельны между собой. Контроллером фиксировалось перемещение верхней плиты в миллиметрах, нагрузка в килоньютонах, точность измерения силы $\pm 0,5$ %. (класс точности 0,5). Максимальная сила, которая могла прилагаться к образцу 50 кН [116].

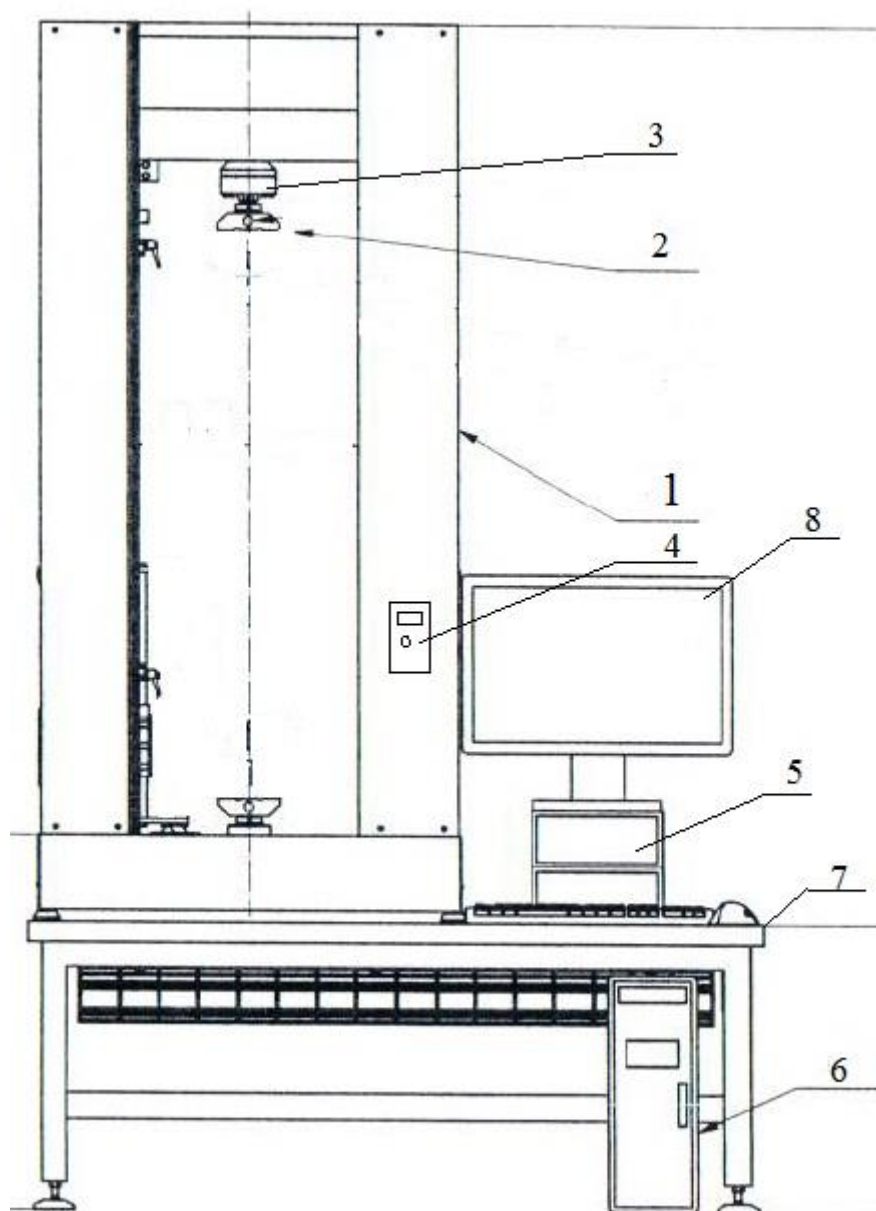


Рисунок 2.2 – Схема испытательной установки LFM – 50кН: 1– электромеханическая испытательная машина; 2 – плиты сжимающие стальные; 3 – датчик нагрузки 50 кН; 4 – многофункциональный пульт дистанционного управления; 5 – цифровая управляющая система (контролер) PCS–500; 6 – ПК (персональный компьютер) типа HPEliteDesk 800 G1TWR; 7 – компьютерный стол; 8 – монитор HP



Рисунок 2.3 – Система образец горной породы – аксиальный экстензометр MFA–25/12 – сжимающее устройство

Подготовка к испытанию заключалась в выборе в ПО DionPro, прилагаемой к испытательной машине, нагрузки к образцу, – типа и стандарта испытаний, в данной работе был выбран тип – измерение напряжений и деформаций с навесным экстензометром.

Далее задавались геометрические параметры исследуемого образца. Вводились измеренные штангенциркулем длины сторон поперечного сечения образца, пересчитываемые программой в площадь, на которую производилась нагрузка. Также вводилась высота образца, относительно которой рассчитывалась относительная деформация.

2.5 Деформационные испытания

Следующим этапом был ввод параметров испытания, так как испытания представляли собой циклы нагрузки и разгрузки. Во-первых, устанавливали режим преднагрузки: напряжение преднагрузки, скорость достижения преднагрузки и время нахождения образца в преднагруженном состоянии. Далее задавались параметры этапов нагрузки и разгрузки: скорость, диапазон напряжения. При этом под нагрузкой понимается одноосное монотонное сжатие с постоянной скоростью образца горной породы; под разгрузкой понимается монотонное снятие нагрузки с такой же скоростью, что и при нагрузке.

Напряжение на всех трех этапах было задано до 33% от величины средней прочности при одноосном сжатии серии образцов. Разгрузка образца была произведена, соответственно, до напряжения 2% от предела прочности. Скорость нагружения и разгрузки была постоянной – 0,3 МПа/с.

Для определения напряжения в прилагаемом к установке программном обеспечении DionPro задавались геометрические параметры образца, а контроллер, соответственно, регулировал усилие (нагрузку).

Измерение продольной деформации осуществлялось экстензометром MFA–25, у которого максимальное изменение измеряемой деформации составляет 25 мм.

Экстензометр MFA–25 был подключен к цифровому контроллеру, передающему результаты измерений деформации в компьютер.

В процессе производства измерений величин продольной деформации экстензометром MFA–25 зажимные устройства, расположенные напротив друг друга, открываются для того, чтобы дать возможность легкого размещения на испытываемых образцах с одной стороны, как видно на рисунке 2.3.

Все испытания проводились в автоматическом режиме. Программа с заданными параметрами образца и испытаний запускалась для

одновременного нагружения образца, измерения напряжений и продольных деформаций. Соответственно, построение графика зависимости «напряжения–деформация» образца, двух циклов нагрузки–разгрузки для уплотнения образца и 3–его цикла – петли упругого гистерезиса в диапазоне упруго – пластических деформаций производилось в режиме реального времени [116].

Итак, испытательная установка позволяет измерять напряжения σ и деформации ε , которые, в свою очередь, позволяют определить статический модуль упругости Юнга.. Учитывая дискретный характер зависимости $\sigma=\sigma(\varepsilon)$, статический модуль Юнга определялся по следующей формуле:

$$E(\varepsilon) = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}, \quad (2.2).$$

где σ – напряжение, Па;

ε – относительная деформация.

2.6 Жесткость образцов горных пород

Измерение и определение напряжений и деформаций в образцах горных пород является важным этапом в данном исследования упруго–пластических свойств. Испытательная машина позволяет создавать нагрузки на образец и измерять его деформацию. Однако, горные породы обладают меньшей жесткостью по сравнению с жесткостью рамы испытательной машины (см. таблицу 2.2). Это означает, что они способны деформироваться под воздействием нагрузок, в то время как рама машины остается практически неизменной.

Обоснование использования меньшего значения жесткости горных пород при измерении напряжений и деформаций заключается в следующем:

– точность измерений: меньшая жесткость образца позволяет точнее измерить его деформацию, так как разница в деформациях между образцом и рамой испытательной машины будет более заметной;

– учет влияния окружающей среды: при проведении испытаний необходимо учитывать влияние окружающей среды на образец. Если образец имеет большую жесткость, то его деформация может быть меньше, чем у рамы машины, из-за влияния внешних факторов, таких как температура, влажность и т.д.;

– соответствие реальным условиям: в реальных условиях горные породы подвергаются воздействию различных нагрузок, которые могут привести к их деформации. Поэтому важно учитывать их способность деформироваться при проведении испытаний.

Таким образом, измерение и определение напряжений и деформаций горных пород с использованием испытательной машины предполагает использование меньшего значения их жесткости для обеспечения точности и достоверности результатов испытаний, а также учета влияния окружающей среды и соответствия реальным условиям.

В общепринятом понимании под физико–механическими свойствами понимают параметры горных пород, которые дают представление о их поведении под действием внешних нагрузок. Количественно эти параметры обусловлены механизмом взаимодействия молекул и атомов в минералах и горных породах, фазовым составом, их структурой. В ряде случаев изменения термодинамических параметров (температуры, давления) приводят к изменению сил взаимодействия на микроуровне, фазового состава и структуры, что приводит к изменению свойств горных пород [14, 83].

Физико–механические свойства позволяют оценить пределы нагрузки для каждой конкретной горной породы. Результаты определения таких свойств используют в расчетной практике при проектировании природно–технических систем [14, 83].

Большое разнообразие условий строительства и эксплуатации природно–технических систем, повышение и расширение спектра требований к ним привело к созданию широкого круга методов определения

свойств горных пород. В зависимости от скорости нагружения испытания являются статическими, когда нагружение производится медленно, нагрузка возрастает плавно или остается постоянной длительное время, либо динамическими, если нагрузка возрастает мгновенно (ударно). При повторно–переменных испытаниях изменяется величина и направление нагрузки. Испытания могут проводиться при комнатных, повышенных, отрицательных (криогенных) температурах. Различны и схемы нагружения образцов: растяжение, сжатие, изгиб, кручение, срез [15,16] .

Каждая схема нагружения в механических испытаниях характеризуется коэффициентом «жесткости», который представляет собой отношение максимальных нормальных напряжений к максимальным касательным, которые возникают при испытаниях [14, 17].

Нормальные напряжения приводят к хрупкому разрушению материала, а касательные характеризуют пластичность. Поэтому, чем больше коэффициент «жесткости» тем более хрупко разрушается материал при испытаниях. Тем самым, при выборе способа испытания материалов учитывается коэффициент «жесткости» [14, 17, 42].

Для расчета жесткости образцов горных пород при испытаниях на одноосное сжатие определяют следующие параметры:

- модуль упругости E (продольный, линейный) – это параметр, определяемый из зависимости между напряжением и деформацией в геоматериале.
- площадь поперечного сечения S – площадь сечения образца, перпендикулярного оси сжатия;
- высота образца, h – расстояние между плоскостями приложения нагрузки.

После определения этих параметров можно рассчитать жесткость образца по формуле (2.4):

$$B_0 = E \cdot \frac{S}{h}, \quad (2.4),$$

где E – модуль упругости, Па; S – площадь поперечного сечения, м^2 ; h – высота образца, м.

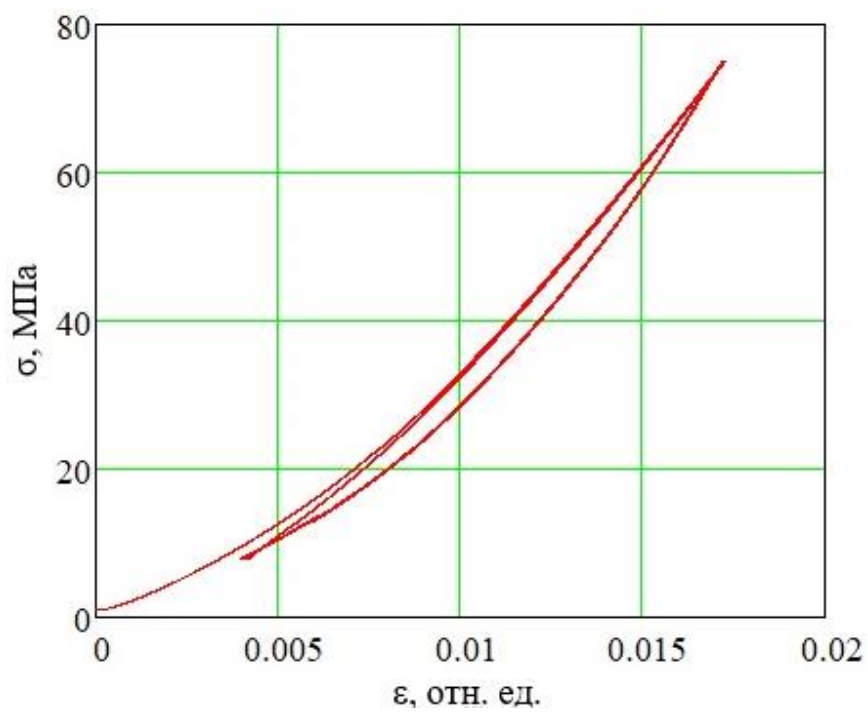
Таблица 2.2 – Жесткость образцов горных пород

Название	Площадь сечения образцов S , м^2	Высота образца h , м	Модуль упругости E , ГПа	Жесткость образца B_0 , кН/мм	Жесткость системы образец–машина B , кН/мм	Погрешность абс., кН/мм	Погрешность, %
Габбро №3 262	0,0004	0,04	1,87	18,71	16,28	2,44	13,02
Габбро №1 221	0,0004	0,04	1,909	18,97	16,47	2,50	13,18
Габбро №1 220	0,0004	0,04	1,82	18,19	15,88	2,31	12,70
Гранит красный №2 247	0,0004	0,04	2,46	24,61	20,56	4,05	16,45
Известняк №3 241	0,0004	0,04	0,06	0,62	0,61	0,00	0,49
Известняк №2 216	0,0004	0,04	0,08	0,79	0,79	0,00	0,63
Мрамор №2 217	0,0004	0,04	1,48	14,83	13,26	1,57	10,61
Гранит серый №5 261	0,0004	0,04	1,74	17,42	15,29	2,13	12,23

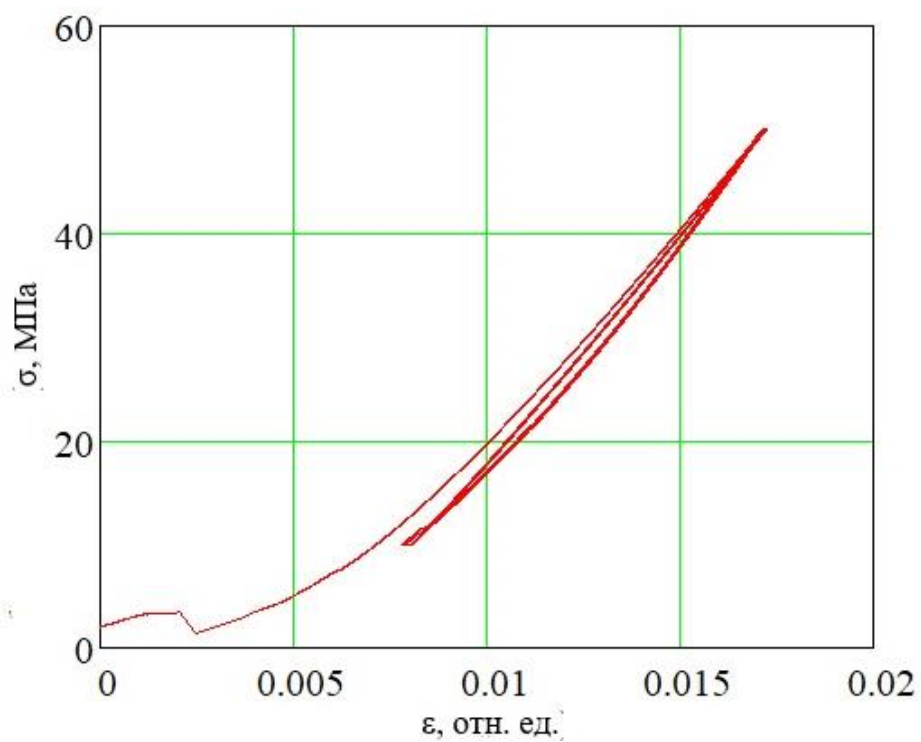
2.7 Результаты экспериментальных исследований упругого гистерезиса образцов горных пород

С целью определения параметров упругого гистерезиса было проведено испытание серий из 4-х образцов каждой породы (мрамор, известняк, гранит серый, гранит красный, габбро).

По результатам испытаний строились диаграммы деформирования – петли гистерезиса $\sigma=f(\varepsilon)$, примеры диаграмм для всех исследуемых типов пород представлены на рисунках 2.4 – 2.7

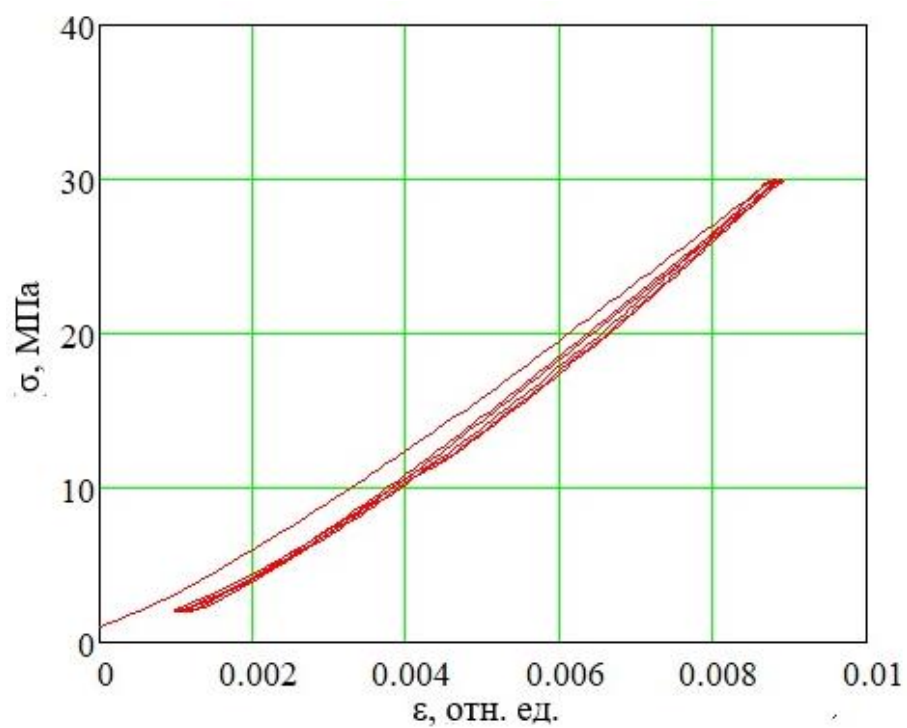


а)

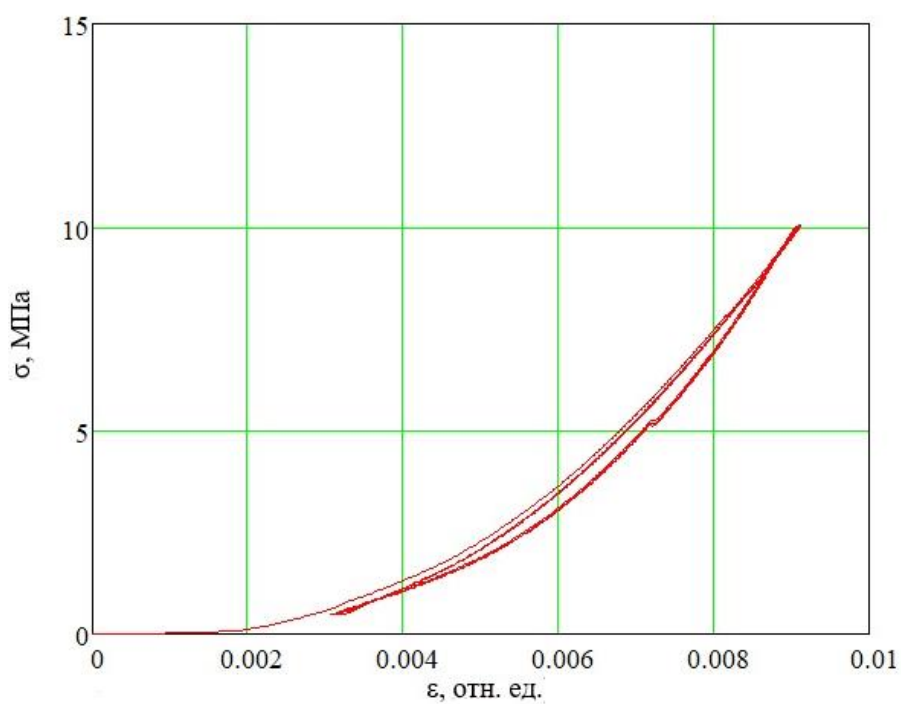


б)

Рисунок 2.4 – Диаграммы деформирования (σ , МПа от ε , отн. ед.), построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005: а) образец гранита №2 247, б) образец гранита №5 261

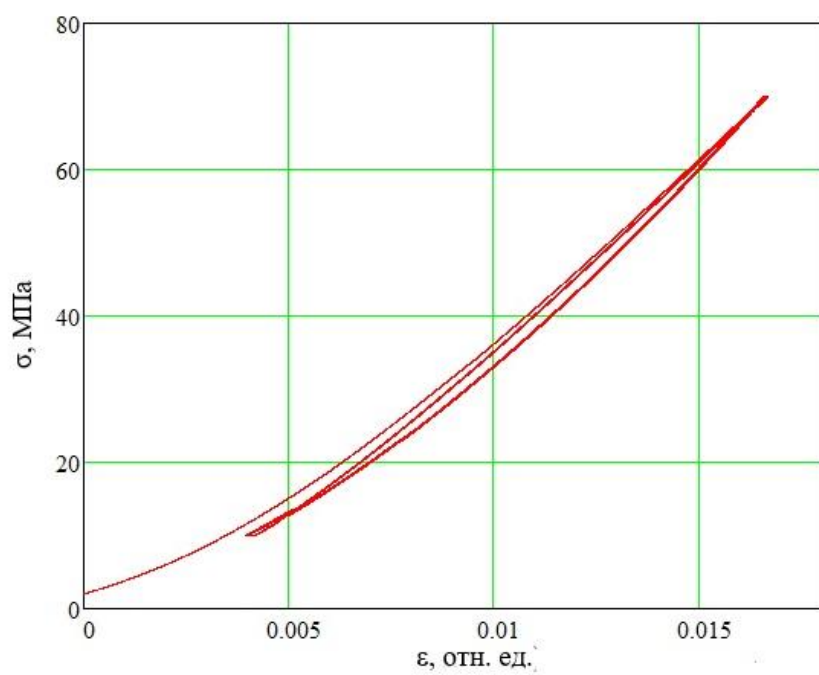


а)

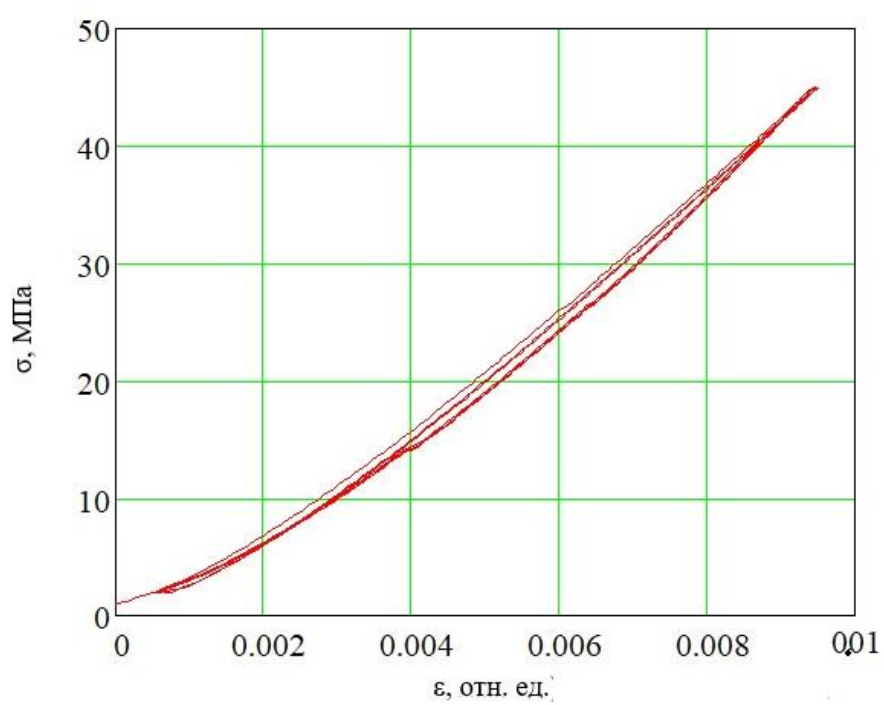


б)

Рисунок 2.5 – Диаграммы деформирования (σ , МПа от ε , отн. ед.), построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005: а) образец мрамора №2 216, б) образец мрамора №2 221

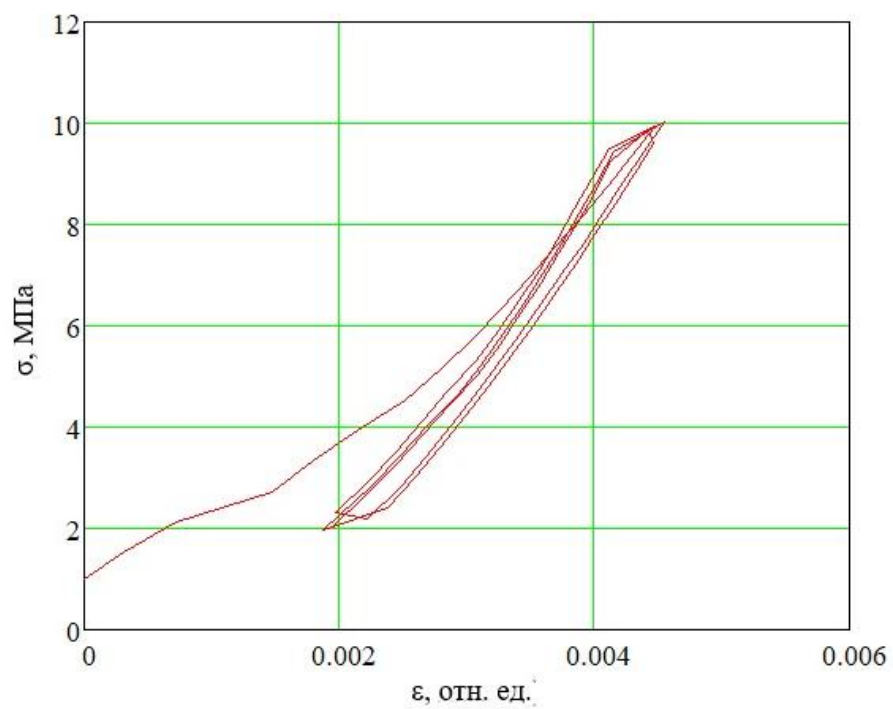


а)

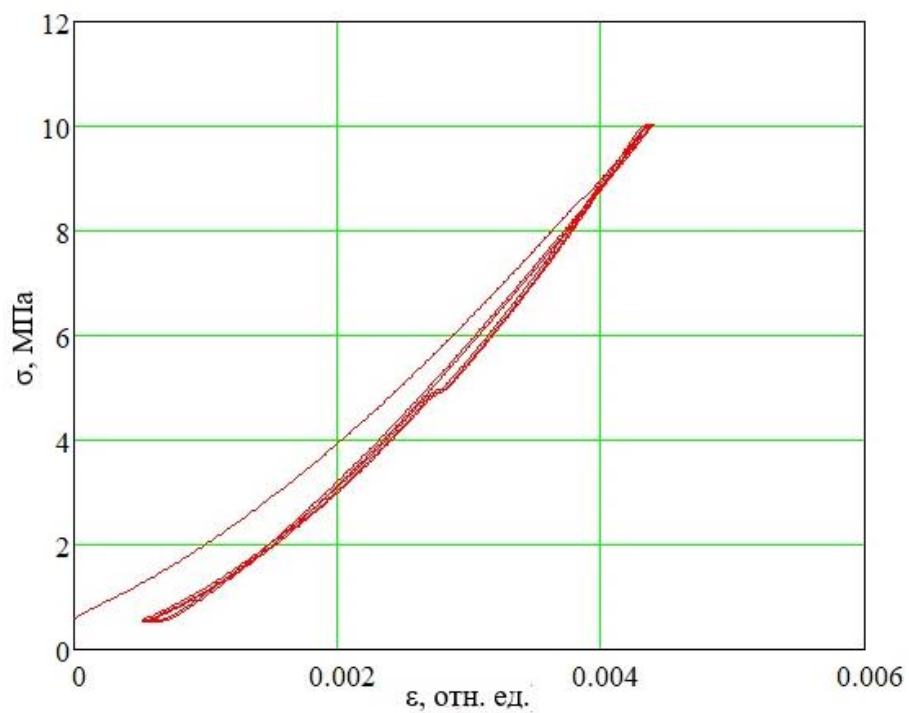


б)

Рисунок 2.6 – Диаграммы деформирования (σ , МПа от ε , отн. ед.), построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005: а) образец габбро №3 262, б) образец габбро №1 221



а)



б)

Рисунок 2.7 – Диаграммы деформирования (σ , МПа от ε , отн. ед.), построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005: а) образец известняка №2 216, б) образец известняка №3 241

Различие диаграмм деформирования для различных пород обусловлено их генотипом и исходным состоянием.

Для каждого образца горной породы построенные диаграммы деформирования отображают гистерезисную зависимость напряжения от деформации при одноосной нагрузке и разгрузке.

2.8 Анализ результатов

На диаграммах деформирования можно наблюдать, что при нагружении образца напряжение возрастает, а деформация увеличивается. Однако при разгрузке образца напряжение снижается, но деформация остается выше, чем до нагрузки. Это объясняется гистерезисными свойствами материала, которые проявляются в виде потерь энергии при нагружении и разгрузке.

Каждая порода имеет свою уникальную петлю гистерезиса, которая характеризуется разными значениями напряжения и деформации. Например, мрамор и известняк, как карбонатные породы, обычно имеют более широкие петли гистерезиса, чем гранит и габбро, которые являются кремниевыми породами. Также можно заметить, что габбро имеет наиболее узкую петлю гистерезиса среди всех исследуемых пород.

Для сопоставления поведения пород различных генотипов при проявлении упругого гистерезиса была построена сводная диаграмма деформирования представительных образцов серий в осях «относительное напряжение—относительная деформация», демонстрируемая на рисунке 2.8.

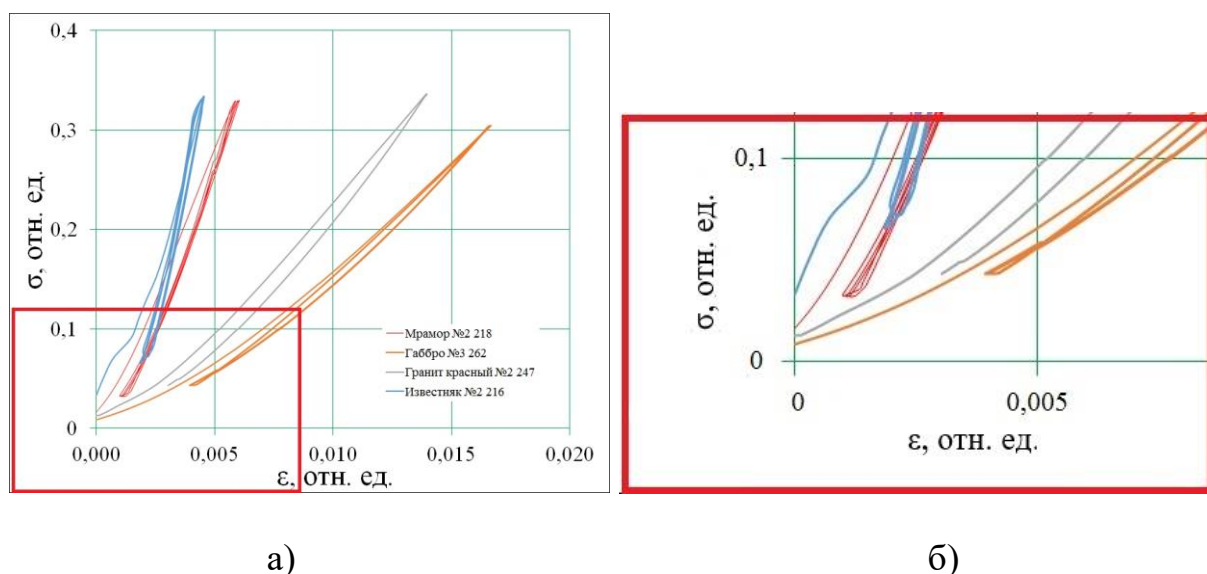


Рисунок 2.8 – Сводные диаграммы деформирования (σ , отн. ед. от ε , отн. ед.) построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005 (а) и и начальная нелинейная область сводных диаграмм деформирования (б).

Результаты произведенных испытаний указывают на разное проявление структурной нелинейности пород различных генотипов, определяемой надмолекулярной внутренней структурой горных пород (дислокациями, микротрещинами, локальными внутренними напряжениями и т.д.) [30, 31]. В принципе, определено, что единообразный процесс формирования петли упругого гистерезиса у различных пород сопровождается этапами изменений структуры. Контролируя параметры гистерезисной нелинейности горных пород, возрастающей при появлении признаков процесса разрушения, можно косвенно оценивать дефектность структуры. Изменения структуры можно проследить с помощью неразрушающих методов исследований.

В процессе испытаний были построены графики зависимости «напряжения–деформация», представленные на рисунке 2.4–2.7, по которым установлены области, где проявляются их нелинейные особенности. В работах [119–121] установлено, что нелинейность на начальном участке графика обусловлена особенностями работы испытательной машины в случае неидеальной формы и состояния граней образца, а также наличием «приоткрытых» трещин в породе. После приложения существенного усилия

на образец практически все такие трещины смыкаются и далее порода ведет себя как сплошное тело. Далее участок диаграммы деформирования разной степени нелинейности для гранита, габбро, мрамора и известняка, в диапазоне которого определяют параметры упругого гистерезиса.

Соответственно микромеханическому подходу, при формировании упругого гистерезиса часть энергии деформирования, распространяясь в образце горной породы, предположительно расходуется на выделение тепла и на создание новой площади поверхности трещины, что приводит к изменению плотности распределения трещин.

В мелкозернистых породах при деформировании наблюдается в основном внутризеренная деформация и рост микротрещин без каких-либо качественных изменений микроструктуры.

В крупнозернистых породах наблюдаются деформации, при которых происходят качественные видоизменения их структуры.

Анализ результатов расчета, представленных в таблице 2.2, показал, что на интервале упруго-пластического деформирования горной породы по мере роста осевого усилия наблюдается снижение величины жесткости, что характеризует влияние осевой нагрузки на процесс деформирования. В части пластического деформирования можно сказать, что рост деформации в горной породе возможен при неизменной осевой нагрузке до момента разрушения.

Площадь петли упругого гистерезиса

При испытании образцов горных пород прежде всего обнаружено, что классический закон Гука применим в незначительных пределах механических нагрузок. При небольших напряжениях кривая нагрузки искривляется, что видно на диаграммах. Приблизительно с самого начала нагрузки проявляются остаточные деформации. Поэтому при разгрузке образца кривая расположена ниже кривой нагрузки. Таким образом, сформировавшаяся петля упругого гистерезиса характеризует количество энергии, которая поглощается геоматериалом за один цикл нагрузки и

разгрузки [122]. Явление гистерезиса важно в условиях знакопеременных нагрузок, при которых из-за внутреннего трения появляются микротрещины, ведущие к ослаблению геоматериала.

Площадь, заключенная на диаграмме $\sigma = \sigma(\epsilon)$ внутри петли гистерезиса, численно равна необратимой удельной энергии (работе) превращающейся при выполнении каждого цикла деформации в тепловую энергию [122]. В свою очередь, при анализе упругих колебаний систем показано, что наличие петли гистерезиса, порожденной внутренним трением, является причиной затухания свободных колебаний и стабилизации величин амплитуд вынужденных колебаний в районе резонанса. При каждом цикле колебания происходит поглощение удельной работы, равной площади, заключенной внутри петли гистерезиса. С этой точки зрения, желая уменьшить эффект колебаний, целесообразно применять в колеблющейся системе материал с большим внутренним трением, обладающей широкой петлей упругого гистерезиса.

Зависимость параметров упругих и акустических свойств образцов горных пород от площади петли упругого гистерезиса может быть сложной и зависит от конкретного материала и условий испытаний. Однако, в общем случае, можно сказать следующее:

1) жёсткость материала: площадь петли упругого гистерезиса может быть связана с модулем упругости материала. Большая площадь петли может указывать на большую потерю энергии при циклическом деформировании материала, что может свидетельствовать о низкой жёсткости материала.

2) демпфирование: площадь петли упругого гистерезиса также может быть связана с уровнем демпфирования материала. Большая площадь петли может указывать на большую потерю энергии в результате внутреннего трения в материале. Это может быть связано с наличием микротрещин, пористостью или другими факторами, которые способствуют диссипации энергии.

3) акустические свойства: петля упругого гистерезиса может также влиять на акустические свойства материала. Например, большая площадь петли может указывать на большую потерю энергии при распространении звука через материал, что может сказываться на его акустической проводимости или аморфности.

Однако, стоит отметить, что площадь петли упругого гистерезиса является только одним из многих параметров, характеризующих упругие и акустические свойства горных пород. Для полного понимания этих свойств необходимо учитывать и другие факторы, такие как плотность, пористость, минеральный состав и т.д.

Площадь петли упругого гистерезиса может использоваться в качестве прогнозного параметра для оценки разрушения образцов горных пород. Большая площадь петли может указывать на большую потерю энергии и, соответственно, на более интенсивное разрушение материала при циклическом нагружении.

Существует несколько способов использования площади петли упругого гистерезиса в качестве прогнозного параметра для разрушения образцов горных пород:

1) критическая площадь петли: определяется определенная площадь петли, при которой происходит значительное разрушение материала. Если площадь петли превышает эту критическую площадь, то можно предположить, что образец горной породы находится на грани разрушения или уже начал разрушаться.

2) сравнение площадей петель: можно сравнивать площади петель упругого гистерезиса различных образцов горных пород. Если площадь петли одного образца значительно больше, чем площадь петли другого образца, то можно предположить, что первый образец более подвержен разрушению.

3) тренд изменения площади петли: Можно анализировать изменение площади петли упругого гистерезиса в зависимости от уровня нагрузки или

числа циклов. Если площадь петли увеличивается с увеличением нагрузки или числа циклов, то это может указывать на увеличение разрушения материала.

Важно отметить, что использование площади петли упругого гистерезиса в качестве прогнозного параметра для разрушения образцов горных пород требует дополнительных исследований и экспериментов для определения соответствующих критических значений и установления корреляций с другими факторами, влияющими на разрушение материала.

Аналитическая зависимость между площадью петли упругого гистерезиса и нелинейными параметрами упругого гистерезиса горных пород различного генотипа и их статическими гистерезисными параметрами может быть сложной и зависит от конкретных характеристик материала.

Однако, существуют некоторые общие тенденции, которые могут быть использованы для описания этой зависимости.

1. Нелинейные параметры упругого гистерезиса:

- модуль упругости (E): площадь петли гистерезиса может быть прямо пропорциональна модулю упругости материала. Чем выше модуль упругости, тем больше площадь петли.

- коэффициент Пуассона (ν): зависимость площади петли от коэффициента Пуассона может быть сложной. В некоторых случаях, увеличение коэффициента Пуассона может привести к увеличению площади петли, в то время как в других случаях может быть обратная зависимость.

2. Статические гистерезисные параметры:

- предел прочности (σ): площадь петли гистерезиса может быть пропорциональна пределу прочности материала. Чем выше предел прочности, тем больше площадь петли.

- коэффициент упругости (k): зависимость площади петли от коэффициента упругости может быть сложной. В некоторых случаях, увеличение коэффициента упругости может привести к увеличению площади петли, в то время как в других случаях может быть обратная зависимость.

Для анализа результатов исследований и расчета петель упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов были определены относительные площади петель (см. таблицу 2.3).

Площадь петли является мерой энергии, потерянной в процессе циклической деформации материала. Относительная площадь петли показывает, насколько большую часть энергии поглощает материал при каждом цикле деформации.

Таблица 2.3 – Значения относительных площадей петель упругого гистерезиса образцов горных пород

№ п.п.	Наименование образца	Относительная площадь
1	Известняк №3 241 (33%)	$2,58 \cdot 10^{-7}$
2	Мрамор №1 239 (10%)	$4,17 \cdot 10^{-7}$
3	Мрамор №2 218 (33%)	$7,87 \cdot 10^{-7}$
4	Гранит серый №5 261 (20%)	$8,46 \cdot 10^{-7}$
5	Габбро №1 221(20%)	$8,88 \cdot 10^{-7}$
6	Габбро №3 262 (33%)	$18,23 \cdot 10^{-7}$
7	Гранит красный №2 247 (33%)	$65,71 \cdot 10^{-7}$

Из полученных данных видно, что образцы с наибольшей площадью петли и относительной площадью – Гранит красный №2. Это говорит о том, что данный образец поглощает больше энергии при каждом цикле деформации по сравнению с другими образцами.

На втором месте по относительной площади петли находится Габбро №3, а на третьем – Мрамор №2. Оба образца также обладают высокой способностью поглощать энергию.

Образцы Известняк №3 и Мрамор №1 имеют наименьшие площади и относительные площади петель, что говорит о их низкой способности поглощать энергию при циклической деформации.

Таким образом, результаты исследований и расчета петель упругого гистерезиса позволяют сделать вывод о различной способности образцов горных пород различных генотипов поглощать энергию при циклической деформации.

Важно отметить, что эти зависимости могут быть различными для различных генотипов горных пород. Конкретные значения параметров и их

взаимосвязь могут быть определены экспериментально или с использованием численных моделей.

Все вышеизложенной дает возможность сформулировать научное положение о том, что относительная площадь петли гистерезиса в координатах «относительная деформация – относительная нагрузка, нормированная к пределу прочности при одноосном сжатии», зависящая от генотипа пород и величины нагрузки и являющаяся мерой потери породой упругой энергии в гистерезисном цикле, пропорциональна величине статического нелинейного гистерезисного параметра.

Выводы

Рассматривая полученные экспериментальные данные определения параметров упругих свойств пород гранита, габбро, известняка и мрамора, можно сделать следующие выводы:

Впервые экспериментально определены параметры упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов.

Обоснован выбор образцов горных пород призматической формы линейными размерами 20x20x40 мм для механических испытаний при реализации методики.

Основываясь на анализе публикаций и результатах экспериментов, в разработанную методику включено применение стандартного метода определения параметров деформационных свойств DIN EN 14580–2005.

Образцы исследуемых пород показали различия в параметрах упругого гистерезиса, наблюдаемые по внешнему виду диаграмм нагружения, обусловленные их генотипом и микроструктурой.

Дальнейшая обработка данных испытаний позволила определить нелинейный параметры упругого гистерезиса в рамках аналитического исследования и моделирования.

3 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД

3.1 Вывод эмпирических зависимостей напряжения от деформации для образцов горных пород

Известно, что оценку напряженно–деформированного состояния конкретных горных пород можно получить эмпирическими методами, которые могут быть весьма затратными по времени и ресурсам. В силу этого широкое применение находят математические модели, основанные как на различных теориях гистерезиса, так и на подборе аппроксимирующих экспериментальные результаты выражений.

Задачей исследования методами математического моделирования упругого гистерезиса образцов горных пород является установление значений и закономерностей изменения параметров упругого гистерезиса в зависимости от генотипов пород, необходимых для расчетов при разработке и эксплуатации систем контроля и мониторинга строения, состояния и поведения горных пород при механическом воздействии.

В связи с этим необходимо адекватно учитывать изменение структуры образцов горных пород до деформирования, в его процессе и в конце. Необходимо также корректно производить оценку зависимости напряжение–деформация с учетом изменений структуры.

Анализ результатов лабораторных экспериментов, проведенных в главе 2, показал, что полученные зависимости напряжений от деформации образцов горных пород в диапазоне упруго–пластических деформаций имеют нелинейный характер и формируют петлю упругого гистерезиса. Таким образом, экспериментальные кривые служат исходными данными для построения математической модели упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов.

Для справедливости применения аналитической модели кривых упругого гистерезиса к исследуемым образцам горной породы была решена прямая задача. Задача состояла в том, что по уже известным экспериментально определенным значениям напряжений и деформаций были рассчитаны коэффициенты зависимости экспериментальных значений напряжений от величин деформаций и нелинейных параметров упругого гистерезиса, построенной на основе обобщенного закона Гука с учетом «классической» нелинейности зависимости $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ [48, 127]:

$$\sigma(\varepsilon) \approx E_{1st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon + \frac{1}{2} E_{2st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon^2 = E_{1st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon \cdot (1 - H_{st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon) \quad (3.1)$$

где σ – напряжение, МПа;

ε – относительная деформация, отн. ед.;

$E_{1st}(\varepsilon_0) = \frac{\partial \sigma(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ – статический модуль Юнга второго порядка, МПа;

$E_{2st}(\varepsilon_0) = \frac{\partial^2 \sigma(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2}$ – статический модуль Юнга третьего порядка, МПа.

Нелинейный статический параметр упругого гистерезиса H_{st} , измеряемый в относительных единицах, определяется следующим отношением (3.2):

$$H_{st} = \frac{-E_{2st}}{2 \cdot E_{1st}} \quad (3.2)$$

Нелинейные параметры уравнения (3.1) – это модули упругости второго и третьего порядков, а также статический нелинейный параметр упругого гистерезиса.

Данные экспериментов по определению деформационных свойств представляют собой базу дискретных точек, сформированную в формате .xls в процессе испытаний, разброс которых не дает возможность построить экспериментальные кривые в виде непрерывных функций. Более того, зависимость напряжения–деформация может иметь вид ступенчатой кривой.

В связи с этим в рамках разрабатываемого метода был предложен расчет модулей упругости, статического нелинейного параметра и

представление результатов обработки экспериментальных данных в программной среде MathCAD, т.е. определения нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород.

На первом этапе расчета задаются экспериментальные данные напряжений и деформаций в виде векторов значений. Для каждой породы значения напряжений и деформаций, соответственно, разные.

В рамках разрабатываемого метода важным является определение относительных величин напряжений (нормированных на предел прочности образцов горных пород при одноосном сжатии). Заметим, что напряжения при сжатии имеют положительные значения.

На втором этапе относительные значения напряжений и деформаций приводились к виду вектора–функции второй степени приближения. При этом гистерезисная петля разбивалась на 2 кривые: нагрузки и разгрузки. Далее каждая кривая была аппроксимирована наилучшим образом с помощью функции «linfit» (MathCAD) полиномом второй степени (3.1).

По экспериментальным зависимостям на основе полиномиальных моделей 2–ого порядка были рассчитаны статические нелинейные параметры упругого гистерезиса образцов горных пород, значения которых приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Параметры моделей упругого гистерезиса

Наименование образца породы	Значения нелинейных параметров			
	E_{1st} , ГПа	E_{2st} , ГПа	R^2	H_{st} , отн.ед.
Гранит красный №2 247	2,98	192,43	0,99	–32,31
Габбро №1 221	2,66	223,05	0,99	–41,85
Габбро №1 220	2,45	273,84	0,99	–55,78
Гранит серый №5 261	0,91	137,06	1	–75,12
Мрамор №2 217	1,79	286,54	0,99	–80,18
Известняк №3 241	8,42	339,97	0,99	–201,82
Известняк №2 216	7,63	400,44	0,99	–262,39

На рисунке 3.1 представлены экспериментальные данные и их аппроксимация. При этом красным цветом показаны кривые, представляющие экспериментальные данные (последний цикл нагрузка–

разгрузка), а синим цветом – результат их аппроксимации в результате обработки данных. В достаточной степени хорошее совпадение этих графиков делает возможным дифференцировать аппроксимирующие полиномы, которые непрерывны вместе со своими производными по всей кривой, исключая точки соединения. Дифференцирование позволяет определить модули упругости 2–ого и 3–его порядков и, в конечном итоге, статический нелинейный параметр.

Так как статистической обработке и аппроксимации поддаются массивы дискретных точек, то по ним можно анализировать зависимости напряжение от деформации $\sigma(\varepsilon)$, модуль упругости первого порядка от деформации $E_{1st}(\varepsilon)$, модуль упругости второго порядка от деформации $E_{2st}(\varepsilon)$ и нелинейный статический гистерезисный параметр $H_{st}(\varepsilon)$.

Соответственно, у этих зависимостей есть исходные значения, в частности, нелинейного параметра упругого гистерезиса H_{st} , которые зависят от наличия дефектов и их плотности, зернистости и состояния межзеренного пространства, т.е. начального механического состояния.

Таким образом, нелинейный статический гистерезисный параметр H_{st} характеризует соотношение между модулями упругости второго и третьего порядка: чем оно больше, тем петля упругого гистерезиса шире, что обуславливает дефектность структуры горных пород.

Таким образом, на основе результатов расчетов нелинейных параметров можно заметить, что каждой породе соответствует свой диапазон значений этих параметров. Особенно выражена градация пород по нелинейному статическому нелинейному гистерезисному параметру H_{st} , большим по модулю значением обладают породы с меньшим значением предела прочности, и наоборот.

Из данных, приведенных в таблице 3.1, видно, что упругий гистерезис пород различных генотипов имеет свои особенности, о чем свидетельствует набор коэффициентов математической модели упругого гистерезиса [118, 117].

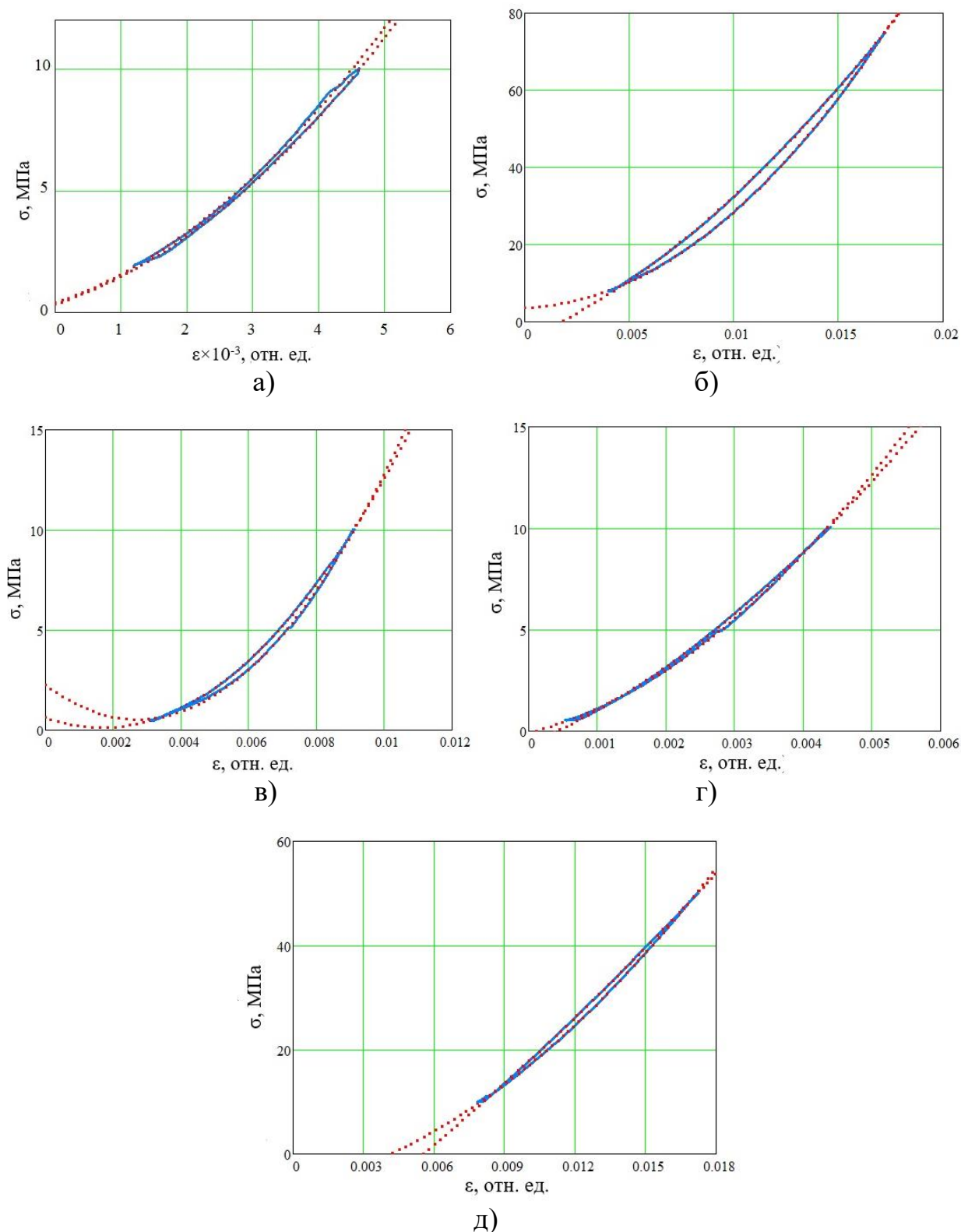


Рисунок 3.1 – Экспериментальная (красная сплошная) и расчетная (синяя пунктирная) петли упругого гистерезиса: а) образца габбро №1 221; б) образца гранита красного №2 241; в) образца мрамора №2 217; г) образца известняка №2 216; д) образца гранита серого №5 261

Представленные на графиках кривые показывают, что при повороте на разгрузку упругие деформации больше, чем при нагружении, что

соответствует явлению гистерезиса. Как видно из рис. 2.4 – 2.7 петля гистерезиса на первом цикле испытания не замыкается, это означает, что циклическая нагрузка–разгрузка создает некоторые остаточные деформации в образце горной породы. Также следует отметить, что последующие петли будут тесно расположены в одном месте, становятся почти линейными, что свидетельствует об устоявшемся напряженно–деформированном состоянии образца. В данном состоянии физически корректно определять параметры упругих свойств образца горной породы, и также проводить аналитическое исследование на основе экспериментальных данных [116].

Проведенный анализ нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород показал, что эти параметры у образцов мрамора и габбро, которые имеют практически однородную бездефектную кристаллическую мелкозернистую структуру, отличаются от параметров образцов гранита, имеющего специфическую гранитную среднезернистую кристаллическую структуру, и известняка, имеющего кристаллическую пористую структуру. Это позволяет сделать предположение, что нелинейные параметры значительно обусловлены структурной нелинейностью. Также это может свидетельствовать о том, что статические процессы в практически структурно однородном геоматериале немного отличаются от динамических.

Экспериментальные результаты исследования упругого гистерезиса показывают, что ширина гистерезисной петли зависит от степени структурной неоднородности. Наиболее явный гистерезис демонстрируют известняк и гранит. Неоднозначность зависимости $\sigma(\epsilon)$ гранита связана с зернистостью, межзерненным пространством и микротрещиноватостью.

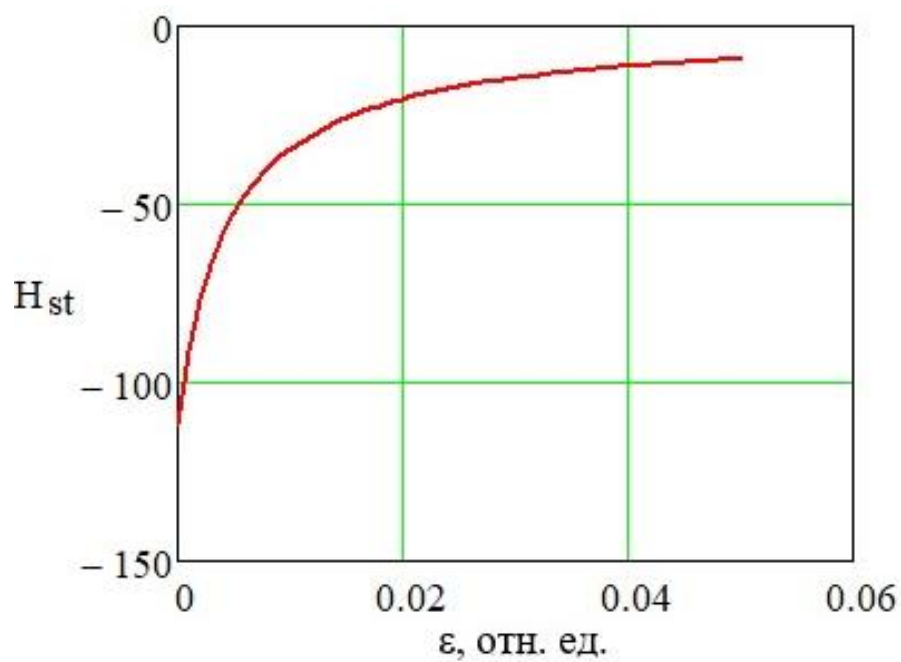
Образцы с наиболее неоднородной структурой имеют существенное различие величин соответствующих нелинейных параметров. Данный факт позволяет предположить, что нелинейные параметры таких образцов значительно зависят от исходного состояния пород, в том числе от генотипа.

Максимальным уровнем гистерезисной нелинейности обладает образец гранита. Также, возможно в образце существовали микротрещины,

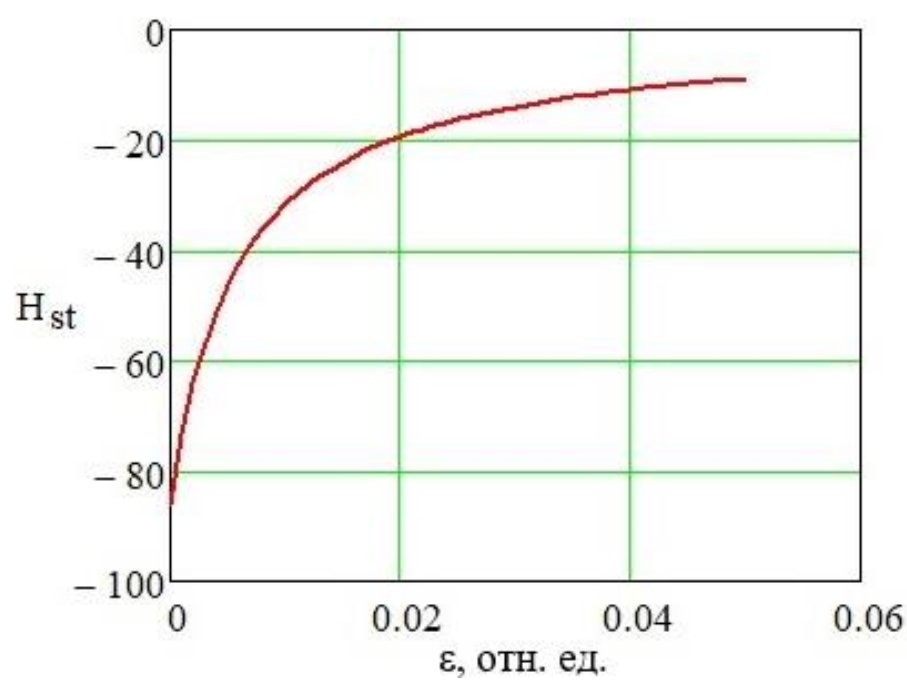
повышающие концентрацию микродефектов в структуре образца, что приводит к более высоким структурным нелинейностям. Например, в работе [63] объяснены высокие значения статического нелинейного параметра таких микронеоднородных сред, как горные породы, наличием в них составляющих элементов с явно отличающимися параметрами упругих свойств, учитывая при этом дефекты типа межзеренных границ и микротрещин, более мягкими по сравнению с бездефектными «жесткими» зёрнами.

3.2 Нелинейный статический гистерезисный параметр

На рисунках 3.2 – 3.6 для образцов исследуемых типов пород представлены зависимости статического гистерезисного нелинейного параметра H_{st} в относительных единицах, определенного по формуле (3.2) на основе экспериментальных зависимостей $\sigma(\epsilon)$, от текущей деформации ϵ .



а)



б)

Рисунок 3.2 – Зависимость статического гистерезисного параметра H_{st} от относительной деформации ϵ : а) образец габбро №1 220; б) образец габбро №1 221

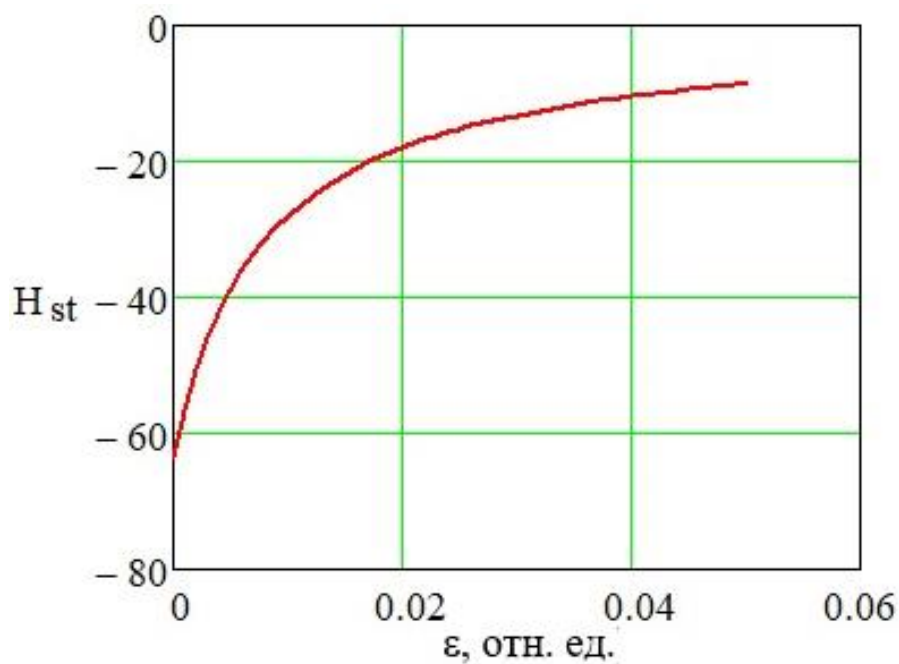
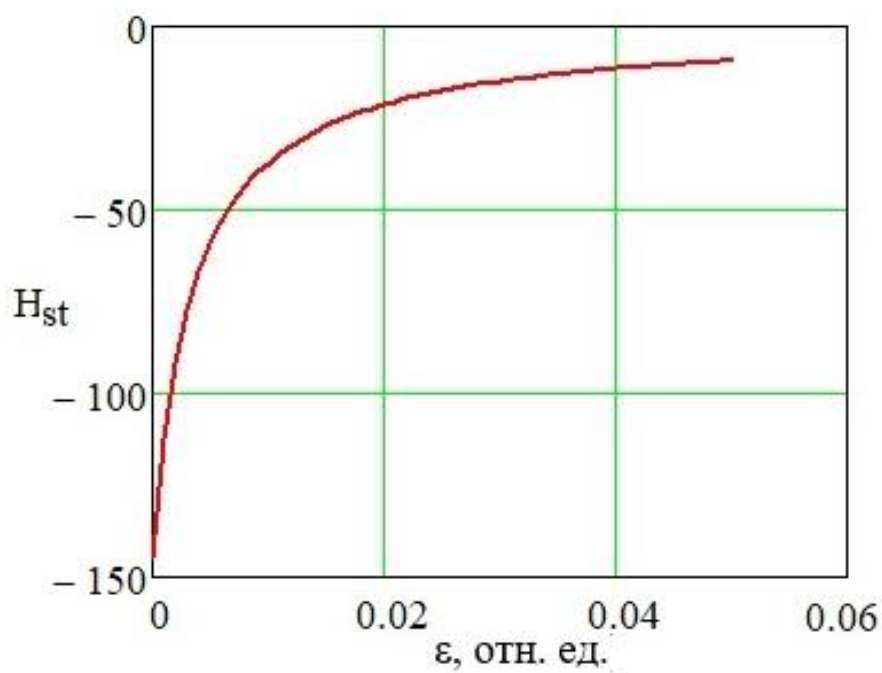


Рисунок 3.3 – Зависимость статического гистерезисного параметра H_{st} от относительной деформации ε : образец гранита красного №2 247



б)

Рисунок 3.4 – Зависимость статического гистерезисного параметра H_{st} от относительной деформации ε : образец гранита серого №5 261

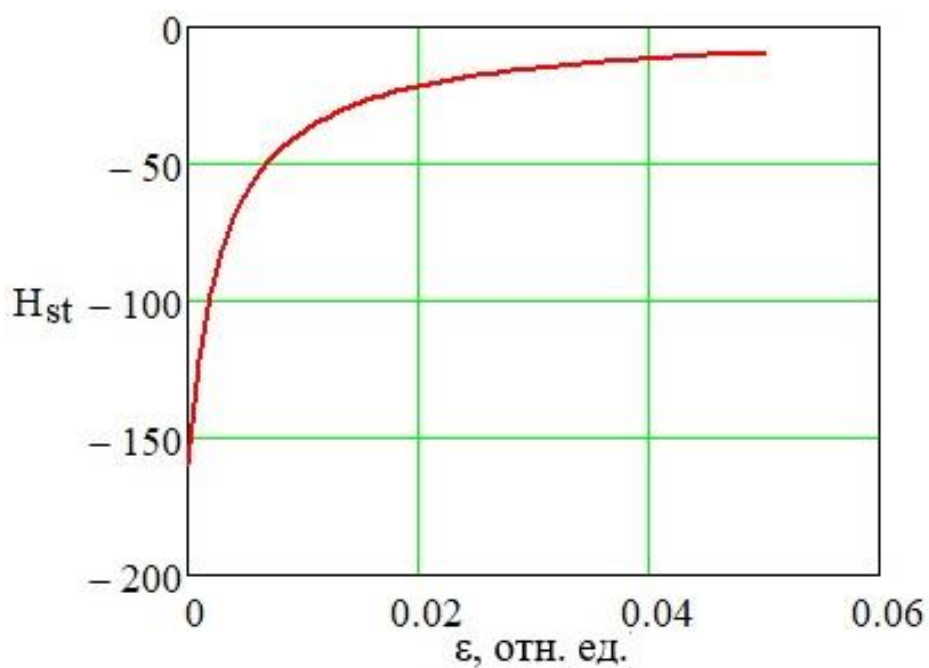
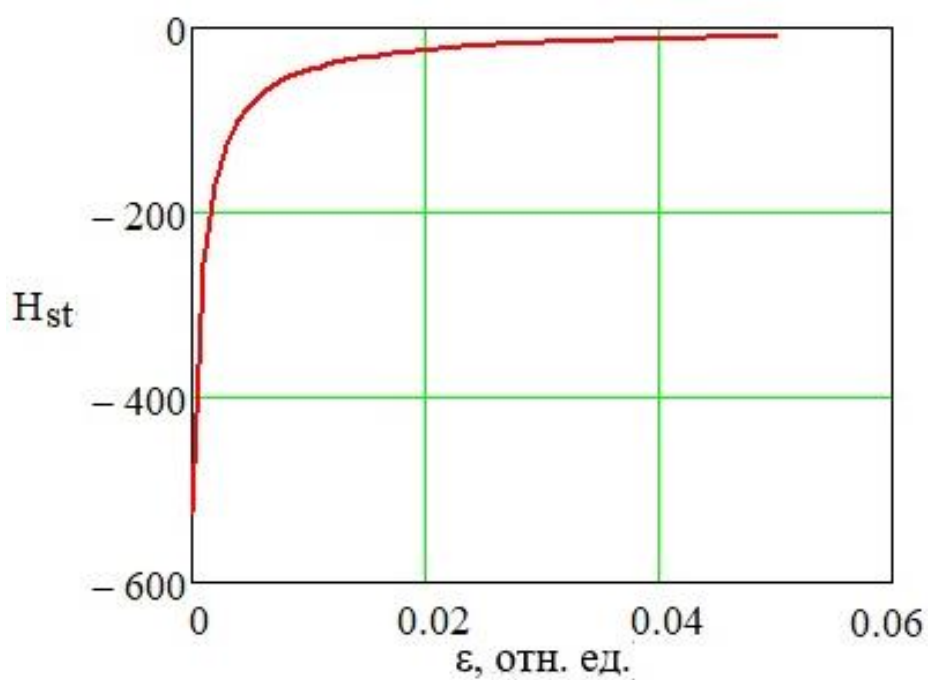


Рисунок 3.5 – Зависимость статического гистерезисного параметра H_{st} от относительной деформации ε : образец мрамора №2 217



е)

Рисунок 3.6– Зависимость статического гистерезисного параметра H_{st} от относительной деформации ε : образец известняка №2 216

На сводном рисунке 3.7 приведены зависимости $H_{st}(\epsilon)$ для типов пород для анализа различий свойства упругого гистерезиса для различных генотипов.

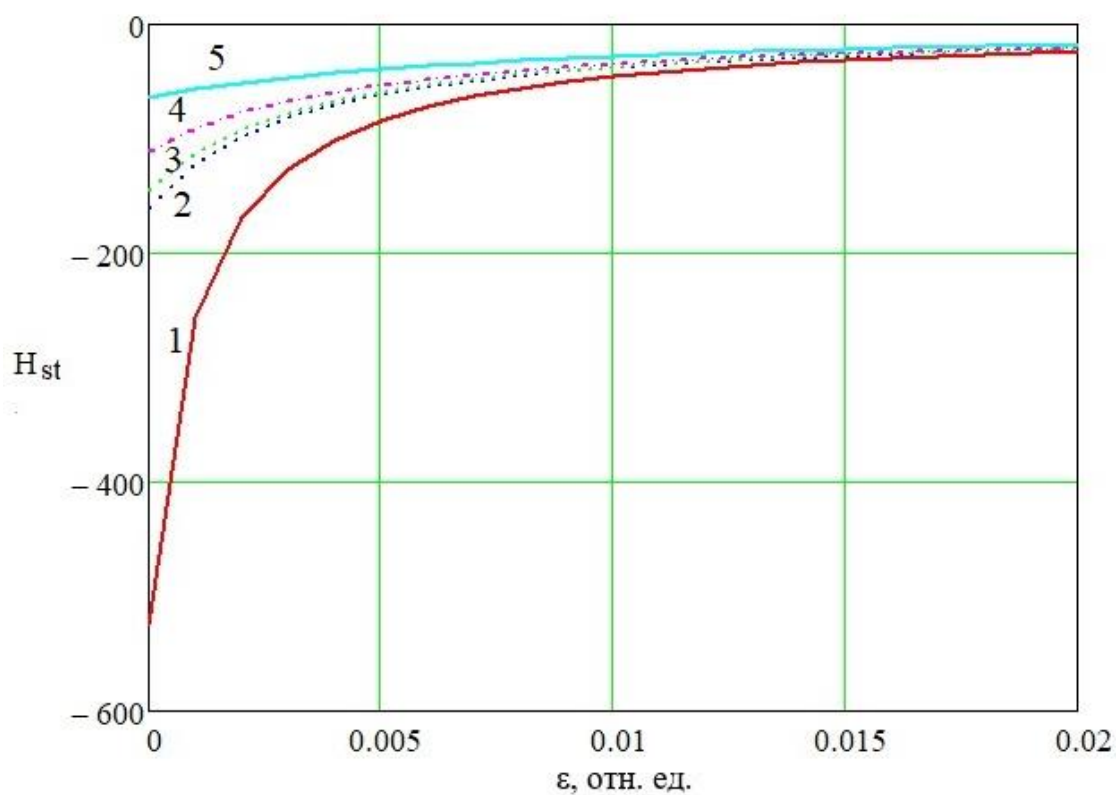


Рисунок 3.7 – Зависимости статического гистерезисного параметра $H_{st}(\epsilon)$ исследуемых типов пород: 1 - известняк; 2 - мрамор; 3 - гранит (серый); 4 - габбро; 5 - гранит (красный)

Следует отметить, что изменение $H_{st}(\epsilon)$ для исследуемых генотипов пород неодинаково. Наименьший рост нелинейности – в твердых образцах гранита, габбро, которые обладают большей прочностью. Мягкий известняк имеет меньшее сопротивление деформации, и в результате приложения нагрузки возникает повышенная деформация по сравнению с магматическими породами. В связи с этим в области малых деформаций увеличение статического нелинейного параметра происходит более интенсивно для мягких пород. Значительные изменения H_{st} на начальных стадиях у известняка могут являться триггерами предстоящих некоторых качественных перестроек внутренней микроструктуры.

Если обратить внимание на начальный участок графиков на рисунке 3.7, то можно отметить характерные разные значения статических гистерезисных нелинейных параметров $H_{st}(0)$ для каждого типа пород. Так как исследуемый параметр однозначно зависит от деформации ε , то его можно считать мерой упругих свойств, как уже было описано выше. С увеличением деформации, данный параметр менее информативен, так его значение становится почти одинаковым для всех представленных пород, что в этих значениях деформаций предполагает характеристику породы в состоянии разрушения.

Таким образом, статический нелинейный параметр H_{st} является параметром – практически определяющим нелинейность именно упругих свойств образцов горных пород.

Также можно предположить, что, сопоставив результаты интроскопических исследований образцов пород различных генотипов и исследований их упругих свойств, основанных на изменении внутренней микроструктуры, есть корреляция этих результатов с прочностными характеристиками геоматериалов. Большие значения (по модулю) статического нелинейного параметра H_{st} имеют породы с меньшими значениями предела прочности на одноосное сжатие, т.е. данный параметр может применяться в качестве критерия прочности образцов. Впоследствии, H_{st} может использоваться в качестве параметра контроля напряженно-деформированного состояния горных пород на основе лабораторных испытаний.

Все вышеизложенные дает сформулировать научное положение от том, что аналитическое описание кривой разгрузки $\sigma(\varepsilon)$ петли гистерезиса, полученное статистической обработкой экспериментальных результатов механических испытаний образцов горных пород, отличается свойственным каждому их генотипу набором коэффициентов аппроксимирующего полинома.

3.3 Математическая модель упругой гистерезисной неоднородной среды Прейсаха–Майергойца

Применяя для аналитических исследований нелинейные уравнения упругости «классической» теории нелинейности [42] условно возможно описать гистерезис, который преобладает в упругом отклике большинства горных пород и подобных физических сред [114]. Поэтому, на основе исследований смоделирована система упругих элементов, которая гистерезисно реагирует на напряжения в горной породе [123].

Используя формулы (1.12-1.15), рассчитаем матрицу значений $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ [113]. В среде MathCAD, были произведены расчеты и построены графические иллюстрации на основе экспериментальных данных $\sigma(\epsilon)$. Весь диапазон значений для каждого образца горной породы был разбит на 45 интервалов, с различным шагом напряжения. Коэффициент ослабления, используемый «методом экспоненциального ослабления», был взят для каждой породы свой, значения которых приведены в таблице 3.2.

Экспериментальные данные для обработки и моделирования были получены в процессе проведения механических испытаний путем записи данных в файл формата «.xls» с помощью программы, управляющей испытательной машиной. Далее данные для последнего третьего цикла были загружены в MathCAD. Из данных были сформированы векторы значений напряжений и деформаций при нагрузке и разгрузке, каждому напряжению соответствует своя деформация. Далее напряжения при нагрузке и разгрузке были разделены на 45 равных интервалов, соответственно были получены одинаковые значения напряжений как при нагрузке, так и при разгрузке. Также были получены при каждом значении напряжений соответствующие деформации при нагрузке и разгрузке, по разнице которых определяется ширина раскрытия петли упругого гистерезиса образцов и, в целом, степень гистерезисной нелинейности геоматериалов. Также степень гистерезисности была определена шириной раскрытия петли гистерезиса по оси напряжений,

значения которых и были использованы для определения плотности гистеронов по формуле (1.12) в пространстве Прейсаха–Майергойца [114].

Матрица значений плотности гистеронов формируется при условии, что изменение напряжения для каждого столбца и каждой строки постоянно: $\Delta\sigma = \text{const}$. Далее необходимо знать изменение деформации при изменении напряжения на постоянную величину для ветви нагрузки и ветви разгрузки соответствующей петли гистерезиса.

Весь диапазон значений напряжений для каждого образца горной породы был разбит на 45 интервалов равных $\Delta\sigma_c$, МПа при нагрузке и на 45 интервалов равных $\Delta\sigma_o$, МПа при разгрузке

$$\Delta\sigma_c = \frac{\sigma_{c\max} - \sigma_{c\min}}{N}, \quad (3.3),$$

$$\Delta\sigma_o = \frac{\sigma_{o\max} - \sigma_{o\min}}{N}, \quad (3.4),$$

где $\sigma_{c\max}$, МПа и $\sigma_{c\min}$, МПа – максимальное и минимальное значение напряжения на кривой нагружения;

$\sigma_{o\max}$, МПа и $\sigma_{o\min}$, МПа – максимальное и минимальное значение напряжения на кривой разгрузки;

$N=45$ – количество интервалов.

Таким образом ПМ–пространство представлял собой набор ячеек площадью $\Delta\sigma \times \Delta\sigma$ с различным шагом напряжения.

Затем были сформированы с помощью стандартного программного блока в MathCAD треугольные матрицы, по значениям которых были построены лоскутные графики, представляющие из себя ПМ–пространство

В ПМ–модели принято оценивать распределение упругих элементов по напряжениям в пространстве $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$, т.е. каждому упругому элементу соответствуют точки с координатами (σ_o, σ_c) в этом пространстве (рис. 3.8) под диагональю. Точки пространства, где $\sigma_o = \sigma_c$, представляют собой на графическом изображении диагональ, т.е. упругие элементы открыты и

закрываются при одном и том же напряжении и не демонстрируют гистерезисное поведение [48,114].

В соответствии с моделью Прейсаха–Майергойца были построены с использованием матричного подхода плотности распределения гистеронов в ПМ-пространстве для пород различных генотипов, представленные на рис. 3.8. Из этого рисунка также видно, что каждый генотип пород обладает своим видом плотности распределения гистеронов в ПМ-пространстве [114].

На графическом представлении ПМ-пространства мрамора можно увидеть, что плотность гистеронов больше вблизи диагонали, что означает незначительное отличие напряжений разгрузки σ_0 гистерезисных элементов мрамора от напряжения при нагрузке σ_c . В целом плотность гистеронов больше при напряжениях, соответствующих величине меньше 20 МПа, выше этого значения кривые нагрузки и разгрузки смыкаются и гистерезис не наблюдается. Ту же самую ситуацию можно наблюдать для образца известняка, что подтверждает схожесть упругого гистерезиса для однотипных по генезису пород известняка и мрамора [114].

Скальные породы отличаются более высокими параметрами упругого гистерезиса [69, 124] и меньшей степенью гистерезисности, так как в процессе деформирования трещины смыкаются быстрее, в отличие от пластичных пород.

ПМ-модель обосновывает наличие начальных гистерезисных элементов – трещин, которые в процессе нагрузки смыкаются и плотность по объему уменьшается.

Из рисунка 3.8 также видно, что каждый генотип пород обладает своим видом распределения гистеронов в ПМ-пространстве [114].

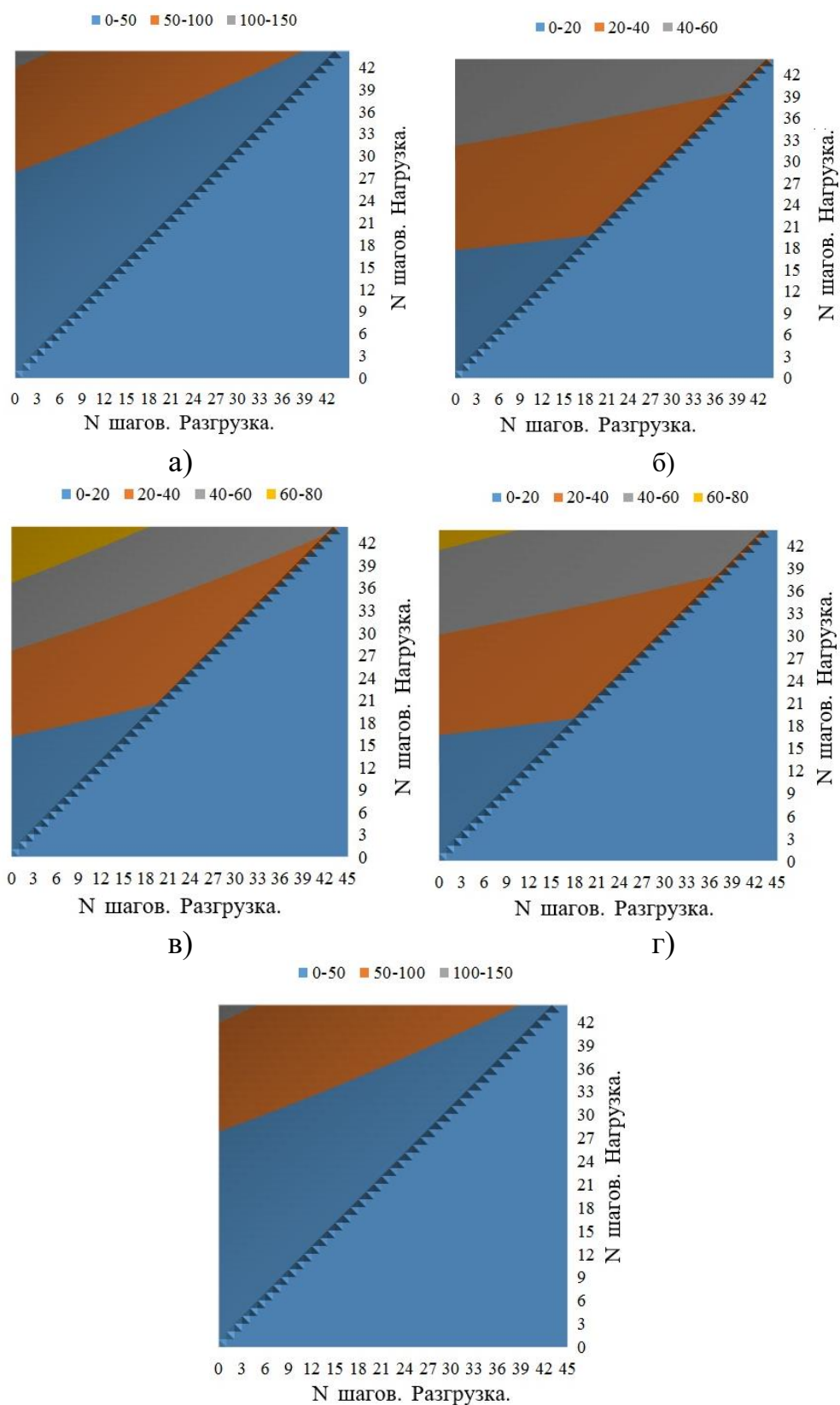


Рисунок 3.8 – Плотность распределения гистерезисов в ПМ–пространстве по напряжениям нагрузки σ_s , МПа и разгрузки σ_o , МПа образцов: а) – гранит красный №2 247, $\sigma_{тах} = 75$ МПа; б) – мрамор №2 218, $\sigma_{тах} = 30$ МПа; в) – габбро №3 262, $\sigma_{тах} = 70$ МПа, г) – известняк №3 241, $\sigma_{тах} = 30$ МПа; д) гранит серый №5 261, $\sigma_{тах} = 50$ МПа

Для исследованных образцов общее количество гистеронов в единице объема образца составляет порядка 10^7 – 10^8 . В ПМ–пространстве (см. рис. 3.8) можно увидеть, что плотность гистеронов больше вдали от диагонали и при максимальных напряжениях, что означает значительное отличие напряжений разгрузки σ_o от напряжений при нагрузке σ_c .

Таким образом, ПМ–модель, основанная на простой статистической системе гистерезисных частиц, позволяет качественно и количественно оценивать нелинейное упругое поведение такой иерархически сложного по структуре материала, как горная порода [114].

Все вышеизложенное приводит к следующему научному положению о том, что моделирование в пространстве Прейсаха–Майергойца (ПМ) позволило установить, что нелинейные параметры упругого гистерезиса зависят от плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве: чем выше плотность гистеронов, тем меньше величина статического модуля упругости образца при одной и той же деформации и тем больше нелинейный статический параметр упругого гистерезиса, что подтверждается различными картинками распределения плотности гистеронов в ПМ–пространстве для пород различных генотипов.

3.4 Верификация применения ПМ–модели к образцам горных пород и обоснование выбора величины коэффициента ослабления α

Проверка справедливости построения модели Прейсаха–Майергойца для образцов горных пород основана на решении прямой задачи – по известной функции плотности гистеронов $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ был произведен расчет статических модулей второго порядка E_{st2} . Определение E_{st2} проводилось с помощью специально разработанного алгоритма в среде MathCAD. Если есть матрица значений $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ для каждого значения i , то можно вычислить модули упругости при нагрузке $E_{st,c}$ и при разгрузке $E_{st,o}$ по формуле:

$$E_{st,o}^{-1}(i) = K \cdot \sum_{n=0}^i \rho(i, n) \quad (3.5),$$

где K – коэффициент пропорциональности, определяемый шагом по напряжению, разностью длин гистеронов в открытом и закрытом состоянии, нормировкой функции плотности распределения и т.п.

На рисунке 3.9 точки показаны значения модуля упругости образцов горных пород, рассчитанные по экспериментальным данным $\sigma(\varepsilon)$ для образцов горных пород по формуле (3.1). Сплошная линия показывает значения модуля упругости, рассчитанные по формуле (3.5).

По графикам можно сделать вывод о том, что соответствие рассчитанных и экспериментальных зависимостей $E_{st,o}(\sigma_o)$ удовлетворительное.

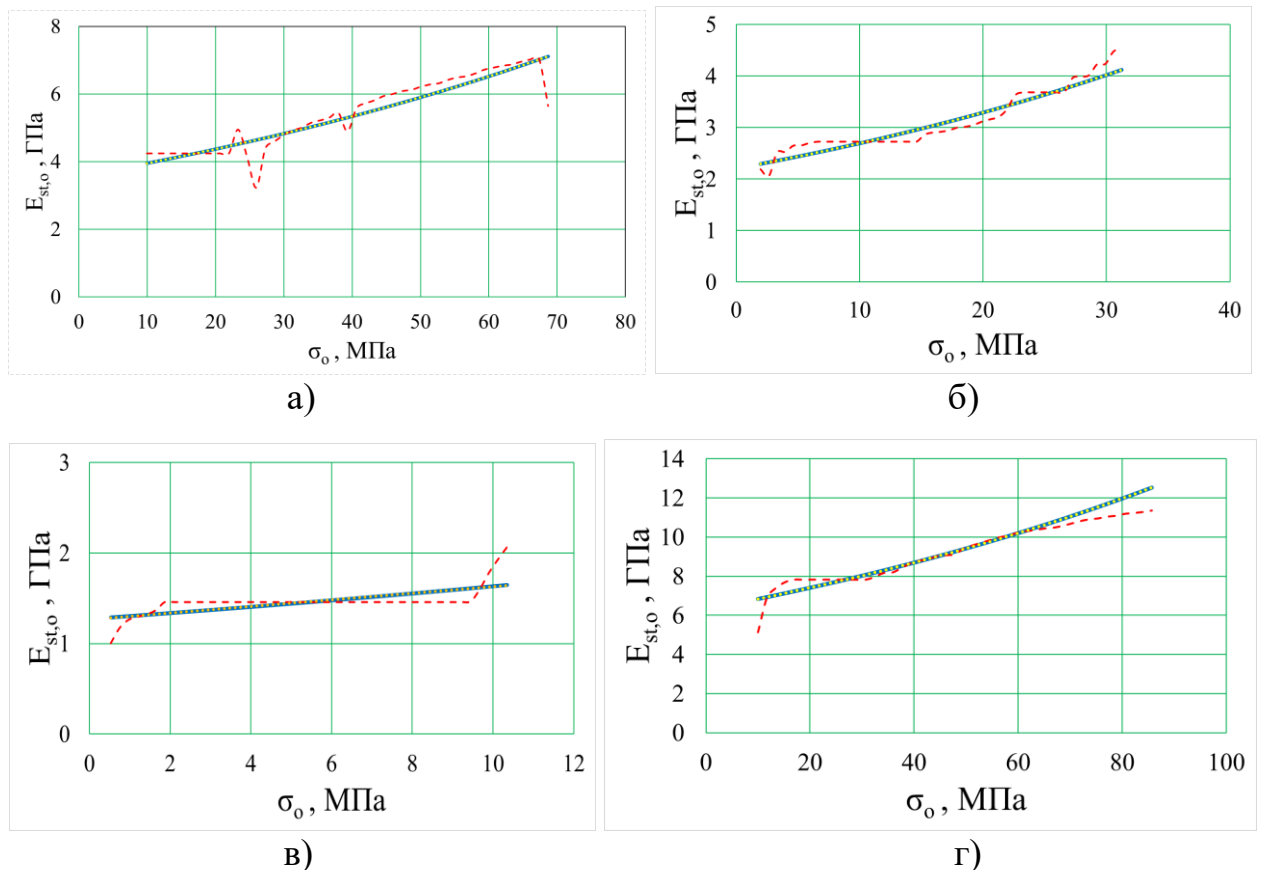


Рисунок 3.9 – Зависимость статического модуля упругости от напряжения при разгрузке: а) образца габбро №3 262; б) образца мрамора №2 218; в) образца известняка №3 241; г) образца гранита (красного) №2 247.

Экспериментальная кривая показана сплошной линией; аппроксимация экспериментальной кривой показана точками; расчетная кривая по функции $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ показана штриховой линией

Соответствующие коэффициенты α , называемые коэффициентом ослабления, и значения K в выражении (3.5), представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Коэффициенты ослабления α и пропорциональности K для образцов горных пород

№ п.п.	Наименование образца	α	K
1.	Габбро №3 262	0,01	120
2.	Мрамор №2 218	0,02	66
3.	Известняк №3 241	0,025	31,5
4.	Гранит (красный) №2 247	0,008	190

Для исследованных образцов общее количество гистеронов в единице объема образца составляет порядка 10^7 – 10^8 .

Таким образом, математическая модель ПМ–модель с помощью статистического ансамбля гистеронов удовлетворительно и с хорошей достоверностью представляет упругий гистерезис образцов горных пород, имеющих многоуровневую внутреннюю структуру.

3.5 Микромеханическая модель деформирования

Существуют механизмы на микроуровне, количественно смоделированные, объясняющие нелинейность кривых деформирования горных пород при нагрузках, в том числе циклических. Ключевые идеи заключаются в том, что нелинейность упругих свойств связана с распространением трещин между зёрнами (вдоль слабых поверхностей), и их гистерезис обусловлен шероховатостью трещин, которая препятствует обратному смещению трещины при разгрузке образца горных пород. Для образцов горной породы характерно развитие трещин благодаря устойчивому росту микротрещин, ориентированных наиболее перспективно: перпендикулярно направлению нагрузки. При анализе нелинейных особенностей процессов деформирования образцов горных пород можно обратить внимание на эффекты, связанные с раскрытием и закрытием трещин, которые уже присутствуют в породе или формируются в процессе нагружения [116].

Соответственно микромеханическому подходу [119] в условиях упругого гистерезиса часть энергии, накопленной во время деформирования, распространяется в геоматериале. Предположено, что эта энергия расходуется для создания новой площади поверхности трещины, что приводит к изменению плотности трещины [116].

В главе 2 на рисунках 2.4 – 2.7 видно, что наблюдается нелинейная особенность на начальных участках деформирования, здесь кривые сформированы более пологими, чем в остальных частях диаграммы. Этот участок на типичных диаграммах деформирования называется – областью закрытия структурных дефектов [125]. Как было отмечено в [81], что на нелинейность этого участка влияют факторы: метод и установка для испытаний; подготовка образцов; особенности микроструктуры образца горной породы. Таким образом, нарушения микроструктуры в виде микротрещин смыкаются, и далее образец деформируется как сплошное тело, начинается квазилинейный участок [116].

При сжатии жесткость геоматериала непрерывно увеличивается во время нагрузки и постепенно уменьшается во время разгрузки. Изменение степени нелинейности кривых диаграммы деформирования при одноосном сжатии между нагрузкой и разгрузкой в том числе связано с ростом трещин при нагрузке, и их закрытии (схлопывании) при разгрузке. Кроме того, этому изменению могут способствовать несовпадающие грани трещин [116]. Как продемонстрировано в работе [126], несоответствие связано с шероховатостью поверхностей трещины, которая предотвращает полное обратное скольжение по трещине. Следует также отметить, что даже при одноосном сжатии есть вероятность скольжения, поскольку трещины имеют сложную неплоскую геометрию, а некоторые ветви зигзагообразных трещин могут испытывать локальные условия сжатия. Поэтому, скольжение берегов трещины способствует этому изменению [116].

Для сопоставления деформационных характеристик горных пород, получаемых статическим и динамическим методами, необходимо определить

из чего складывается полная деформация. На процесс деформирования главным образом влияют вязкоупругость и микропластичность.

Далее, используя исходные экспериментальные данные и подход моделирования кривой НДС с помощью параметра R – «обобщенной» плотности трещин в материале, нужно решить задачу, которая сводится к определению зависимости $\Delta R = \Delta R(\varepsilon)$ согласно [119], где « Δ » относится к приращению плотности микротрещин (по сравнению с ее ранее существовавшим уровнем) [116].

Нелинейность зависимости напряжение-деформация сопровождается стабильным ростом трещин. Под нагрузкой происходит снижение модуля упругости с увеличением плотности микротрещин.

В случае механизма деформирования при условии одноосного сжатия образцов для моделирования интересен параметр – модуль Юнга.

Заметим, что для построения зависимости $E=E(\varepsilon)$ необходим параметр ΔR , на самом деле не требующий геометрического определения, необходима лишь его зависимость от приложенной деформации (формула 3.6).

$$E \approx E_0 e^{-D_0 \Delta R}, \quad (3.6),$$

где $D_0 = -(16/45)(1 - \nu_0^2)(10 - 3\nu_0)/(2 - \nu_0)$

Представленная экспоненциальная зависимость (формула 3.6) была выбрана, чтобы соответствовать зависимости, которую представляет экспериментальная кривая. Степенной параметр экспоненциальной функции, зависящий от структуры и зернистости, был подобран специально с учетом наилучшего этого соответствия. На рисунке 3.6 представлены графические зависимости прироста «обобщенной» плотности трещин для исследуемых в работе генотипов пород. Экспоненциальный характер функции отражает характерное поведение образца горной породы в области упруго – пластических деформаций кривой:

$$\Delta R = e^{a\varepsilon^2} - 1 \quad (3.7),$$

где α - коэффициент, наилучшим образом соответствующий экспериментальным кривым для образцов каждой породы, значения которого представлены в таблице 3.2 [116].

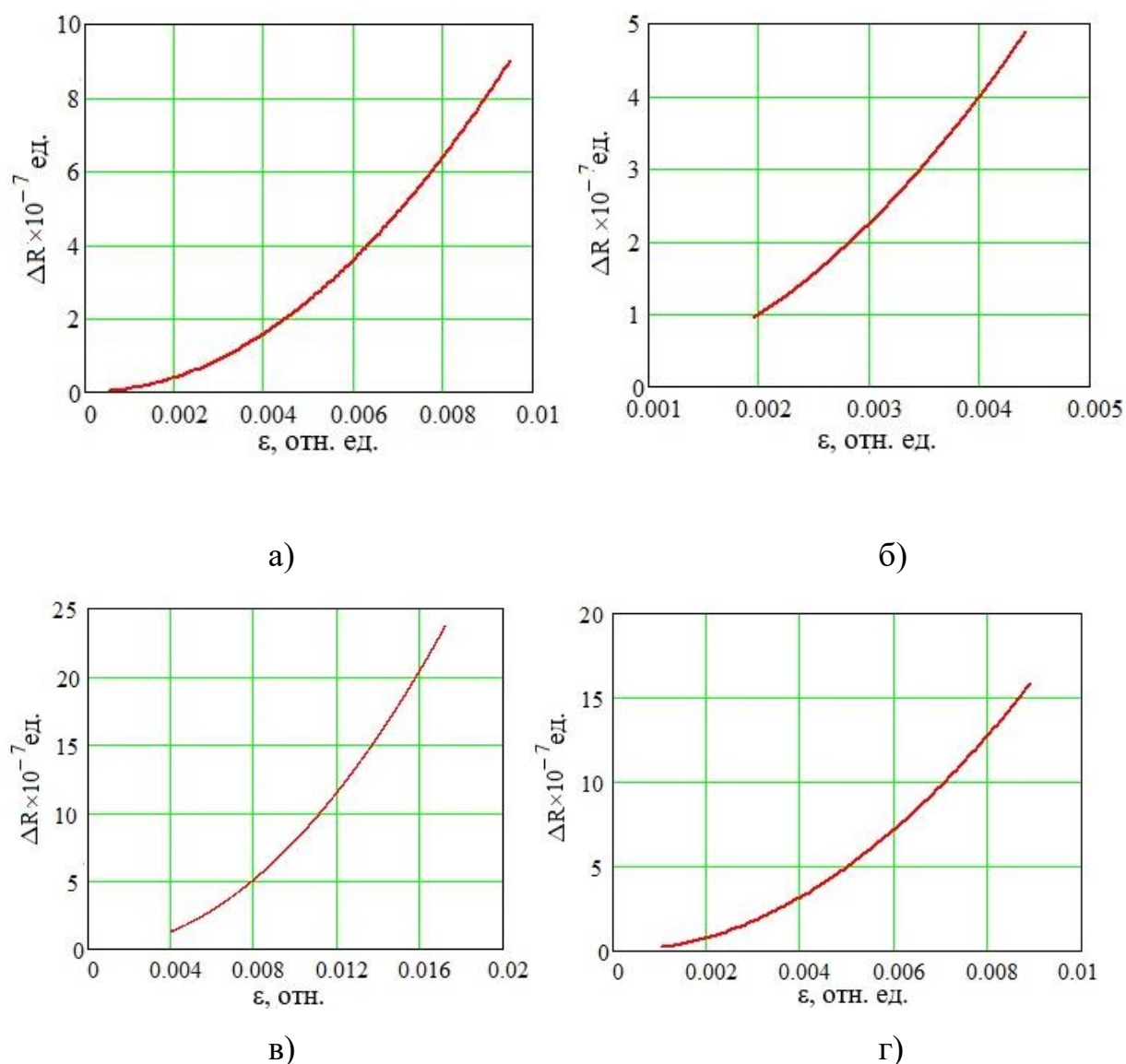


Рисунок 3.10 – Изменение прироста «обобщенной» плотности трещин ΔR : а) образца габбро; б) образца известняка; в) образца гранита; г) образца мрамора.

Из графиков видно, что приросты «обобщенной» плотности для известняка и мрамора ближе по значению, также как и для габбро и гранита. Соответственно, можно сделать вывод от том, что это параметр можно применять для оценки микротрещиноватости, а вследствие, и гистерезисности геоматериалов в зависимости от их генотипа.

Микромеханическая модель «обобщенной» плотности трещин применима к циклическому нагружению образца горной породы, предполагая увеличение плотности трещин при нагрузке и квазилинейную упруго–пластическую разгрузку, т.е. в условиях упругого гистерезиса для образцов горных пород. Таким образом, следует выделить некоторые особенности кривых напряжение–деформация, построенных по результатам механических испытаний.

Кривая нагрузки первого цикла отличается, заметной нелинейностью. При повороте на разгрузку наклон кривой значительно увеличивается, соответственно, модуль упругости увеличивается. При значении напряжения, равном 2% от предела прочности при одноосном сжатии, в процессе разгрузки сохраняется остаточная деформация, что свидетельствует о явном гистерезисе..

Следующие циклы сохраняют устоявшуюся по размерам петлю гистерезиса с квазилинейными кривыми нагрузки и разгрузки. Диапазон значений напряжений не меняется в течении всех трех циклов нагружения в процессе наблюдения гистерезисных явлений.

Нелинейные особенности согласно работе [119], которые относятся к первому циклу нагрузки, объясняются уменьшением модуля упругости, фактически уменьшением жесткости образца, ввиду увеличения количества и роста микротрещин. Деформационное поведение при разгрузке обосновано шероховатостью берегов микротрещин. Берега микротрещин, «цепляясь» друг за друга, предотвращают смещения в образце, что приводит к более «жесткому» отклику, гистерезису и вследствие к остаточной деформации.

По результатам испытаний образцов горных пород, изначально явно неоднородных по структуре, можно сделать вывод о том, что было, соответственно, увеличение упругой нелинейности в образце, которая привела к существенному уменьшению упругих характеристик.

Исследования образцов горных пород также показывают, что границы упругой области деформаций были пересечены, что подтверждается

меньшим значением модуля упругости и более нелинейной кривой графика $\sigma(\varepsilon)$.

Рекомендации по применению микромеханической модели и результатов анализа в практической деятельности могут включать следующие:

- использование модели для прогнозирования поведения геоматериалов при наличии трещин и определения оптимальных параметров для предотвращения разрушения;

- внедрение модели в инженерные расчеты и проектирование, чтобы учесть влияние трещин и гистерезиса на надежность и долговечность конструкций.

Выводы

Анализ результаты расчетов и моделирования гистерезисной нелинейности образцов горных пород при одноосном напряженном состоянии привел к следующим результатам:

Получена аналитическая модель, которая включает в себя модули упругости и нелинейный статический гистерезисный параметр. Модель однозначно описывает гистерезис пород одного генотипа.

Реализована в программной среде MathCAD теоретическая модель Прейсаха–Майергойца в целях оценки гистерезисной нелинейности горных пород.

Используя исходные экспериментальные данные и подход моделирования кривой НДС с помощью параметра «обобщенной» плотности трещин в образце горной породы была решена задача, которая сводится к определению зависимости прироста «обобщенной» плотности от деформации $\Delta R(\varepsilon)$. Таким образом, микромеханическая модель «обобщенной» плотности трещины применима к циклическому нагружению образца горной породы в условиях упругого гистерезиса, поскольку

предполагается увеличение плотности трещин при нагрузке и квазилинейной разгрузка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации, являющейся законченной научно–квалификационной работой. В результате выполненных автором теоретических и экспериментальных исследований решена актуальная научная задача разработки методики определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов, что имеет важное значение для повышения достоверности параметров численных моделей процессов горного и нефтегазового производства.

Основные научные и практические результаты, полученные лично автором:

1. Проведен аналитический обзор исследований в области определения нелинейных параметров упругих свойств горных пород, а также обзор теоретических подходов к моделированию упругого гистерезиса горных пород.
2. Обоснована возможность применения методики проведения эксперимента для определения нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород статическим методом по стандарту DIN EN 14580–2005.
3. Получено математическое описание моделей упругого гистерезиса горных пород различного генотипа. Подобрана единая аналитическая зависимость для описания гистерезисной нелинейности и по результатам экспериментального определения коэффициентов этой зависимости предана ее валидация для образцов горных пород различных генотипов.
4. Обосновано применение модели Прейсаха–Майергойца для аналитического исследования упругого гистерезиса горных пород.
5. Построены плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве для пород различных генотипов.

6. Разработана методика определения нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Высотин Н.Г. Галченко Ю.П., Винников В.А., Еременко В.А. Определение нелинейных параметров упругих свойств горных пород при исследовании геомеханических процессов // Инженерная физика. 2020. № 7. С. 33–38.
- [2] Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. М.: Наука, 1982. 320 с.
- [3] Ломакин Е.В., Работнов Ю.Н. Соотношения теории упругости для изотропного разномодульного тела // Изв. АН СССР. Мех. тв. тела. 1978. №. 6. С. 29–34.
- [4] Астафуров С.В., Шилько Е.В., Псахье С.Г. О возможностях и ограничениях усредненного описания неупругого поведения хрупких пористых материалов в стесненных условиях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2017. № 1. С. 208–232.
- [5] Николаевский В.Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов. Механика. Новое в зарубежной науке. 1975. С. 210–229.
- [6] Guo Y., Yang C., Mao H. Mechanical properties of Jintan mine rock salt under complex stress paths // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2012. Vol. 56. P. 54–61.
- [7] Brady B.T. The non-linear behavior of brittle rock // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 1969. Vol. 6. P. 301–310.
- [8] Alm O., Jaktlund L.L., Kou S. The influence of microcrack density on the elastic and fracture mechanical properties of Stripa granite // Phys. Earth Planet. In. 1985. Vol. 40. P. 161–179.
- [9] Pasqualini D., Heitmann K., TenCate J.A., Habib S., Higdon D., Johnson

- P.A. Nonequilibrium and nonlinear dynamics in Berea and Fontainebleau sandstones: Low-strain regime // J. Geophys. Res. 2007. Vol. 112, № B1. P. 2006JB004264.
- [10] TenCate J.A., Pasqualini D., Habib S., Heitmann K. Nonlinear and Nonequilibrium Dynamics in Geomaterials // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93, № 6. P. 065501.
- [11] Johnson P.A., Jia X. Nonlinear dynamics, granular media and dynamic earthquake triggering // Nature. 2005. Vol. 437, № 7060. P. 871–874.
- [12] TenCate J.A., Malcolm A. E., Feng X., Fehler M. C. The effect of crack orientation on the nonlinear interaction of a P wave with an S wave // Geophysical Research Letters. 2016. Vol. 43, № 12. P. 6146–6152..
- [13] Wang H.F. Effects of deviatoric stress on undrained pore pressure response to fault slip // J. Geophys. Res. 1997. Vol. 102. P. 17943–17950.
- [14] Баклашов И.В. Геомеханика. Том 1. Основы геомеханики. М.: Из-во МГГУ, 2005. Т. 1..
- [15] Макаров А.Б. Практическая геомеханика. М.: Горная книга, 2006. 391 с.
- [16] Борщ-Компониец В.И. Практическая механика горных пород. М.: Горная книга, 2013. 322 с.
- [17] Энциклопедический словарь по металлургии / Под ред. Лякишев Н.П. М.: Интермет Инжиниринг, 2000. 821 с.
- [18] Scholz C.H., Hickman S.H. Hysteresis in the closure of a nominally flat crack. // Journal of Geophysical Research. 1983. Vol. 88, № B8. P. 6501–6504.
- [19] Ewing J.A. On Hysteresis in the relation of Strain to Stress // Report of the British Association for the Advancement of Science. 1890. P. 502–504.
- [20] Ewing J.A. The Strength of Materials. London, Cambridge: At the University Press, 1899. 246 p.
- [21] Holcomb D.J. Memory, relaxation, and microfracturing in dilatant rock // J.

Geophys. Res. 1981. Vol. 86, №B7. P. 6235-6248

- [22] Струков Б. А., Кузнецов В. Н., Филиппов Б. Н. Гистерезис. – 2016. – [Электронный ресурс]. Источник: <https://old.bigenc.ru/physics/text/2362592>. [Дата обращения: 13.03.2024].
- [23] McCall K. R., Guyer R.A. Equation of state and wave propagation in hysteretic nonlinear elastic materials // Journal of Geophysical Research. 1994. Vol. 99, № B12. P. 23887–23897.
- [24] Исакович М. А. Л.И. Мандельштам и распространение звука в микронеоднородных средах // Успехи физических наук. 1979. Т. 129, № 3. С. 531–540.
- [25] Мартынюк А.Р. Моделирование нелинейности в горных породах // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2012. № 5. С. 384–388.
- [26] Гик Л. Д. Нелинейность гранулированных и трещиноватых горных пород в условиях малых деформаций // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8, № 1. С. 81–89.
- [27] Михеев. В.Л., Технологические свойства буровых растворов, М.: Недра, 1979, С. 239.
- [28] Universality of Nonclassical Nonlinearity / Ed. Delsanto P.P. New York: Springer. 2006. 539 p.
- [29] Шкуратник В. Л. Мартынюк А.Р. Исследование упруго-нелинейных параметров образцов горных пород на основе анализа сдвига резонансной частоты ультразвукового сигнала под влиянием механического нагружения // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2014. № 7. С. 221–226.
- [30] Haupert S. Renaud G., Rivière J., Talmant M., Johnson P.A., Laugier P. High-accuracy acoustic detection of nonclassical component of material nonlinearity // The Journal of the Acoustical Society of America. Acoustical

Society of America (ASA), 2011. Vol. 130, № 5. P. 2654–2661.

- [31] Guyer R.A., Johnson P.A. Nonlinear mesoscopic elasticity: Evidence for a new class of materials // *Physics Today*. American Institute of Physics Inc., 1999. Vol. 52, № 4. P. 30–36.
- [32] Волчкова Е. Явление гистерезиса при измерениях // *Отечественный и зарубежный опыт обеспечения качества в машиностроении. III Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием*. Тула, 2022.
- [33] Ostrovsky L.A. Johnson P.A. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials // *Rivista del nuovo cimento*. 2001. Vol. 24, № 7. P. 1–48.
- [34] Guyer R. A., McCall K. R., Boitnott G. N. Hysteresis, Discrete Memory, and Nonlinear Wave Propagation in Rock: A New Paradigm // *Physical Review Letters*. 1995. Vol. 74, № 17. P. 3491–3495.
- [35] Нелинейная механика геоматериалов и геосред / Под ред. Зуев Л.Б. и др. Новосибирск: Акад. изд-во "Гео", 2007. 231 с.
- [36] Волегов П.С., Грибов Д.С., Трусов П.В. Поврежденность и разрушение: обзор экспериментальных работ // *Физическая мезомеханика*. 2015. Т. 18, № 3. С. 11–24.
- [37] Зайцев В.Ю., Матвеев Л.А. Амплитудно-зависимая диссипация в микронеоднородных средах с линейным поглощением и упругой нелинейностью // *Геология и геофизика*. 2006. Т. 47, № 5. С. 695–710.
- [38] Назаров В.Е., Колпаков А.Б. Гистерезисные эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения в акустическом резонаторе из кварцита // *Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева*. 2020. Т. 130, № 3. С. 42–52.
- [39] Островский Л.А., Гурбатов С.Н., Диденкулов И.Н. Нелинейная акустика в Нижнем Новгороде (обзор) // *Акустический журнал*. 2005. Т. 51, № 2. С. 150–166.
- [40] Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Нелинейные акустические эффекты в

поликристаллических твердых телах с насыщением амплитудно-зависимого внутреннего трения // Физика твердого тела. 2022. Т. 64, № 8. С. 927–935.

- [41] Granato A., Lucke K. Theory of mechanical damping due to dislocations // Journal of Applied Physics. Vol. 27, № 5. P. 583–593.
- [42] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости – М.: – Наука, 1987.
- [43] Nazarov V.E. Acoustic nonlinearity of cracks partially filled with liquid: cubic approximation // J Acoust Soc Am. 2001. Vol. 109, № 6. P. 2642–2648.
- [44] Кияшко С.Б., Назаров В.Е., «Нелинейные волновые процессы в пористых водоподобных средах, содержащих систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью // Акустический журнал. 2013. Т. 59, № 2. С. 147–157.
- [45] Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Нелинейные волновые процессы в пористых водоподобных средах, содержащих -систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью // Акустический журнал. Т. 59, № 2. Р. 147–157.
- [46] Руденко О.В., Коробов А.И., Изосимова М.Ю. Нелинейность твердых тел с микро- и наномасштабными дефектами и особенности ее макроскопических проявлений // Акустический журнал. 2010. Т. 56, № 2. С. 172–178.
- [47] Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. Москва: Наука, 1966. 309 с.
- [48] Экономов А.Н. Влияние изменения микроструктуры поликристаллических металлов на их акустические свойства. Москва: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2002.
- [49] Фёдоров С., Сукнёв С.В. Методы определения упругих свойств горных пород // Наука и образование – 2014, № 1. С. 18-24

- [50] Natural stone test methods - Determination of static elastic modulus; German version EN 14580:2005. DIN Deutsches Institut für Normung e. V., 2005.
- [51] ASTM D7012-10 Standard test method for compressive strength and elastic moduli of intact rock core. West Conshohocken: ASTM International, 2010.
- [52] Rao M.V., Ramana Y.V. A study of progressive failure of rock under cyclic loading by ultrasonic and AE monitoring techniques // *Rock Mech. Rock Eng.* 1992. Vol. 25, № 4. P. 237–251.
- [53] Bagde, M.N., Petros, V. The effect of machine behavior and mechanical properties of intact sandstone under static and dynamic uniaxial cyclic loading // *Rock Mech. Rock Eng.* 2005. Vol. 38, № 1. P. 59–67.
- [54] Akesson, U., Hansson, J., Stigh, J. Characterisation of microcracks in the Bohus granite, western Sweden, caused by uniaxial cyclic loading // *Eng. Geol.* Vol. 72, № 131–142.
- [55] Xiao J.Q., Ding D.X., Jiang F.L., Xu G. Fatigue damage variable and evolution of rock subjected to cyclic loading // *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* 2010. Vol. 47. P. 461–468.
- [56] Liu J.F., Xie H.P., Hou Z.M., Yang C.H., Chen L. Damage evolution of rock salt under cyclic loading in uniaxial tests // *Acta Geotech.* 2014. Vol. 9. P. 153–160.
- [57] Bieniawski Z.T. Deformation behavior of fractured rock under multiaxial compression, M.: Wiley-Interscience., 1971. P. 589–598.
- [58] Gatelier N., Pellet F., Loret B. Mechanical damage of an anisotropic porous rock in cyclic triaxial tests // *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* 2002. Vol. 39. P. 335–354.
- [59] Xu J., Tang X.J., Li S.C., Tao Y.Q., Jiang Y.D. Space-time evolution rules study on acoustic emission location in rock under cyclic loading // *Front. Archit. Civ. Eng. China.* 2009. Vol. 3, № 4. P. 422–427.
- [60] Song H.P., Zhang H., Kang Y.L., Huang G.Y., Fu D.H., Qu C.Y. Damage

evolution study of sandstone by cyclic uniaxial test and digital image correlation // *Tectonophysics*. 2013. Vol. 608. P. 1343-1348.

- [61] Винников В.А., Высотин Н.Г. Методика проведения испытаний по определению статического модуля упругости горных пород с использованием результатов лазерно-ультразвуковой спектроскопии // *ГИАБ*. 2018. Vol. 1, № 1. P. 90–101.
- [62] Высотин Н.Г. Исследование изменения структуры образцов горных пород в условиях упругого гистерезиса с применением метода лазерно-ультразвуковой структуроскопии // *Труды XXXII сессии Российского акустического общества*. Москва. 14-18 октября 2019 г. Москва, 2019. P. 986–991.
- [63] Guyer R.A., McCall K.R., Boitnott G.N., Hilbert L.B., Plona T.J. Quantitative implementation of Presach-Mayergoyz space to find static and dynamic elastic moduli in rock // *Journal of Geophysical Research*. 1997. Vol. 1, № B3. P. 5281–5293.
- [64] Carbol L., Martinek J., Kusák I., Kucharczyková B. Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy with MLS Perturbation Signal // *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 151. P. 306–312.
- [65] Averbakh V.S., Bredikhin V.V., Lebedev A.V., Manakov S.A. Nonlinear acoustic spectroscopy of carbonate rocks // *Acoust. Phys*. 2017. Vol. 63, № 3. P. 346–358.
- [66] Van Den Abeele K.E.-A., Carmeliet J., Ten Cate J. A., Johnson P. A. Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy (NEWS) Techniques to Discern Material Damage, Part II: Single-Mode Nonlinear Resonance Acoustic Spectroscopy // *Research in Nondestructive Evaluation*. 2000. Vol. 12, № 1. P. 31–42.
- [67] Van Den Abeele K.E.-A., Johnson P.A., Sutin A. Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy (NEWS) Techniques to Discern Material Damage, Part I:

- Nonlinear Wave Modulation Spectroscopy (NWMS) // Res. Nondestr. Eval. 2000. Vol. 12. P. 17–30.
- [68] Dahlen U., Ryden N., Jakobsson A. Damage identification in concrete using impact non-linear reverberation spectroscopy // NDT & E International. 2015. Vol. 75. P. 15–25.
- [69] TenCate J.A., Johnson P.A. Nonlinear Resonant Ultrasound Spectroscopy: Assessing Global Damage // Nonlinear Ultrasonic and Vibro-Acoustical Techniques for Nondestructive Evaluation / Ed. Kundu T. Cham: Springer International Publishing, 2019. P. 89–101.
- [70] Kim G.-J., Park S.-J., Kwak H.-G. Experimental characterization of ultrasonic nonlinearity in concrete under cyclic change of prestressing force using Nonlinear Resonant Ultrasonic Spectroscopy // Construction and Building Materials. 2017. Vol. 157. P. 700–707.
- [71] Ryden N., Dahlen U., Jakobsson A. Characterization of Progressive Damage in Concrete Using Impact Nonlinear Reverberation Spectroscopy. Berlin, Germany, 2015.
- [72] Polimeno U., Meo M. Understanding the effect of boundary conditions on damage identification process when using non-linear elastic wave spectroscopy methods // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2008. Vol. 43, № 3. P. 187–193.-
- [73] Renaud G., Rivière J., Hauptert S., Laugier P. Anisotropy of dynamic acoustoelasticity in limestone, influence of conditioning, and comparison with nonlinear resonance spectroscopy // The Journal of the Acoustical Society of America. 2013. Vol. 133, № 6. P. 3706–3718.
- [74] Shokouhi P., Rivière J., Lake C.R., Le Bas P.-Y., Ulrich T.J. Dynamic acousto-elastic testing of concrete with a coda-wave probe: comparison with standard linear and nonlinear ultrasonic techniques // Ultrasonics. 2017. Vol. 81. P. 59–65.

- [75] Shokouhi P., Rivière J., Guyer R.A., Johnson P.A. Slow dynamics of consolidated granular systems: Multi-scale relaxation // *Appl. Phys. Lett.* 2017. Vol. 111, № 25. P. 251604.
- [76] Scalerandi M., Gliozzi A.S., Hauptert S., Renaud G., Ait Ouarabi M., Boubenider F. Investigation of the validity of Dynamic Acousto Elastic Testing for measuring nonlinear elasticity // *Journal of Applied Physics.* 2015. Vol. 118, № 12. P. 124905.
- [77] Eiras J.N., Vu Q.A., Lott M., Payá J., Garnier V., Payan C. Dynamic acousto-elastic test using continuous probe wave and transient vibration to investigate material nonlinearity // *Ultrasonics.* 2016. Vol. 69. P. 29–37.
- [78] Sens-Schönfelder C., Snieder R., Li X. A Model for Nonlinear Elasticity in Rocks Based on Friction of Internal Interfaces and Contact Aging // *Geophysical Journal International.* 2018.
- [79] Renaud G., Rivière J., Le Bas P.-Y., Johnson P.A. Hysteretic nonlinear elasticity of Berea sandstone at low-vibrational strain revealed by dynamic acousto-elastic testing: low strain hysteretic anelasticity // *Geophys. Res. Lett.* 2013. Vol. 40, № 4. P. 715–719.
- [80] Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design // *Quarterly of Applied Mathematics.* Vol. 10, № 2. P. 157–165.
- [81] Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002.
- [82] Wang R., Li L. Burgers creep model used for describing and predicting the creep behaviour of a rock under uniaxial and triaxial compression test conditions // *Conference: GeoEdmonton 2018, the 71st Canadian Geotechnical Conference.* Edmonton, Canada, 2018.
- [83] Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механика подземных сооружений и конструкции крепей/Учеб. для вузов. 3-е изд.. М.: Студент, 2012. 543 с.
- [84] Sørensen E.S., Clausen J., Damkilde L. Finite element implementation of the

- Hoek–Brown material model with general strain softening behavior // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2015. Vol. 78. P. 163–174.
- [85] Alonso E., Alejano L.R., Varas F., Fdez-Manin G., Carranza-Torres C. Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behaviour // Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2003. Vol. 27, № 13. P. 1153–1185.
- [86] Трусцов П.В. О несимметричных мерах напряженного и деформированного состояния и законе Гука // Вестник ПНИПУ. 2014. Т. 2. С. 220–237.
- [87] Красносельский М.А., Покровский А.В. Системы с гистерезисом. Москва: Наука, 1983. 275 с.
- [88] Hauser H., Fulmek P.L., Grössinger R. Hysteresis modeling and measurement for two-dimensional particle assemblies // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2002. Vol. 242–245. P. 1067–1069.
- [89] Ashcroft N.W., Mermin N.D. Solid state physics. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1976. 826 p.
- [90] Lapshin R.V. An improved parametric model for hysteresis loop approximation // Review of Scientific Instruments. 2020. Vol. 91, № 6. P. 065106.
- [91] Термодинамика равновесия жидкость-пар / Под ред. Морачевский А.Г. Ленинград: "Химия". – 1989. 343 с.
- [92] Авербах В.С., Бредихин В.В., Коньков А.И., Лебедев А.В., Манаков С.А., Таланов В.И. Акустическая нелинейность гранита. Сравнение данных натурного и лабораторного экспериментов // Акуст. журнал. 2016. Т. 62, № 3. С. 363–368.
- [93] Mashinskii E.I. Amplitude-dependent hysteresis of wave velocity in rocks n wide frequency range: an experimental study // Min.Sci.Technol. (RUS).

2021. Vol. 6, № 1. P. 23–30.

- [94] Ling W., Ba J., Carcione J.M., Zhang L. Poroacoustoelasticity for rocks with a dual-pore structure // *Geophysichs*. 2021. Vol. 86, № 1. P. MR17–MR25.
- [95] Sajeва A., Capaccioli S. Including Plastic Strain Into the Discrete Preisach-Mayergoyz Space: Application to Granular Media // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. 2019. Vol. 124, № 11. P. 10983–10998.
- [96] Andreev M., Askarov A., Suvorov A. Design of the magnetic hysteresis mathematical model based on Preisach theory // *Electr Eng*. 2019. Vol. 101, № 1. P. 3–9.
- [97] Papoušková J., Kus V., Dos Santos S. Preisach-Mayergoyz space model density identification for nonlinear physical systems: “L-2” and “D-divergence” minimization methods. Cefalu, Sicily, Italy, 2012. P. 045018–045018.
- [98] Sajeва A., Capaccioli S. A Discrete Formulation of the Elasto-Plastic Preisach-Mayergoyz Space with Variable Pressure Step // *81st EAGE Conference and Exhibition 2019*. London, UK,: European Association of Geoscientists & Engineers, 2019. P. 1–5.
- [99] Sajeва A., Filograsso R., Capaccioli S. Including plastic behavior in the Preisach-Mayergoyz space to find static and dynamic bulk moduli in granular media // *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2018*. Anaheim, California: Society of Exploration Geophysicists, 2018. P. 3517–3521.
- [100] Данилин А.Н., Виноградов А.А., Карнет Ю.Н. Модели гистерезиса: краткий обзор // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2016. Т. 22, № 2. С. 295–308.
- [101] Zsurzsan T.-G., Andersen M.A.E., Zhang Zh., Andersen N.A. Preisach model of hysteresis for the Piezoelectric Actuator Drive // *IECON 2015 - 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*.

- Yokohama: IEEE, 2015. P. 002788–002793.
- [102] Helbig K., Rasolofosaon. P. A theoretical paradigm for describing hysteresis and nonlinear elasticity in arbitrary anisotropic rocks // *Anisotropy 2000: Fractures, converted waves and case studies*, Tulsa, 2000.
- [103] McCall K.R., Guyer R.A. A new theoretical paradigm to describe hysteresis, discrete memory and nonlinear elastic wave propagation in rock // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1996. Vol. 3. P. 89–101.
- [104] Степанова Л.В., Игонин С.А. Описание рассеянного разрушения: параметр поврежденности Ю.Н. Работнова: историческая справка, фундаментальные результаты и современное состояние // *Вестн. СамГУ. Естественнонаучн. сер.* 2014. № 3. С. 97–114.
- [105] Condition assessment of aged structures / ed. Paik J.K., Melchers R.E. Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2009. 535 p.
- [106] Porous rock fracture mechanics: with application to hydraulic fracturing, drilling and structural engineering / ed. Shojaei A.K., Shao J.F. Cambridge, Mass. Kidlington: Elsevier, Woodhead Publishing, 2017. 317 p.
- [107] Modeling damage, fatigue and failure of composite materials / ed. Talreja R., Varna J. Amsterdam Boston Cambridge: Elsevier/WP, Woodhead Publishing, 2016. 454 p.
- [108] Duarte M.T. Liu H. Y., Kou S. Q., Lindqvist P. -A., Miskovsky K. Microstructural Modeling Approach Applied to Rock Material // *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2005. Vol. 14, № 1. P. 104–111.
- [109] Mayergoyz I.D. *Mathematical Models of Hysteresis*. N.Y.: Springer - Verlag, 1991.
- [110] Владимиров А.А. Запоминающие свойства гистерезисных сред // *Автоматика и телемеханика*. 1997. № 12. С. 18–34.
- [111] Preisach F. Über die magnetische Nachwirkung // *Zeitschrift für Physik*. 1935. № 94. P. 277–302.

- [112] Wawrzala P. Application of a Preisach Hysteresis Model to the Evaluation of PMN-PT Ceramics Properties // Archives of Metallurgy and Materials. 2013. Vol. 58, № 4. P. 1347–1350.
- [113] Ostrovsky L.A. Johnson P.A. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials // Rivista del nuovo cemento. 2001. Vol. 24, № 7. P. 1–48.
- [114] Высотин Н.Г., Винников В.А. Опыт построения модели упругого гистерезиса горных пород различных генотипов на основе теории Прейсаха // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2023. № 11. С. 5–16.
- [115] ГОСТ 21153.2-84 ПОРОДЫ ГОРНЫЕ Методы определения предела прочности при одноосном сжатии. Министерство угольной промышленности СССР.
- [116] Высотин Н.Г. Нелинейные особенности упругого гистерезиса образцов горных пород при циклическом одноосном нагружении // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2021. № 4–1. С. 148–157.
- [117] Высотин Н.Г. Упругий гистерезис горных пород различных генотипов // Горный информационно-аналитический бюллетень.. 2022. № 5–2. С. 72–79.
- [118] Высотин Н.Г. Упругий гистерезис горных пород различных генотипов // Сборник тезисов докладов международной научно-практической конференции, посвященной 60-летию института “Якутнипроалмаз” АК “АЛРОСА”. Мирный, 2021. г. Мирный: Акционерная компания “АЛРОСА” (публичное акционерное общество) (Мирный), 2021. С. 59–60.
- [119] Bruno G., Kachanov M., Sevostianov I., Shyam A. Micromechanical modeling of non-linear stress-strain behavior of polycrystalline microcracked materials under tension // Acta Materialia. 2019. Vol. 164. P. 50–59.
- [120] Bruno G., Kachanov M. Porous microcracked ceramics under compression:

Micromechanical model of non-linear behavior // Journal of the European Ceramic Society. 2013. Vol. 33, № 11. P. 2073–2085.

- [121] Стефанов Ю.П. Нелинейные эффекты поведения горных пород и интерпретация экспериментальных данных // Четвертая тектонофизическая конференция в ИФЗ РАН. Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле: сб. науч. ст. М., 2016. С. 358–371.
- [122] Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1975. Т. 1. 832 с.
- [123] Boudjema M., Santos I. B., McCall K. R., Guyer R. A., Boitnott G. N. Linear and nonlinear modulus surfaces in stress space, from stress-strain measurements on Berea sandstone // Nonlin. Processes Geophys. 2003. Vol. 10, № 6. P. 589–597.
- [124] Pecorari C. Adhesion and nonlinear scattering by rough surfaces in contact: Beyond the phemomenology of the Preisach-Mayergoyz framework // J. Acoust. Soc. Am. 2004. Vol. 116. № 4. Pp. 1938-1947.
- [125] Bogusz A., Bukowska M. Stress-strain characteristics as a source of information on the distraction of rocks underinfluence of load // Journal of Sustainable Mining. 2015. № 14. P. 46–54.
- [126] Han D., Li K., Meng J. Evolution of nonlinear elasticity and crack damage of rock joint under cyclic tension // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2020. Vol. 128. P. 104286.

- Ван Нин Экспериментальные исследования акустической нелинейности
- [127] в поликристаллических металлах в области упругопластических деформаций : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.04.06. - Москва, 2005. - 108 с.

[128] Пантелеев И.А. Деформирование горных пород и геосред: анализ развития анизотропной поврежденности и локализации деформации: диссертация доктора физико-математических наук: 1.1.8. - Пермь, 2022. - 365 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Министерство науки и высшего образования
Федеральное Государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»
(НИТУ «МИСИС»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке и инновациям
НИТУ «МИСИС»,
проф., д. т. н.



М. Р. Филонов

» 202_ г.

МЕТОДИКА

определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных
генотипов

Автор:

старший преподаватель каф. ФизГео
НИТУ МИСИС

Н.Г. Высотин

Методика рассмотрена и согласована
на заседании кафедры ФизГео НИТУ
МИСИС.

Протокол

№ 6 от «27» февраля 2024 г.

Зав. кафедрой ФизГео, доц., д.ф.-м.н.

В.А. Винников

Москва

2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	3
2. ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТАВЛИВАЕМЫМ ОБРАЗЦАМ	3
3. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ С ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ МАШИНОЙ И МЕТОДА ИСПЫТАНИЙ	4
4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ.....	6
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	8

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1 Настоящая методика устанавливает порядок выполнения расчетов нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов твердых горных пород различных генотипов с различными пределами прочности с помощью метода статических испытаний (Метод определения статических модулей упругости) [1].

1.2 Настоящая методика распространяется на лабораторные методы исследования упругих свойств образцов горных пород.

1.3 Методика содержит: требования к подготовке исследуемых образцов горных пород, алгоритм испытаний образцов на испытательной машине, управляемой в автоматическом режиме и обработку результатов испытаний.

1.4 В основе настоящей методики лежат положения теории упругости и разрушения горных пород.

1.5 Методика предусматривает знание или определение предела прочности при одноосном сжатии исследуемой породы $\sigma_{сж}$ по ГОСТ 21153.2

1.6 Рекомендации предназначены для использования в лабораторных условиях на испытательных машинах с автоматическим управлением (типа LFM-50kN и др.)

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТАВЛИВАЕМЫМ ОБРАЗЦАМ

2.1 Отбор проб производится по ГОСТ 21153.0. Линейные размеры и объем проб должны обеспечить изготовление образцов требуемых размеров и количества, указанных в стандарте DIN EN 14580:2005 Natural stone test methods - Determination of static elastic modulus (Метод определения статических модулей упругости горных пород) [1].

2.2 Для испытаний изготавливают призматические (с квадратным сечением) образцы негигроскопических горных пород.

2.3 Образцы негигроскопических пород изготавливают на камнерезной машине из штуфов, их торцевые и боковые поверхности шлифуют на шлифовальном станке.

2.4 Размеры образцов должны быть:

– сторона квадратного сечения образца $a=20\pm 2$ мм;

– высота образца $h=40\pm 2$ мм.

Измерения можно проводить штангенциркулем (электронным штангенциркулем) с погрешностью не более $\pm 0,1$ мм. Сторону квадратного сечения допускается измерять в средней части образца в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

2.5 Торцевые поверхности образца должны быть плоскими и параллельными друг другу, проверяется слесарным угольником или специальным стационарным микрометром.

2.6 Боковые поверхности должны быть перпендикулярны к торцам и прямолинейны по всей высоте образца.

2.7 Допускаемая шероховатость поверхности образца в зоне контакта с экстензометров – не более 0,2 мм.

2.8 Экстензометр, применяемый в комплекте с электромеханической испытательной машиной, для определения продольных деформаций располагают в средней по высоте части боковой поверхности образца.

2.9 Количество образцов для испытаний должно быть не менее 5 при условии обеспечения надежности α результатов не менее 90% и относительной погрешности δ не более 10%.

3. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ С ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ МАШИНОЙ И МЕТОДА ИСПЫТАНИЙ

3.1 Сущность метода

Испытания образцов проводят для определения следующих параметров:

– зависимостей «напряжение – деформация»;

- статических модулей упругости 2-ого и 3-его порядков E_{st} ;
- статического нелинейного параметра упругого гистерезиса H_{st} [3].

Сущность метода заключается в измерении напряжений, возникающих в образцах горных пород под действием сжимающей силы, и продольных деформаций.

Методика предусматривает определение статического модуля упругости по DIN EN 14580:2005.

Нелинейные параметры упругого гистерезиса горных пород следует определять в диапазоне требуемых напряжений. Диапазон напряжений 2-33% от предела прочности при одноосном сжатии является обязательным.

3.2 Оборудование, инструменты и материалы

Для подготовки и проведения испытаний применяют:

Электромеханическую испытательную машину, оборудованную сервоконтроллером и персональным компьютером с программным обеспечением для управления и регистрации данных испытаний.

Экстензометр, применяемый в комплекте к электромеханической испытательной машине.

3.3 Проведение испытания

3.3.1 Образец горной породы, устанавливают на сжимающих плитах, на которых обозначены концентрические окружности, которые позволяют расположить образец по их центру.

3.3.2 В программе, управляющей испытанием, далее ПО, вводят данные образца, линейные размеры поперечного сечения для автоматического расчета площади или же саму площадь воздействия и высоту образца.

3.3.3 В ПО задают режим и интервал 0,05 секунд для дискретной записи значений напряжения и деформации при нагрузке и разгрузке образца.

3.3.4 В ПО задают этап преднагрузки образца до значения σ_0 (напряжение преднагрузки), составляющего не более 2% от предела прочности при одноосном сжатии ($\sigma_0 = 0,02 \sigma_{сж}$).

3.3.5 В ПО задают значения напряжения для трех циклов нагрузка-разгрузка образца. Нагрузку производят до максимально заданного значения напряжения 33% от предела прочности при одноосном сжатии ($\sigma_{\text{нагруз}}=0,33\sigma_{\text{сж}}$), разгрузку до 2% ($\sigma_{\text{разгруз}}=0,02\sigma_{\text{сж}}$). Переход цикла от нагрузки к разгрузке осуществляется быстро в автоматическом режиме.

3.3.6 В ПО задают скорость нагрузки и разгрузки образца горной породы в диапазоне 0,3..0,5 МПа/с.

3.3.7 Значения напряжений σ и соответствующей им деформации ε фиксируются с помощью ПК в процессе автоматического проведения испытания. Данные испытания сохраняются в форматах .xls, .txt, а также в виде протокола испытания в формате .pdf.

4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

4.1 Для обработки результатов применяется программа MathCAD.

4.2 Данные испытания напряжения и деформация в формате .txt вводятся в MathCAD.

4.3 По вводимым данным строят графики зависимостей «напряжение σ – деформация ε », на которых каждому зафиксированному уровню напряжений соответствуют относительные продольные деформации как при нагрузке, так и при разгрузке.

4.4 Производят обработку данных последнего третьего цикла для определения нелинейных параметров упругого гистерезиса модули упругости второго и третьего порядков и статического гистерезисного нелинейного параметра.

4.5 В программе MathCAD задают набор данных нагрузки по третьему циклу. Далее вводят вектор-функцию второй степени. Обращаются к функции linfit (возвращает вектор, содержащий коэффициенты линейной комбинации функций в векторе, наилучшим образом аппроксимирующей введенные данные) и вычисляют коэффициенты полинома 2-ой степени.

4.6 Определяют модуль упругости второго порядка E_{st} , [МПа] как производную вектора-функции, модуль упругости третьего порядка E_{st2} , [МПа] как производную второго порядка вектора-функции. Гистерезисный параметр H_{st} определяют как отношение модуля третьего порядка к модулю второго порядка в виде вектора значений [3]:

$$H_{st} = -\frac{E_{st2}}{2 \cdot E_{st}},$$

где H_{st} – статический гистерезисный нелинейный параметр, [отн. ед.];

E_{st} – модуль упругости второго порядка, [Па];

E_{st2} – модуль упругости третьего порядка, [Па].

ПРИЛОЖЕНИЕ Б



НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ГОРНОЙ ГЕОМЕХАНИКИ И МАРКШЕЙДЕРСКОГО ДЕЛА –
МЕЖОТРАСЛЕВОЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ВНИМИ
СИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ

Пр. Гагарина, 24, г. Прокопьевск, Кемеровская область, 653004, Россия
Телефон (3846) 66-77-33, факс (3846) 62-23-84
E-mail: vnimi@inbox.ru

Справка

об использовании результатов диссертационной работы Высотина Николая Геннадьевича, представленной на соискание учёной степени кандидата технических наук, на тему “Обоснование и разработка метода определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов” в расчетах параметров подземной разработки месторождений твердых полезных ископаемых.

Настоящей справкой подтверждаем, что “Методика определения нелинейных параметров горных пород различных генотипов”, разработанная в рамках диссертационной работы Николая Геннадьевича Высотина «Обоснование и разработка метода определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов», выполненной на кафедре физических процессов горного производства и геоконтроля НИТУ МИСИС, принята к использованию в расчетах параметров подземной разработки месторождений твердых полезных ископаемых.

Директор СФ АО “ВНИМИ” К.Т.Н.



Е.А. Разумов

ПРИЛОЖЕНИЕ В



Общество с ограниченной ответственностью
«Газпром геотехнологии»
(ООО «Газпром геотехнологии»)

ул. Строителей, д. 8, корп.1, г. Москва,
Российская Федерация, 119311
тел.: +7 (495) 631-51-22, факс: +7 (495) 631-51-15
e-mail: mail@gazpromgeotech.ru, www.gazpromgeotech.ru
ОКПО 11523652, ОГРН 1037739149447, ИНН 7719002546, КПП 773601001

22.02.2024 № 01/24-2
на № _____ от _____

Справка

об использовании результатов диссертационного исследования Н.Г. Высотина

Настоящим подтверждается, что изложенный в диссертационной работе Николая Геннадьевича Высотина «Обоснование и разработка метода определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов» метод определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород принят к использованию в расчетах параметров подземных хранилищ в ООО «Газпром геотехнологии».

ВРИО генерального директора



А.А. Скворцов