

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

Высотин Николай Геннадьевич

Обоснование и разработка метода определения нелинейных параметров
упругого гистерезиса горных пород различных генотипов

2.8.6 Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и
горная теплофизика

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель д. ф.–м. н., доцент Винников В. А.

Москва – 2024

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность научной работы

В процессе деформирования горным породам свойственно проявление нелинейных особенностей, связанных с их неоднородной структурой. Одной из таких особенностей является упругий гистерезис, без учета которого невозможна корректная оценка эффективности механического нагружения на горные породы по зависимости напряжение – деформация или правильный расчет параметров геомеханических процессов. Параметры упругого гистерезиса позволяют изучить поведение горных пород при нагружении, деформировании и разрушении. Поэтому разработка метода определения этих параметров имеет большое практическое значение в проектировании горного производства, в процессах добычи и переработки полезных ископаемых.

Известно, что горные породы имеют различные генотипы, то есть различные генезисы, структуры и составы. Это влияет на их физико–механические свойства, включая нелинейные особенности упругих свойств. Поэтому разработка метода определения этих параметров для горных пород различных генотипов имеет особую важность для понимания и предсказания их поведения в различных условиях.

Также стоит отметить, что существующие методы определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород могут иметь некоторые ограничения и недостатки, такие, как сложность применения, ограниченная точность или неспособность учесть различные генотипы горных пород. Особое внимание в предыдущих исследованиях было уделено развитию квазистатических и динамических методов определения параметров гистерезисной нелинейности различных твердых тел.

В настоящее время учет упругого гистерезиса горных пород не находит широкого применения при объяснении результатов механических испытаний, поэтому разработка метода определения нелинейных параметров

упругого гистерезиса горных пород различных генотипов на основе прямых механических испытаний может способствовать более точному моделированию и прогнозированию геомеханического поведения горных пород в различных инженерных проектах, связанных с горным делом и строительством, что является актуальной научной задачей.

Цель диссертационной работы – разработка метода определения статических нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов и установление их взаимосвязи с характеристиками структуры горных пород.

Идея работы заключается в установлении на основе экспериментальных данных аналитической зависимости гистерезисной нелинейности упругих свойств, обладающей характерными для каждого генотипа горных пород коэффициентами, и построении на основе результатов испытаний образцов циклической нагрузкой при одноосном сжатии математической модели, характеризующей структурные особенности образцов горных пород и базирующейся на теории Прейсаха–Майергойца.

Для достижения цели диссертационной работы были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Провести аналитический обзор исследований в области определения нелинейных параметров упругих свойств горных пород, а также обзор теоретических подходов к моделированию упругого гистерезиса горных пород.
2. Обосновать возможность применения стандартного метода статических механических испытаний DIN EN 14580–2005 для исследования упругого гистерезиса на образцах горных пород.
3. Экспериментально исследовать и проанализировать параметры упругого гистерезиса для горных пород различных генотипов.
4. Применить теоретическую модель Прейсаха–Майергойца для описания упругой гистерезисной нелинейности образцов горных пород различных генотипов.

5. Подобрать единую аналитическую зависимость для описания гистерезисной нелинейности и осуществить ее валидацию по результатам экспериментального определения коэффициентов этой зависимости для образцов горных пород различных генотипов.
6. Разработать методику определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов.

Основные научные положения, выносимые на защиту:

1. Установлено, что аналитическое описание кривой разгрузки $\sigma(\epsilon)$ петли гистерезиса, полученное статистической обработкой экспериментальных результатов механических испытаний образцов горных пород, отличается свойственным каждому их генотипу набором коэффициентов аппроксимирующего полинома.
2. Моделирование в пространстве Прейсаха–Майергойца (ПМ) позволило установить, что нелинейные параметры упругого гистерезиса зависят от плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве: чем выше плотность гистеронов, тем меньше величина статического модуля упругости образца при одной и той же деформации и тем больше нелинейный статический параметр упругого гистерезиса, что подтверждается различными картинками распределения плотности гистеронов в ПМ–пространстве для пород различных генотипов.
3. Установлено, что относительная площадь петли гистерезиса в координатах «относительная деформация – относительная нагрузка, нормированная к пределу прочности при одноосном сжатии», зависящая от генотипа пород и величины нагрузки и являющаяся мерой потери породой упругой энергии в гистерезисном цикле, пропорциональна величине статического нелинейного гистерезисного параметра.

Методы исследования включают в себя хорошо апробированные методы исследования механических свойств горных пород: анализ и обобщение научно–технической информации; лабораторные эксперименты

на образцах горных пород; статистическую обработку данных экспериментов; численное математическое моделирование.

Обоснованность и достоверность научных положений, выводов подтверждаются:

– корректным использованием технических средств для механических испытаний и измерений с высокими метрологическими характеристиками, а также апробированных методов и программ компьютерного моделирования и обработки экспериментальных данных;

– удовлетворительной сходимостью результатов моделирования на основе предложенных аналитических зависимостей, описывающих упругий гистерезис образцов горных пород, с результатами лабораторных испытаний.

Научная новизна работы:

1. Впервые установлено, что аналитическое описание кривой разгрузки петли гистерезиса, полученное статистической обработкой экспериментальных результатов механических испытаний образцов горных пород, имеет свойственный каждому генотипу набор коэффициентов полинома. Это позволяет более точно и надежно описывать поведение горных пород при различных нагрузках и деформациях.

2. Проведено моделирование в пространстве Прейсаха–Майергойца (ПМ), что позволило установить зависимость нелинейных параметров упругого гистерезиса от плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве. Это новый подход к изучению упругого поведения горных пород, который позволяет более глубоко понять и описать механизм изменения механических свойств под нагрузкой.

3. Установлено, что относительная площадь петли гистерезиса в координатах «относительная деформация – относительная нагрузка, нормированная к пределу прочности при одноосном сжатии», зависящая от генотипа пород и величины нагрузки и являющаяся мерой потери породой упругой энергии в гистерезисном цикле, пропорциональна величине статического нелинейного гистерезисного параметра.

Теоретическая значимость работы заключается в:

- использовании математической модели Прейсаха–Майергойца для описания гистерезисной нелинейности горных пород различных генотипов;
- построении плотностей распределения гистеронов в ПМ пространстве для пород различных генотипов;
- определении аналитических выражений для описания кривых разгрузки $\sigma(\epsilon)$ петли гистерезиса образцов горных пород различных генотипов.

Практическая значимость работы заключается в разработке методики определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород различных генотипов, которая может быть использована для:

- текущего мониторинга напряженно–деформированного состояния геоматериала на основе изменений значений нелинейных параметров упругого гистерезиса;
- диагностики изменения внутренней микроструктуры образцов горных пород на основе изменений значений нелинейных параметров упругого гистерезиса.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались на международных научных симпозиумах «Неделя горняка» (2018–2023 гг.), XXXII сессии Российского акустического общества, на заседаниях кафедры физических процессов горного производства и геоконтроля (2018–2023 г.г.), на международной научно-практической конференции, посвященной 60-летию института "Якутнипроалмаз" АК "АЛРОСА" «Горнодобывающая промышленность в 21 веке: вызовы и реальность».

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 7 статей, 4 из которых входят в список изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и 3 – в изданиях, входящих в базу цитирования Scopus.

Объем и структура работы. Диссертация изложена на 120 страницах и состоит из введения, 3 глав и заключения, содержит 5 таблиц, 22 рисунка, список литературы из 128 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во *введении* обоснованы актуальность и выбор направления научного исследования, сформулированы цель и задачи диссертации, представлены основные положения, выносимые на защиту.

В *первой главе* представлен обзор и анализ результатов научных исследований гистерезисной нелинейности структурно–неоднородных сред, в том числе горных пород, статическими, квазистатическими и динамическими методами. Явление гистерезиса впервые было введено британский ученым Дж. Юингом (J.Ewing) в 1935 г. Исследованиями проявлений гистерезисной нелинейности упругих свойств в твердых телах занимались как отечественные ученые (Качанов Л.М., Работнов Ю.Н., Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Островский Л.А., Назаров В.Е., Колпаков А.Б., Зайцев В.Ю., Руденко О.В., Коробов А.И. и др.), так и зарубежные (Guyer R.A., Johnson P.A., McCall K.A., Bruno G., Kachanov M.L., Sevostianov I. и др.) Нелинейные эффекты в механике горных пород исследовали Баклашов И.В., Картозия Б.А., Борщ–Компониец В.И., Стефанов Ю.П., Шкуратник В.Л., Гик Л. Д., Мартынюк А.Р., Drucker D.C., Prager W., Sajeва A. Математическим описанием гистерезисных явлений занимались Красносельский М.А., Покровский А.В., Preisach F., Mayergoyz I.D., Visintin A.

Раскрыто понятие упругого гистерезиса и проанализировано влияние дефектности микро– и мезоструктуры на нелинейность упругих свойств образцов горных пород.

Изложены основные методы исследования гистерезисной нелинейности твердых тел, в частности, горных пород. Проанализированы экспериментальные разработки, которые демонстрируют возможность мониторинга внутренней структуры образцов горных пород, подвергнутых механическим испытаниям. Представлены физические модели, раскрывающие понимание механизмов структурной нелинейности горных пород, содержащих различного рода дефекты.

Показана актуальность, перспективность и необходимость дальнейшего развития и разработки методов определения нелинейных параметров упругого гистерезиса горных пород для установления корректных взаимосвязей параметров нелинейных упругих свойств и степени дефектности микроструктуры. Сформулированы цель и задача исследования.

Во второй главе представлены основные пункты разработанной методики определения нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов для получения данных испытания. Описаны требования подготовки образцов, процесс работы с лабораторной установкой.

Перед проведением статических испытаний для определения модулей упругости необходимо определять прочность на сжатие согласно ГОСТ 21153.2–84. Прочность породы была определена из предварительных испытаний как на образцах размерами 40×40×80 мм, так и на образцах – 20×20×40 мм (см. таблицу 1). Таким образом, обоснован сопоставимыми значениями предела прочности при одноосном сжатии выбор образцов горных пород призматической формы с линейными размерами 20×20×40 мм.

Таблица 1 – Результаты определения пределов прочности пород при одноосном сжатии

Предел прочности, МПа	Гранит	Мрамор	Габбро	Известняк
стандартных образцов	251,3	104,2	282,4	75,6
экспериментальных образцов	248,4	103,9	285,2	74,3

С учетом опыта исследований С.В. Сукнёва, С.П. Фёдорова обосновано применения метода статических испытаний по определению деформационных характеристик DIN EN 14580–2005. Сущность данного метода, являющейся и отличительной особенностью от ASTM D7012–10 и ГОСТ 28985–91, является то, что образец претерпевает уплотнение в виде трех циклов нагрузки и разгрузки, ограниченных величинами 33% и 2 % от предела прочности на сжатие, определенных перед статическими испытаниями, соответственно. Соблюдение этих требований обеспечивает

обратимое упругое деформирование образца во время испытаний. Также упругие характеристики стабилизируются для их дальнейшей обработки и интерпретации.

Описана универсальная испытательная машина LFM–50kN для статических испытаний образцов горных пород, которая имеет электронно–измерительную систему, управляемую компьютером с помощью соответствующей программы. В эту программу вносились данные образца, его геометрические размеры, а также программировались три цикла механического воздействия на образец (циклы нагрузки и разгрузки): скорость перемещения верхней сжимающей плиты на каждом этапе, диапазон напряжений, при которых программа определяет модуль упругости. Также в процессе испытаний строились диаграммы деформирования в осях «напряжения – деформация», пример которых приведен на рисунке 1.

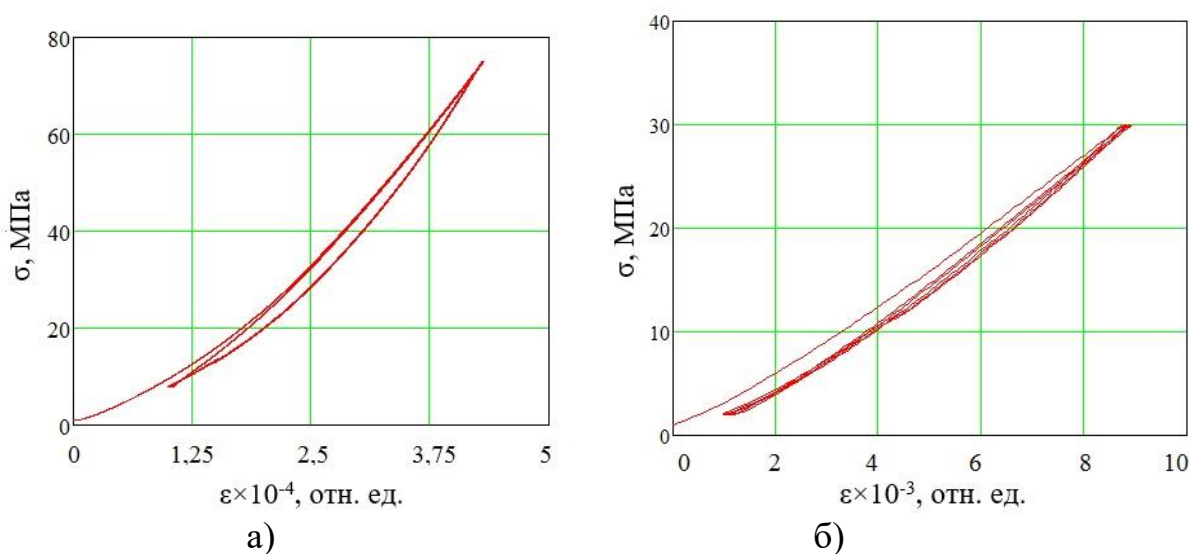


Рисунок 1 – Диаграммы деформирования (σ , МПа от ϵ , отн. ед.), построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005: а) образца гранит (красный); б) образца мрамор

Измерение и определение напряжений и деформаций в образцах горных пород является важным этапом в данном исследовании упруго–пластических свойств. Испытательная машина, применяемая для экспериментов, позволяет создавать нагрузки на образец по заданной

программе и измерять его деформацию, что позволяет строить графики зависимостей и определять упругие параметры исследуемых материалов.

Для сопоставления поведения пород различных генотипов при проявлении упругого гистерезиса были построены сводные диаграммы деформирования для представительных образцов серий в осях «относительное напряжение – относительная деформация» (рис. 2).

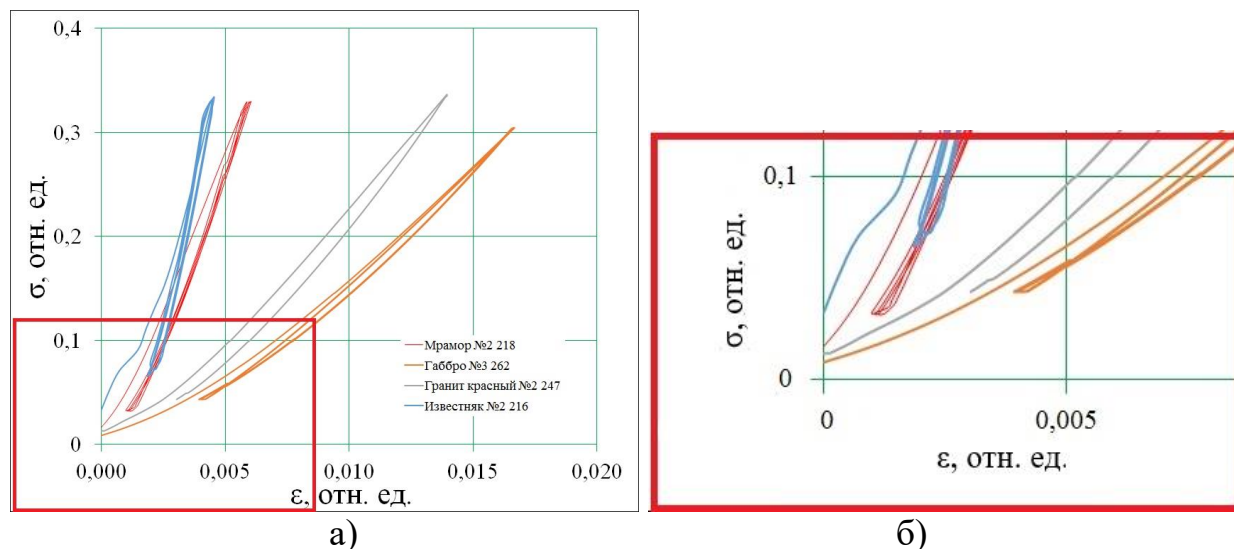


Рисунок 2 – Сводные диаграммы деформирования (σ , отн. ед. от ϵ , отн. ед.), построенные по результатам испытаний методом DIN EN 14580–2005 (а) и начальная нелинейная область сводных диаграмм деформирования (б)

Далее представлены результаты и обсуждения экспериментальных исследований упругих свойств 7 представительных образцов горных пород различных генотипов. Описаны 4 группы образцов горных пород: известняк, мрамор, гранит и габбро.

В результате циклических испытаний на сжатие образцов горных пород обнаружено, что петля упругого гистерезиса у известняка и мрамора шире, чем у гранита и габбро. Эти результаты указывают на разное проявление структурной нелинейности пород различных генотипов, определяемой надмолекулярной внутренней структурой горных пород (дислокациями, микротрещинами, локальными внутренними напряжениями и т.д.). В принципе, определено, что единообразный процесс формирования

петли упругого гистерезиса у различных пород сопровождается этапами изменений структуры. Оценка гистерезисной нелинейности может быть выполнена с использованием различных методов, включая лабораторные испытания как в данной работе. Лабораторные испытания включали циклическое нагружение и разгрузку образцов горных пород и измерение соответствующих деформаций и напряжений. Это позволяет определить гистерезисные кривые и оценить степень их нелинейности.

Проанализированы приближенные аналитические решения для описания статических испытаний в средах с гистерезисной нелинейностью произвольной степени полинома «n», так называемой «классической» нелинейностью в соответствии с формулой (1). При этом с помощью полученного аналитического решения проведена оценка степени и параметров гистерезисной нелинейности образцов горных пород различного генотипа.

$$\sigma(\varepsilon) = E_{1st} \cdot \varepsilon + E_{2st} \cdot \varepsilon^2 + \dots + E_{nst} \cdot \varepsilon^n \quad (1)$$

Определяя нелинейные параметры гистерезисной нелинейности горных пород, возрастающей при появлении признаков процесса разрушения, можно косвенно оценивать дефектность структуры. Изменения структуры можно проследить с помощью неразрушающих методов исследований.

В процессе испытаний были построены графики зависимости «напряжения–деформация», представленные на рисунке 2, по которым установлены области, где проявляются их нелинейные особенности. В работах Ю.П. Стефанова и М.Л. Качанова установлено, что нелинейность на начальном участке графика обусловлена особенностями работы испытательной машины в случае неидеальной формы и состояния граней образца, а также наличием «приоткрытых» трещин в породе. После приложения существенного усилия на образец практически все такие трещины смыкаются и далее порода ведет себя как сплошное тело. Далее идет участок диаграммы деформирования разной степени нелинейности для

гранита, габбро, мрамора и известняка, в диапазоне которого определяют параметры упругого гистерезиса.

Соответственно микромеханическому подходу, при формировании упругого гистерезиса часть энергии деформирования, распространяясь в образце горной породы, предположительно расходуется на выделение тепла и на создание новой площади поверхности трещины, что приводит к изменению плотности распределения трещин.

В мелкозернистых породах при деформировании наблюдается в основном внутризеренная деформация и рост микротрещин без каких-либо качественных изменений микроструктуры.

В крупнозернистых породах наблюдаются деформации, при которых происходят качественные видоизменения их структуры.

При сжатии жесткость геоматериала непрерывно увеличивается во время нагрузки и постепенно уменьшается во время разгрузки. Изменение нелинейности кривых «напряжения–деформация» сжатия между нагрузкой и разгрузкой может быть связано с ростом трещин при нагрузке и их закрытием (схлопыванием) при разгрузке.

В *третьей главе* представлена теоретическая модельная часть исследований упругого гистерезиса горных пород.

Результаты механических испытаний образцов горных пород различных генотипов (диаграммы деформирования) позволяют определить параметры упругих свойств (различные модули упругости). Принятая модель на основе теории упругости (Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.) соотношения напряжение – деформация, описывающая гистерезисную нелинейность поликристаллических сред имеет вид:

$$\sigma(\varepsilon) \approx E_{1st}(\varepsilon) \cdot \Delta\varepsilon + \frac{1}{2} E_{2st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon^2 = E_{st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon \cdot [1 - H_{st}(\varepsilon) \cdot \varepsilon] \quad (2)$$

где σ – напряжение, МПа,

ε – относительная деформация, отн. ед.,

$E_{1st}(\varepsilon_0) = \frac{\partial \sigma(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ – статический модуль Юнга второго порядка, МПа,

$E_{2st}(\varepsilon_0) = \frac{\partial^2 \sigma(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2}$ – статический модуль Юнга третьего порядка, МПа.

H_{st} – нелинейный статический параметр упругого гистерезиса, отн. ед.,

$$H_{st} = \frac{-E_{2st}}{2 \cdot E_{1st}}.$$

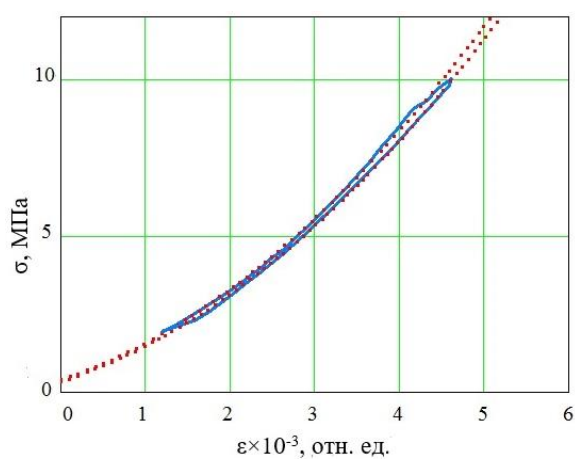
В принципе, H_{st} характеризует соотношение между модулями Юнга третьего и второго порядка, чем оно больше, тем петля упругого гистерезиса шире, что обуславливает дефектность структуры горных пород.

Определенные в ходе экспериментов данные дают возможность провести аналитическое исследование и определить коэффициенты математической модели. Эта модель позволяет учитывать особенности поведения горной породы в зависимости от прилагаемых нагрузок и условий испытаний.

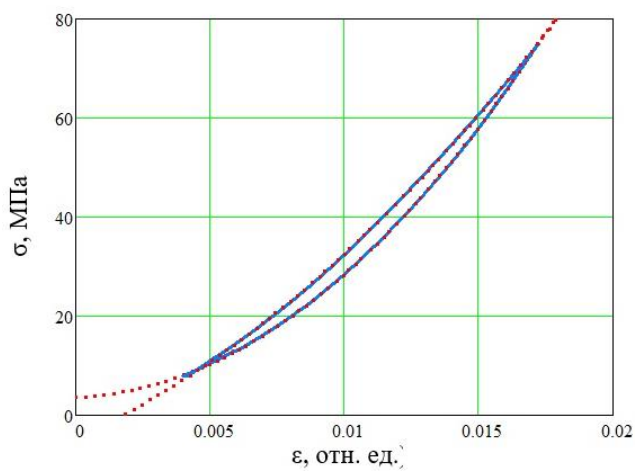
Были рассмотрены закономерности изменений коэффициентов полиномов в соответствии с предполагаемой трансформацией внутренней структуры горных пород.

Исходные значения статического нелинейного параметра упругого гистерезиса H_{st} зависят от наличия дефектов и их плотности, зернистости и состояния межзеренного пространства. При возрастании деформации установлено различное увеличение статических нелинейных параметров серий образцов горных пород различных генотипов. При этом следует отметить, что наименьшее возрастание наблюдается для мелкозернистых пород (с наибольшей нелинейностью на начальном этапе деформирования).

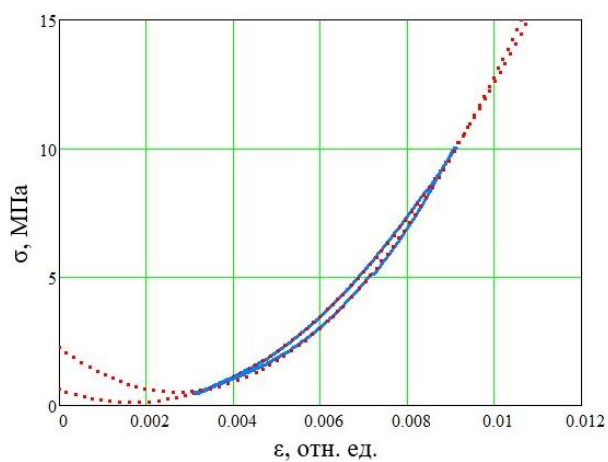
По экспериментальным зависимостям на основе полиномиальных моделей 2-ого порядка были рассчитаны статические нелинейные параметры H_{st} упругого гистерезиса всех образцов горных пород. Сравнение экспериментальных и расчетных (модельных) кривых представлено на рисунке 3.



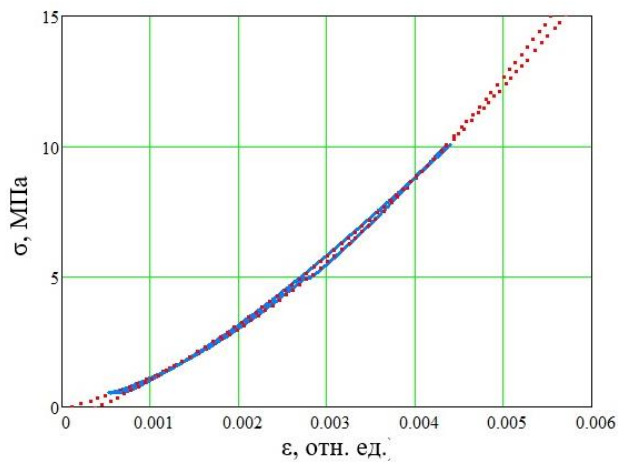
а)



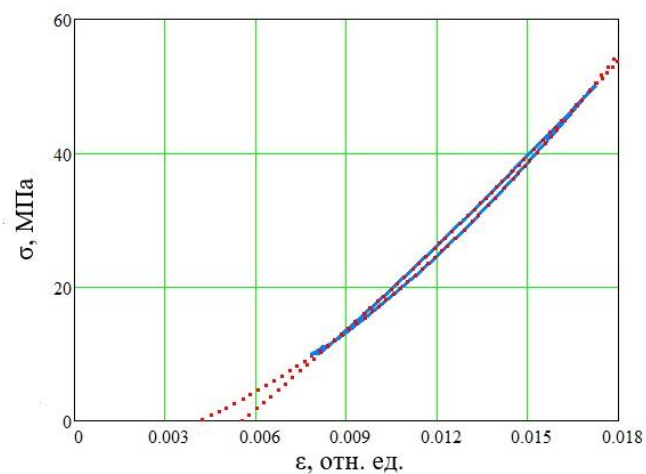
б)



в)



г)



д)

Рисунок 3 – Экспериментальная (красная сплошная) и расчетная (синяя пунктирная) петли упругого гистерезиса: а) образца габбро; б) образца гранита; в) образца мрамора; г) образца известняка; д) образца гранита серого

Представленные на графиках кривые показывают, что при повороте на разгрузку упругие деформации больше, чем при нагружении, что соответствует явлению гистерезиса. Как видно из рис. 2 петля гистерезиса на первом цикле испытания не замыкается, это означает, что циклическая нагрузка создает некоторые остаточные деформации в образце горной породы. Также следует отметить, что последующие петли будут тесно расположены в одном месте, становятся почти линейными, что свидетельствует об устойчивом напряженно–деформированное состояние образца. В данном состоянии физически корректно определять параметры упругих свойств образца горной породы, и также проводить аналитическое исследование на основе экспериментальных данных.

Результаты обработки экспериментальных данных приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Параметры моделей упругого гистерезиса

Наименование образца породы	Значения нелинейных параметров			
	E_{1st} , ГПа	E_{2st} , ГПа	R^2	H_{st} , отн.ед.
Гранит красный №2 247	2,98	192,43	0,99	–32,31
Габбро №1 221	2,66	223,05	0,99	–41,85
Габбро №1 220	2,45	273,84	0,99	–55,78
Гранит серый №5 261	0,91	137,06	1	–75,12
Мрамор №2 217	1,79	286,54	0,99	–80,18
Известняк №3 241	8,42	339,97	0,99	–201,82
Известняк №2 216	7,63	400,44	0,99	–262,39

Проведен анализ нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород. Экспериментальные результаты исследования упругого гистерезиса показывают, что ширина гистерезисной петли зависит от степени структурной неоднородности. Наиболее явный гистерезис демонстрируют известняк и гранит красный. Испытания показали, что неоднозначность зависимости $\sigma(\epsilon)$ гранита красного связана с зернистостью, межзеренным пространством и микротрещиноватостью.

Из данных, приведенных в таблице 2, видно, что упругий гистерезис пород различных генотипов имеет свои особенности, о чем свидетельствует набор коэффициентов математической модели упругого гистерезиса,

обладающий своими диапазонами значений и знаками, присущими только этому генотипу пород.

При испытании образцов горных пород прежде всего обнаружено, что приблизительно с самого начала нагрузки проявляются остаточные деформации. Поэтому при разгрузке образца кривая расположена ниже кривой нагрузки. Таким образом, сформировавшаяся петля упругого гистерезиса характеризует количество энергии, которая поглощается геоматериалом за один цикл нагрузки и разгрузки. Явление гистерезиса важно в условиях знакопеременных нагрузок, при которых из-за внутреннего трения появляются микротрещины, ведущие к ослаблению геоматериала.

Площадь петли упругого гистерезиса (см. таблицу 3) является только одним из многих параметров, характеризующих упругие свойства горных пород. Для полного понимания этих свойств необходимо учитывать и другие факторы, такие как плотность, пористость, минеральный состав и т.д.

Таблица 3 – Значения относительных площадей петель упругого гистерезиса образцов горных пород

№ п.п.	Наименование образца	Относительная площадь
1	Известняк №3 241 (33%)	$2,58 \cdot 10^{-7}$
2	Мрамор №1 239 (10%)	$4,17 \cdot 10^{-7}$
3	Мрамор №2 218 (33%)	$7,87 \cdot 10^{-7}$
4	Гранит серый №5 261 (20%)	$8,46 \cdot 10^{-7}$
5	Габбро №1 221(20%)	$8,88 \cdot 10^{-7}$
6	Габбро №3 262 (33%)	$18,23 \cdot 10^{-7}$
7	Гранит красный №2 247 (33%)	$65,71 \cdot 10^{-7}$

Площадь петли упругого гистерезиса может использоваться в качестве прогностического параметра для оценки разрушения образцов горных пород. Большая площадь петли может указывать на большую потерю энергии и, соответственно, на более интенсивное разрушение материала при циклическом нагружении.

Для анализа результатов исследований и расчета петель упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов были измерены относительные площади.

Площадь петли является мерой энергии, потерянной в процессе циклической деформации материала. Относительная площадь петли показывает, насколько какую часть энергии поглощает материал при каждом следующем цикле деформации по сравнению с первоначальным.

Из полученных данных видно, что образцы с наибольшей площадью петли и относительной площадью – Гранит красный №2. Это говорит о том, что данный образец поглощает больше энергии при каждом цикле деформации по сравнению с другими образцами.

На втором месте по относительной площади петли находится Габбро №3, а на третьем – Мрамор №2. Оба образца также обладают высокой способностью поглощать энергию.

Образцы Известняк №3 и Мрамор №1 имеют наименьшие площади и относительные площади петель, что говорит о их низкой способности поглощать энергию при циклической деформации.

Таким образом, результаты исследований и расчета петель упругого гистерезиса позволяют сделать вывод о различной способности образцов горных пород различных генотипов поглощать энергию при циклической деформации.

Образцы с наиболее неоднородной структурой имеют существенное различие величин соответствующих нелинейных параметров. Данный факт позволяет предположить, что нелинейные параметры таких образцов значительно зависят от исходного состояния пород, в том числе от генотипа.

В ходе исследований была использована математическая модель пространства Прейсаха–Майергойца (ПМ–модель) для систем с гистерезисом, которая также позволяет оценить упругий гистерезис физической системы.

Модель основана на предположении, что упругие свойства образца горной породы является результатом интегрального отклика большого количества (порядка 10^{12} на кубический сантиметр породы) отдельных упругих микроструктурных элементов (межзеренные границы,

микротрещины и т.п.), приблизительно, каждый из которых может демонстрировать гистерезисное поведение. Для микроструктурных элементов физической системы в ПМ–модели, называемых гистеронами, свойственно два состояния – закрытое с длиной l_c и открытое с длиной l_o . Зависимость изменения длины гистерона от прилагаемого напряжения представлена на рисунке 4. Для процесса деформирования при сжатии напряжение закрытия σ_c больше напряжения открытия σ_o .

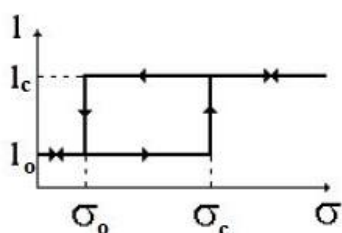


Рисунок 4 – График зависимости изменения длины гистерона от напряжения [Красносельский М.А., Покровский А.,1983]

В соответствии с моделью Прейсаха–Майергойца с использованием матричного подхода (матрицы $N \times N$) были построены распределения гистеронов в ПМ–пространстве для пород различных генотипов, представленные как графическое представление на рисунке 4. В этом пространстве элементы, проявляющие гистерезис, представлены как ячейки в области над диагональю, на самой диагонали расположены безгистерезисные элементы.

Принцип построения ПМ–пространства заключается в выражении разности деформаций по ветвям нагрузки и разгрузки образца через функцию плотности $\rho(\sigma_c, \sigma_o)$ распределения гистеронов по напряжениям. Для расчета плотности $\rho(\sigma_c, \sigma_o)$ был применен метод «экспоненциального ослабления» $\rho(i, k) = \rho(i, i-1) \cdot e^{-\alpha(i-1-k)}$, где $k=0 \dots i-1$, а α – коэффициент ослабления, представленные для каждой породы в таблице 4.

Из рисунка 5 также видно, что каждый генотип пород обладает своим видом распределения гистеронов в ПМ–пространстве.

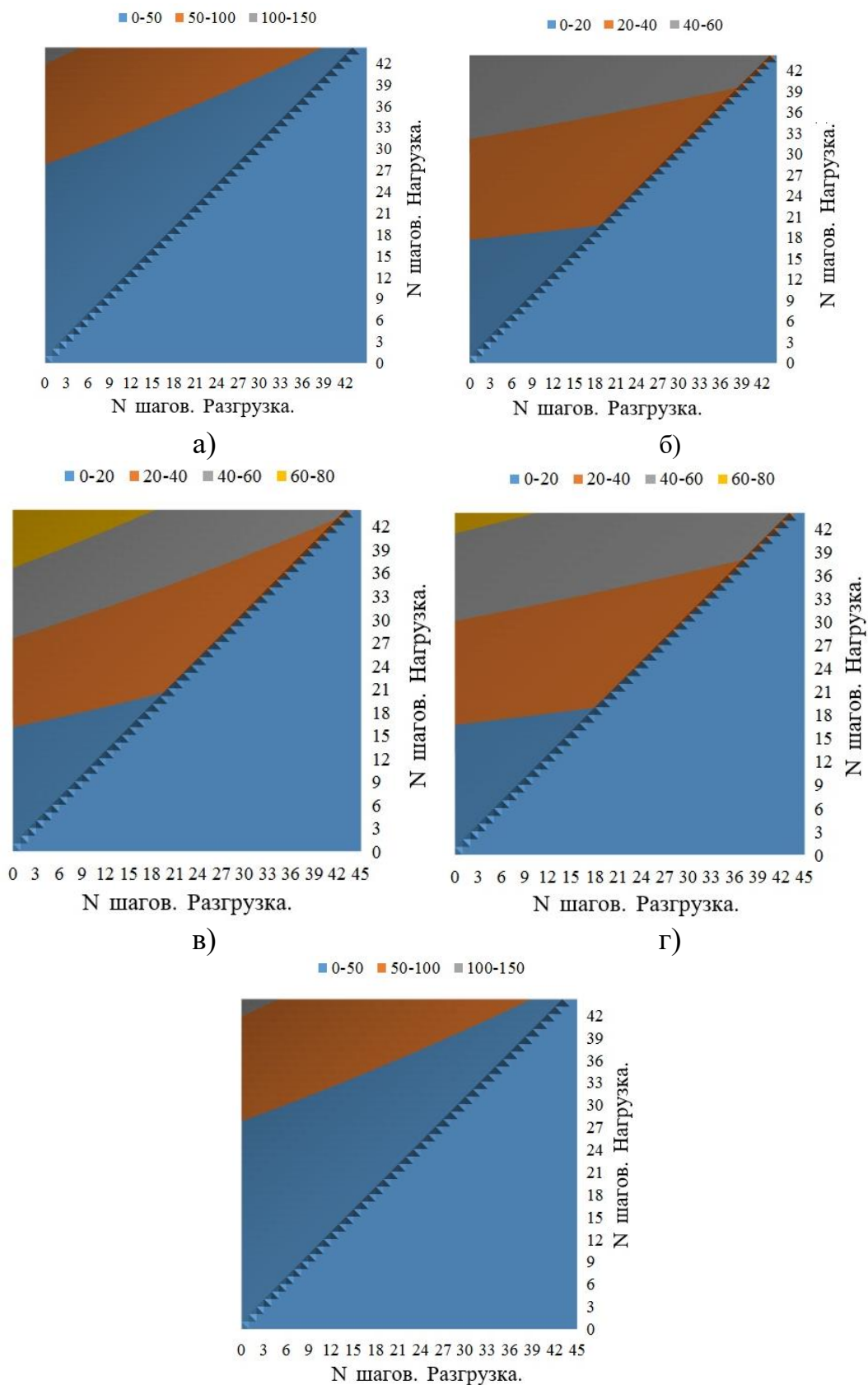


Рисунок 5 – Плотность распределения гистеронов в ПМ–пространстве по напряжениям нагрузки σ_s , МПа и разгрузки σ_o , МПа образцов: а) – гранит красный, $\sigma_{\max} = 75$ МПа; б) – мрамор, $\sigma_{\max} = 30$ МПа ; в) – габбро, $\sigma_{\max} = 70$ МПа, г) – известняк, $\sigma_{\max} = 30$ МПа; д) гранит серый, $\sigma_{\max} = 50$ МПа

N шагов. Разгрузка. N шагов. Нагрузка. Для исследованных образцов общее количество гистеронов в единице объема образца составляет порядка 10^7 – 10^8 . В ПМ–пространстве (см. рис. 5) можно увидеть, что плотность гистеронов больше вдали от диагонали и при максимальных напряжениях, что означает значительное отличие напряжений разгрузки σ_o от напряжений при нагрузке σ_c .

Модель ПМ–пространства обосновывает наличие начальных трещин, которые в процессе нагрузки смыкаются, и их объемная плотность уменьшается.

Проверка справедливости построения модели Прейсаха–Майергойца для образцов горных пород основана на решении прямой задачи – по известной функции плотности гистеронов $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ был произведен расчет статических модулей второго порядка E_{st} . Определение E_{st} проводилось по специально разработанному алгоритму в среде MathCAD. Если есть матрица значений $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ для каждого значения i , то можно вычислить модули упругости при разгрузке $E_{st,o}$ по формуле:

$$E_{st,o}^{-1}(i) = K \cdot \sum_{n=0}^i \rho(i, n) \quad (3),$$

где K – коэффициент пропорциональности, определяемый шагом по напряжению, разностью длин гистеронов в открытом и закрытом состоянии, нормировкой функции плотности распределения и т.п.

На рисунке 6 точки показывают значения модуля упругости, рассчитанные по экспериментальным данным $\sigma(\epsilon)$ для образцов горных пород с помощью пояснительного выражения для расчета модуля 2–ого порядка к формуле (2). Сплошная линия показывает значения модуля упругости, рассчитанные по формуле (3).

По графикам можно судить о том, что соответствие рассчитанных и экспериментальных зависимостей $E_{st,o}(\sigma_o)$ удовлетворительное.

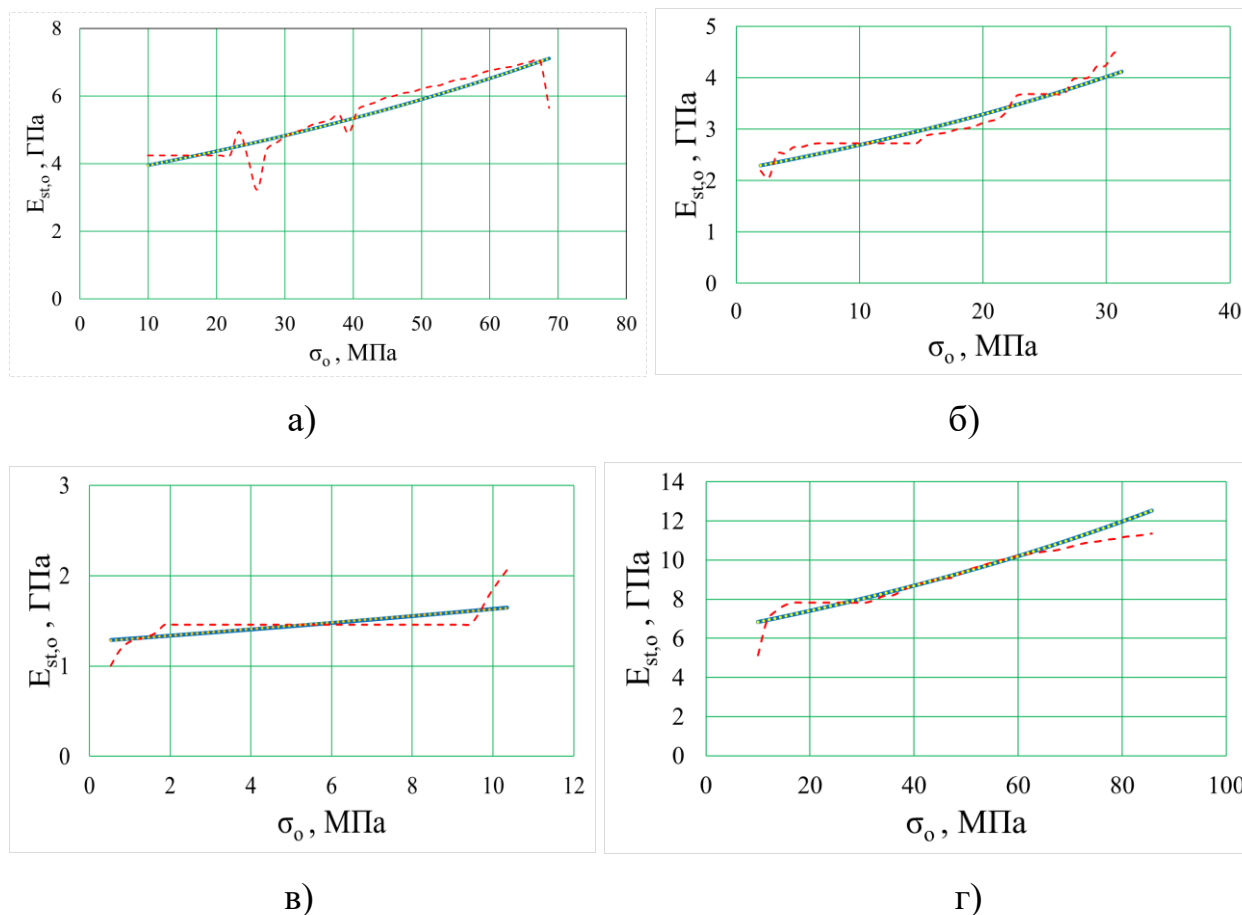


Рисунок 6 – Зависимость статического модуля упругости от напряжения при разгрузке: а) образца габбро №3 262; б) образца мрамора №2 218; в) образца известняка №3 241; г) образца гранита (красного) №2 247.

Экспериментальная кривая – штриховая линия; экспоненциальная аппроксимация экспериментальной кривой – точки; сплошная кривая – расчетная по функции $\rho(\sigma_0, \sigma_c)$

Соответствующие коэффициенты α – параметр метода, называемый коэффициентом ослабления, и K в функции (3) представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Коэффициенты ослабления α и пропорциональности K для образцов горных пород

№ п.п.	Наименование образца	α	K
1.	Габбро №3 262	0,01	120
2.	Мрамор №2 218	0,02	66
3.	Известняк №3 241	0,025	31,5
4.	Гранит (красный) №2 247	0,008	190

Таким образом, математическая модель ПМ–модель с помощью статистического ансамбля гистеронов удовлетворительно представляет структурные особенности и упругий гистерезис образцов горных пород, имеющего многоуровневую внутреннюю структуру.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация является законченной научно–квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором теоретических и экспериментальных исследований на образцах горных пород различных генотипов решена актуальная научная задача определения статических нелинейных параметров упругого гистерезиса и установления взаимосвязи этих параметров со структурными характеристиками пород, что имеет важное значение для развития механики горных пород.

Основные научные и практические результаты, полученные лично автором:

1. Проведен аналитический обзор исследований в области определения нелинейных параметров упругих свойств горных пород, а также обзор теоретических подходов к моделированию упругого гистерезиса горных пород.

2. Обоснована возможность применения методики проведения эксперимента для определения нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород статическим методом по стандарту DIN EN 14580–2005.

3. Получено математическое описание моделей упругого гистерезиса горных пород различного генотипа.

4. Обосновано применение математической модели Прейсаха–Майергойца для описания упругого гистерезиса горных пород.

5. Построены плотности распределения гистеронов в ПМ–пространстве для пород различных генотипов.

6. Разработана «Методика определения нелинейных параметров упругого гистерезиса образцов горных пород различных генотипов».

Основные положения диссертационного исследования изложены в следующих опубликованных работах:

В изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ

1. Винников В.А., Высотин Н.Г. Методика проведения испытаний по определению статического модуля упругости горных пород с использованием результатов лазерно–ультразвуковой спектроскопии» // Горный информационно–аналитический бюллетень (научно–технический журнал). – 2018. – №1 (спец. выпуск №1). – С. 90–101.

2. Высотин Н.Г. Нелинейные особенности упругого гистерезиса образцов горных пород при циклическом одноосном нагружении // Горный информационно–аналитический бюллетень (научно–технический журнал). – 2021. – №4/1. – С. 148–157. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_41_0_148.

3. Высотин Н.Г. Упругий гистерезис горных пород различных генотипов // Горный информационно–аналитический бюллетень (научно–технический журнал). — 2022. — № 5—2. — С. 72—79. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_52_0_72.

4. Высотин Н.Г., Винников В.А. Опыт построения модели упругого гистерезиса горных пород различных генотипов на основе теории Прейсаха // Горный информационно–аналитический бюллетень (научно–технический журнал). – 2023. – № 11. – С. 5–16. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_11_0_5.

В прочих изданиях

5. Высотин Н.Г. Исследование изменения структуры образцов горных пород в условиях упругого гистерезиса с применением метода лазерно–ультразвуковой структуроскопии // Труды XXXII сессии Российского акустического общества. Москва. 14–18 октября 2019 г. ООО «Издательство ГЕОС». С. 986–991. ISBN 978–5–:89–118–802–0.

6. Высотин Н.Г., Галченко Ю.П., Винников В.А., Еременко В.А. Определение нелинейных параметров упругих свойств горных пород при исследовании геомеханических процессов // Инженерная физика. 2020. № 7. С. 33–38 DOI: 10.25791/infizik.07.2020.1147.

7. Высотин Н.Г. Упругий гистерезис горных пород различных генотипов // Горнодобывающая промышленность в 21 веке: вызовы и реальность. Сборник тезисов докладов международной научно-практической

конференции, посвященной 60-летию института "Якутнипроалмаз" АК
"АЛРОСА". Мирный, 2021. С. 59-60.