

На правах рукописи

Григорьев Алексей Дмитриевич

**Поверхностные состояния  
атомов гелия и нейтронов над жидким гелием**

Специальность 01.04.07 "физика конденсированного состояния"

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Самара 2016

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Самарский Государственный Университет" на кафедре общей и теоретической физики

Научный руководитель: **Александр Федорович Крутов,**  
доктор физико-математических наук,

Официальные оппоненты: **Александр Игоревич Сафонов,**  
доктор физико-математических наук,  
начальник лаборатории Национального  
исследовательского центра  
"Курчатовский институт"

**Виктор Борисович Ефимов,**  
доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник ФГБУН  
"Институт физики твердого тела РАН"

Ведущая организация: ФГБОУВО "Московский государственный  
университет имени М.В.Ломоносова"

Защита состоится 13.04.2017 г. в час. мин. на заседании диссертационного совета Д 212.132.08 при Национальном исследовательском технологическом университете "МИСиС" по адресу: г. Москва, 119991, Ленинский проспект, д. 4,

С диссертацией можно ознакомиться на сайте  
<http://misis.ru/science/dissertations/2016/3319/> или в библиотеке  
Национального исследовательского технологического университета "МИСиС".

Автореферат разослан \_\_\_\_\_

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук

Мухин С.И.

# Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Электронные системы на поверхности жидкого гелия являются самыми чистыми электронными наносистемами в физике твердого тела и активно изучаются уже на протяжении нескольких десятилетий. По данной теме опубликовано несколько обзоров и монографий,[1, 2, 3] и данная система продолжает оставаться актуальной темой исследований. Локализованные электронные состояния на поверхности жидкого гелия являются перспективным кандидатом для реализации управляемой системы квантовых битов [4, 5, 6, 7, 8, 9]. С помощью электронов на поверхности жидкого гелия изучаются многие фундаментальные свойства низкоразмерных электронных систем. В частности, на поверхности жидкого гелия впервые наблюдалась вигнеровская кристаллизация двумерного электронного газа. Различные возбуждения на поверхности жидкого гелия определяют время когерентности поверхностных электронов. Поэтому предложенное в диссертации исследование относительно нового типа поверхностных возбуждений – отдельных атомов гелия на квантовых поверхностных уровнях (сурфонов) – важно и актуально. Кроме влияния на поверхностные электронные состояния, новый тип поверхностных возбуждений изменяет фундаментальные физические свойства поверхности жидкости. Например, они дают главный вклад в температурную зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкого гелия [10, 11]. Сильная температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкого гелия оставалась загадкой на протяжении более 20 лет как для гелия 4 [12], так и для гелия 3 [13], и новый тип поверхностных возбуждений впервые позволил ее объяснить. Результаты работы важны для понимания фундаментальных физических свойств поверхности жидкости, в особенности жидкости при низкой температуре, а также для применения электронных состояний вблизи поверхности жидкого гелия в квантовых электронных приборах. В частности, сурфоны приводят к сильной температурной зависимости и к уменьшению коэффициента поверхностного натяжения жидкостей, к изменению спектра поверхностных волн, к увеличению скорости испарения жидкости и к многим другим эффектам. Например, сурфоны приводят к рассеянию поверхностных электронов, к сдвигу

и уширению линии перехода электронов между квантовыми состояниями на поверхности диэлектрических сред, и к уменьшению времени декогерентности электронов в квантовых битах при их реализации на квантовых точках на поверхности жидкого гелия. Полученные результаты позволяют глубже понять структуру поверхности криогенной жидкости. Поверхность криогенной жидкости позволяет также предложить эффективный и недорогой способ создания ловушек для ультрахолодных нейтронов. Такие локализованные нейтронные квантовые состояния, кроме возможностт более точного измерения времени  $\beta$ -распада нейтронов (что важно для уточнения параметров различных теорий элементарных частиц и их взаимодействий), также дают уникальную возможность экспериментального измерения гравитационного поля на малых масштабах длины и дискретных квантовых уровняй нейтронов в гравитационном поле.[24, 25, 26, 27] Приведенные в последней главе диссертации теоретические оценки времени рассеяния ультрахолодных нейтронов на различных поверхностных возбуждениях, в том числе и на исследованных в первых главах диссертации сюрфонах, позволяют обосновать перспективность таких нейтронных ловушек и дать теоретические оценки потерь и уширения уровней энергии нейтронов в такой системе.

**Цель диссертационной работы** Целью диссертационной работы является построение теоретической модели новых типов поверхностных возбуждений жидкости существующих при низких температурах - связанного состояния атома жидкости над поверхностью жидкости (сюрфона) и исследование его влияния на физику поверхности. В частности использование построенной модели для объяснения аномальной температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения обоих изотопов жидкого гелия, и для изучения процессов рассеяния на поверхности жидкого гелия. Целью диссертационной работы также является подробное изучение связанных состояний ультрахолодных нейтронов в гравитационном поле над отталкивающей их поверхностью жидкого гелия четыре, включая процессы их рассеяния на различных поверхностных возбуждениях, для теоретического обоснования перспективности такой системы для

нейтронных ловушек. Для достижения поставленной цели решаются следующие **основные задачи**:

- Теоретическое обоснование существования нового типа возбуждений (сюрфонов) на поверхности жидкости при низких температурах.
- Построение микроскопической модели связанного состояния атома (сюрфона) над поверхностью жидкости.
- Расчет энергии активации и оценка эффективной массы сюрфоной, в приближении одиночных сюрфонов.
- Объяснение температурной зависимости коэффициента поверхностного напряжения обоих изотопов жидкого гелия, в рамках сюрфонной теории.
- Учет сюрфон-риплонного взаимодействия. Оценка времени жизни сюрфона по основному каналу распада.
- Изучение взаимодействия сюрфонов между собой, в рамках приближения парного взаимодействия.
- Теоретическое обоснование существования новой системы – связанного состояния ультрахолодных нейтронов в гравитационном поле на поверхности жидкого гелия 4.
- Построение микроскопической модели связанного состояния ультрахолодных нейтронов в гравитационном поле над поверхностью жидкого гелия 4.
- Оценка времени жизни связанного состояния ультрахолодных нейтронов в гравитационном поле над поверхностью жидкого гелия 4 по всем каналам рассеяния, сравнение результата с временем  $\beta$ -распада нейтрана и обсуждение перспектив и экспериментальных реализаций ловушек ультрахолодных нейтронов на поверхности жидкого гелия 4.

**Научная новизна** Научная новизна диссертации заключена в том, что впервые

- Теоретически обосновано существование нового типа возбуждений (сюрфонон) на поверхности жидкости при низких температурах).
- Построена микроскопическая модель связанного состояния атома (сюрфонона) над поверхностью жидкости.
- Вычислена энергия активации и приведена оценка эффективной массы этого нового типа поверхностных возбуждений в приближении одиночных сюрфонов.
- Приведен расчет температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения обоих изотопов жидкого гелия, в рамках сюрфонной теории, с учетом экспериментальных данных по температурной зависимости объемного химического потенциала жидкого гелия.
- Получена оценка времени жизни сюрфона по основному каналу распада: испарению атома с поверхности жидкости из-за сюрфон-риплонного взаимодействия.
- Исследовано влияние взаимодействия сюрфонов между собой, в рамках приближения парного взаимодействия, на их вклад в температурную зависимость коэффициента поверхностного натяжения.
- Теоретически обосновано существование связанного состояния ультрахолодного нейтрона в гравитационном поле над поверхностью жидкого гелия 4.
- Получена оценка времени рассеяния ультрахолодного нейтрона над поверхностью жидкого гелия 4 на различных типах возбуждений как функция температуры.

**Достоверность полученных результатов** Полученные результаты получены на основе строгих теоретических расчетов и согласуются с экспериментальными данными и с результатами других вычислений, где перекрываются их области применимости. Это подтверждает достоверность полученных результатов.

**Научная и практическая значимость результатов** Полученные результаты имеют большое значение для классификации поверхностных возбуждений жидкости при низкой температуре. Эти результаты также важны для понимания фундаментальной структуры поверхности жидкости и для анализа экспериментальных данных по изучению структуры поверхности жидкости на основе рассеяния рентгеновского излучения, электронов, нейtronов и нейтральных атомов на поверхности жидкости. Полученные результаты также важны для исследования свойств двумерной электронной системы на поверхности жидкого гелия. Такая электронная система используется для моделирования многих низкоразмерных электронных систем в физике твердого тела и интересна для реализации системы квантовых битов с большим временем декогерентности. Также, полученные результаты имеют значение для создания относительно недорогих нейтронных ловушек и исследования гравитационного поля на малых масштабах длины.

**Основные результаты** На защиту выносятся следующие результаты

- Теоретическое обоснование существования дискретного квантового квазистационарного уровня энергии атомов гелия над поверхностью жидкого гелия. Этот уровень соответствует дополнительному типу поверхностных возбуждений (сюрфонов) изотопически чистого жидкого гелия 4 или гелия 3 и вносит существенный вклад в термодинамику поверхности криогенной жидкости.
- Наглядная микроскопическая модель связанного состояния атома (сюрфона) над поверхностью жидкости, которую удобно использовать для расчетов его влияния на физически наблюдаемые эффекты.

- Теоретические оценки энергии активации и эффективной массы сюрфонов.
- Количественное описание температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения обоих изотопов жидкого гелия в рамках предложенной модели.
- Исследование взаимодействия сюрфонов с квантами поверхностных волн (риплонов). Оценка времени жизни сюрфона как возбуждения по основному каналу распада при конечной температуре – переходу атома гелия в непрерывный спектр атомов пара (испарению).
- Оценка вклада в термодинамику поверхности от взаимодействия сюрфонов между собой в рамках приближения парного взаимодействия.
- Теоретическая модель квантовых состояний ультрахолодных нейтронов на поверхности жидкого гелия. В рамках этой модели теоретические оценки скорости рассеяния нейтронов в этих состояниях на различных возбуждениях поверхности жидкого гелия и на атомах пара гелия. Обоснование возможности и преимуществ использования поверхности жидкого гелия для ловушек ультрахолодных нейтронов.

**Апробация работы** Работа была представлена диссертантом во время устных докладов на пяти научных конференциях:

- 1). XI Всероссийская Конференция молодых ученых "Проблемы физики твердого тела и высоких давлений (10-19 сентября 2010, г. Сочи, Россия).
- 2). XI Всероссийская молодежная школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-11), (15 – 21 ноября 2010, г. Екатеринбург, Россия).
- 3). XIII Всероссийская Конференция молодых ученых "Проблемы физики твердого тела и высоких давлений (12-21 сентября 2014, г. Сочи, Россия).
- 4). "The XXII International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (24 июня – 1 июля 2015, г. Самара, Россия).
- 5). "XXXVII международная конференция по физике низких температур"(29 июня - 3 июля 2015, г. Казань, Россия).

Работа также докладывалась соавторами на многочисленных российских и зарубежных конференциях и научных семинарах в институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, в институте физики высоких давлений РАН, в институте Луи Ланжевена (Гренобль, Франция), в институте Нееля в национальном исследовательском центре Франции (CNRS).

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, приложений, заключения, и списка литературы.

## Содержание работы

**Первая глава** диссертации дает общее введение. В этой главе **введение** кратко обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель диссертационной работы и ее научная новизна, кратко изложена научная и практическая значимость результатов, апробация работы и публикации, а также сформулированы основные результаты диссертации. В **подразделе 1.8** этой главы приведены обзор достижений в данной области и мотивация исследований. В частности, введено понятие сурфона как связанного состояний атомов вблизи поверхности жидкого гелия и описаны эксперименты и численные расчеты, подтверждающие существование этого нового типа поверхностных возбуждений. Даётся мотивация исследования поведения ультрахолодных нейтронов на поверхности жидкого гелия.

Во **второй главе** диссертации предлагается и исследуется квантовая модель сурфонов – нового типа поверхностных возбуждений. Эта модель рассматривает атом пары гелия вблизи поверхности жидкого гелия, который взаимодействует с атомами жидкости потенциалом Леннарда-Джонса в приближении непрерывной среды.

В **подразделе 2.1** проводится первичная оценка энергии активации связанных состояний атомов жидкого гелия (сурфонов) над поверхностью жидкого гелия.

Взаимодействие между двумя атомами гелия может быть описано потенци-

алом Леннарда-Джонса[18]

$$V_{LJ}(r) = 4\epsilon_0 \left[ (\sigma_0/r)^{12} - (\sigma_0/r)^6 \right], \quad (1)$$

где коэффициенты  $\epsilon_0 = 10.22K$  и  $\sigma_0 = 2.556\text{\AA}$  одинаковы для обоих изотопов гелия и известны из экспериментального исследования рассеяния атомов гелия. Решение одномерного уравнения Шредингера для частиц с массами  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{He}$  **доказывает существование** таких поверхностных дискретных уровней для обоих изотопов гелия, и дает значение энергии этих уровней в нулевом приближении:

$$E_{s0}^{He4} \approx -1.24K, \text{ и } E_{s0}^{He3} \approx -0.342K, \quad (2)$$

В подразделе 2.2 грубо оценивается влияние лунки под сюрфоном на эффективную массу и энергию активации сюрфона.

Полученная оценка для высоты лунки и поправки к энергии активации (от выигрыша энергии из-за образования лунки):

$$h_4 \approx 1\text{\AA} \text{ и } \Delta E_s^{He4} \approx -1.2K. \quad (3)$$

Для  ${}^3\text{He}$

$$h_3 \approx 1.2\text{\AA} \text{ и } \Delta E_s^{He3} \approx -0.73K. \quad (4)$$

Оценка для эффективной массы сюрфона:

$$M_4^* \approx 3M_4^0, \text{ и } M_3^* \approx 2M_3^0. \quad (5)$$

Сюрфоны могут распространяться вдоль поверхности и имеют квадратичный закон дисперсии вдоль плоскости поверхности:

$$\varepsilon(k) = E_s + k^2/2M^*, \quad (6)$$

где  $k$  есть двумерный импульс сюрфонов вдоль поверхности, а энергия сюрфонов  $E_s$  и их эффективная масса  $M^*$  зависят от изотопа гелия:  ${}^3\text{He}$  или  ${}^4\text{He}$ . Энергия сюрфонов  $E_s$  находится по величине между энергией атомов гелия в вакууме, принятой ниже за точку отсчета энергии  $E_{vac}^{He} = 0$ , и химическим потенциалом  $\mu$  атомов внутри жидкого гелия. Рождение сюрфона есть

термически-активационный процесс, с энергией активации

$$\Delta(T) = E_s - \mu(T). \quad (7)$$

При очень низкой температуре  $T \ll \Delta$  концентрация сюрфонов экспоненциально мала.

**В третьей главе** диссертации вычисляется температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкого гелия с учетом известной температурной зависимости химического потенциала жидкого гелия. Также, в этой главе определяются параметры сюрфона с учетом экспериментальных данных.

Вклад  $\Delta\alpha_S(T)$  двухмерного газа сюрфонов в температурную зависимость коэффициента поверхностного натяжения, равного термодинамическому потенциалу единицы площади поверхности, вычисляется по стандартной формуле[20]

$$\Delta\alpha_S(T) = \pm gT \int \ln \left[ 1 \pm \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon(k)}{T} \right) \right] \frac{d^2k}{(2\pi\hbar)^2}. \quad (8)$$

Здесь  $\mu = \mu(T)$  температурно-зависимый химический потенциал жидкого гелия,  $\varepsilon(k)$  - дисперсия сюрфонов,  $g$  спиновое вырождение ( $g = 1$  для  ${}^4\text{He}$  и  $g = 2$  для  ${}^3\text{He}$ ), знак " $\pm$ " в (8) обозначает " $-$ " для бозонов и " $+$ " для фермионов. Сюрфоны над  ${}^4\text{He}$  – это бозоны с дисперсией (6). После введения новой переменной  $z \equiv \exp[-k^2/2M^*T]$ , вклад таких сюрфонов равен

$$\Delta\alpha_4(T) = \frac{T^2 M_4^*}{2\pi\hbar^2} \int_0^1 \frac{\ln [1 - z \exp(-\Delta_4/T)]}{z} dz, \quad (9)$$

где

$$\Delta_4 \equiv \Delta_4(T) = E_s^{He4} - \mu_4(T). \quad (10)$$

Сюрфоны над жидким  ${}^3\text{He}$  являются фермионами, и из (8) мы получаем интегрированием по частям

$$\Delta\alpha_3(T) = -\frac{M_3^* T^2}{\pi\hbar^2} \int_0^1 \frac{\ln [1 + z \exp(-\Delta_3/T)]}{z} dz, \quad (11)$$

где

$$\Delta_3 \equiv \Delta_3(T) = E_s^{He3} - \mu_3(T). \quad (12)$$

Из (9),(11) мы видим, что вклад сюрфонов в  $\alpha_{3,4}(T)$ , при низких температурах, зависит от температуры экспоненциально:  $\Delta\alpha \propto T^2 \exp(-\Delta/T)$ . Для вычисления интегралов (9),(11) мы должны знать температурную зависимость химического потенциала  $\mu(T)$ , которая входит в уравнения (9) и (11) через активацационную энергию сюрфонов  $\Delta$ . В работе [14] эта зависимость учтена только для  ${}^3\text{He}$  и только качественно, используя приближенную формулу (20) в работе [14]. Для количественного анализа в широких температурных рамках мы берем зависимость  $\mu(T)$  из эксперимента. Мы используем точную формулу для химического потенциала

$$\mu(T) = \frac{F_V(T) + P(T)}{n_L(T)}, \quad (13)$$

где давление  $P(T)$  равно давлению насыщенного пара, а плотность частиц жидкости  $n_L$  определяется из экспериментальной зависимости массовой плотности. Свободная энергия на единицу объема

$$F_V(T) = \int_0^T C_V(T) dT - TS_V(T), \quad (14)$$

где теплоемкость  $C_V$  и энтропия  $S_V$  при постоянном объеме также берутся из эксперимента. Для  ${}^4\text{He}$  температурная зависимость величин  $C_V, S_V, P, n_L$ , входящих в уравнения (13) и (14), берется из работы [21]. Для  ${}^3\text{He}$  значения  $C_V(T)$  и  $S_V(T)$  берутся из работы [22], а значения давления насыщенного пара – из работы [23].

Сравнивая экспериментальные данные по температурной зависимости поверхностного натяжения с расчетной зависимостью из-за вклада сюрфонов, мы получим следующие значения активацационной энергии сюрфонов в  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{He}$ :

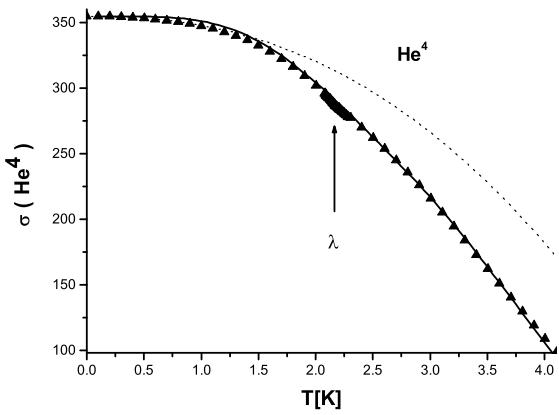
$$\Delta^{He4} \approx 2.67K, \quad \Delta^{He3} \approx 0.25K. \quad (15)$$

Соответствующие энергии основного состояния сюрфонов

$$E_s^{He4} \approx -4.5K \text{ и } E_s^{He3} \approx -2.25K. \quad (16)$$

Эффективные массы сюрфонов, получаемые из этой подгонки, равны

$$M_4^* \approx 2.65M_4^0, \text{ и } M_3^* \approx 2.25M_3^0, \quad (17)$$



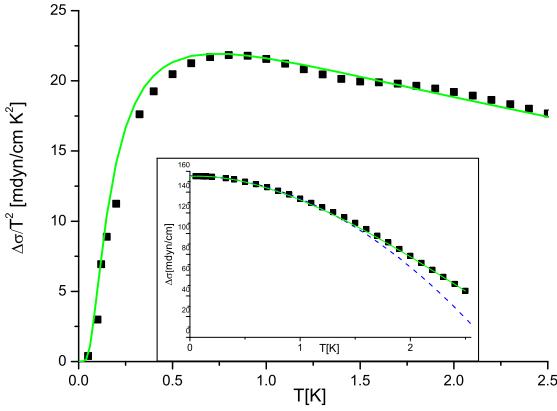
**Рис. 1:** Вычисленный вклад сурфонов в температурную зависимость поверхностного натяжения жидкого  $^4\text{He}$  (сплошная линия) в сравнении с экспериментальными данными из работы [12] (черные треугольники). При  $T > T_\lambda$  согласие настолько высокое, что в линейном масштабе разница не может быть определена на глаз. В этом температурном интервале тепловые риплоны подавлены из-за вязкости жидкости, и риплонный вклад в поверхностное натяжение  $\Delta\alpha_4(T)$  мал. При низкой температуре в сверхтекучей фазе вязкость отсутствует, а концентрация сурфонов экспоненциально мала из-за конечной активационной энергии  $\Delta^{He4} \approx 2.7K$ , так что основной вклад в  $\Delta\alpha_4(T)$  происходит от риплонов, закон дисперсии которых бесщелевой. Вклад риплонов без затухания, вычисленный по формуле, применимой только глубоко в сверхтекучей фазе, представлен на рисунке точечной линией. Эта линия описывает экспериментальные данные только при  $T \lesssim 1K$ .

где  $M_4^0 = 6.7 \cdot 10^{-24}\text{г}$  и  $M_3^0 = 5.05 \cdot 10^{-24}\text{г}$  есть массы свободных атомов  $^4\text{He}$  и  $^3\text{He}$ .

Поправки к термодинамическому потенциалу поверхности и его температурной зависимости из-за взаимодействия сурфонов друг с другом в рамках парного взаимодействия и классической механики движения сурфонов оценены в Приложении А диссертации.

В **четвертой главе** диссертации вычисляется время жизни сурфонов над жидким гелием исходя из главного канала рассеяния - рассеянии на риплонах.

Поверхностные волны (риплоны) могут приводить к переходам атомов ге-



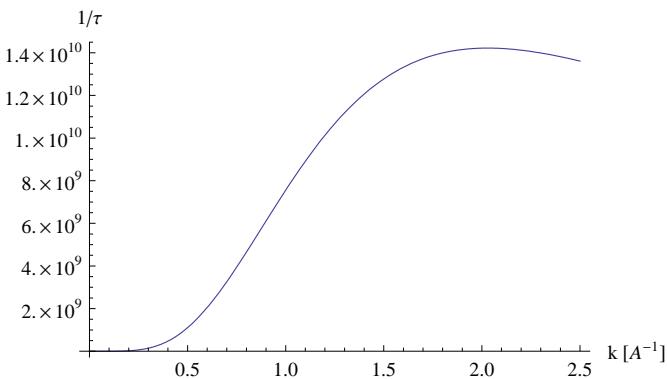
**Рис. 2:** Температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения  ${}^3\text{He}$ , вычисленная по уравнениям (11), (12) (сплошная зеленая линия), в сравнении с экспериментальными данными из работы [13] (черные квадраты). Согласие настолько высокое, что в линейном масштабе (вставка к рисунку) разница между теоретическим предсказанием и экспериментальными данными не различима на глаз. Поэтому, на основном графике построена зависимость  $\Delta\alpha_3/T^2$ . Синяя пунктирная линия соответствует вычислению в работе [14] и показывает вклад сюрфонов, вычисленный с использованием приближенной зависимости хим. потенциала. Видно, что согласие между теорией и экспериметом улучшается, если взять в расчет экспериментальную температурную зависимость хим. потенциала  $\mu(T)$ .

лия с поверхности уровня (сурфона) в непрерывный спектр (пар гелия), сообщая недостающую для этого энергию. Поскольку спектр риплонов очень мягкий, то риплоны с энергией  $\hbar\omega_k = 4K$  являются очень коротковолновыми, то есть имеют волновое число  $k \approx (2\text{\AA})^{-1}$ . С таким волновым числом затухание риплонов из-за вязкости жидкости очень сильно, то есть концентрация таких риплонов мала даже при  $T \approx \hbar\omega_k$ . Существенную роль коротковолновые риплоны играют только в сверхтекущей фазе  ${}^4\text{He}$  и только при  $T < 2\text{K}$ . Кроме того, теория риплонов с таким большим волновым числом пока еще не достаточно развита, и структура и закон дисперсии таких коротковолновых риплонов (с длиной волны порядка межатомного расстояния в гелии) существенно отличаются от теории сурфонов.

ется от поверхностных волн, как это следует из экспериментов по рассеянию нейтронов на поверхности жидкого гелия [16, 17]. Однако, энергию, необходимую для активации в непрерывный спектр атом гелия на поверхностном уровне может получить и из энергии своего движения вдоль плоскости. Тогда даже взаимодействие с риплоном малой энергии может привести к испарению этого атома.

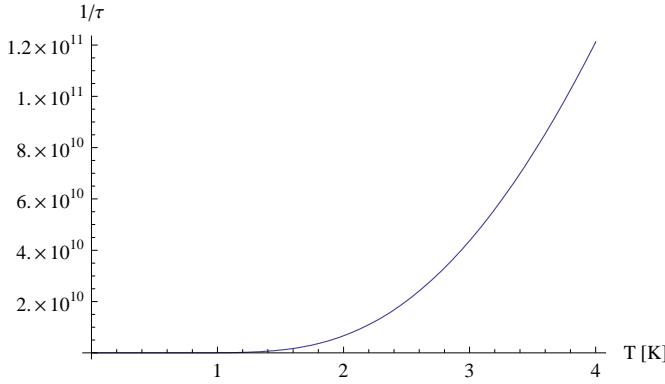
В случае сюрфонов, однориплонные процессы рассеяния должны быть определяющими, поскольку радиус локализации сюрфонов порядка межатомного расстояния  $a \approx 3\text{\AA}$ , и матричный элемент сюрфон-риплонного взаимодействия не имеет аналогичной экспоненциальной малости. Однако, константа сюрфон-риплонного взаимодействия по прежнему оказывается малой из-за малости смещения поверхности, вызываемое одним риплоном.

Вычислив полный гамильтониан взаимодействия сюрфонов с риплонами, волновые функции сюрфонов и атомов пары (п. п. 4.1), и матричные элементы сюрфон-риплонного взаимодействия (п. п. 4.2), мы оценили время испарения сюрфона. Скорость испарения сюрфонов быстро растет увеличением его начального импульса вдоль поверхности и с повышением температуры гелия (см. Рис. 3 и 4).



**Рис. 3:** График зависимости скорости испарения сюрфона от его волнового вектора при температуре  $T = 1.5\text{K}$ .

График зависимости скорости испарения сюрфона от температуры при фиксированном начальном импульсе  $k_{||i} = 0.5\text{\AA}^{-1}$  (что соответствует энергии сюрфона  $\hbar^2 k_{||i}^2 / 2M_4^0 \approx 3\text{K}$ ) представлен на рис. 4. Видно, что с повышением темпера-



**Рис. 4:** График зависимости скорости испарения сюрфона от температуры при фиксированном начальном импульсе  $k_{\parallel i} = 0.5 \text{ \AA}^{-1}$  (что соответствует энергии сюрфона  $\hbar^2 k_{\parallel i}^2 / 2M_4^0 \approx 3K$ ).

туры скорость испарения сюрфона заметно увеличивается. Однако эта скорость испарения даже при  $T = 4K$  не превышает энергии сюрфона, поделенной на  $\hbar$ . Поэтому даже при столь высокой для жидкого  ${}^4\text{He}$  температуре можно считать сюрфоны квазичастицами.

В **пятой главе** диссертации рассматривается система с ультрахолодными нейтронами в связаном состоянии в гравитационном поле над поверхностью жидкого гелия четыре.

Недавние эксперименты, указывающие на существование дискретных энергетических уровней УХН в гравитационном потенциале Земли, открывают интересную ветвь физики нейтронов и пролагают путь к использованию гравитационной резонансной спектроскопии для изучения гравитационных сил на малых масштабах длины [24, 25, 26, 27, 28]. Впервые такая система была предложена в 1978[37], однако экспериментально реализована была лишь недавно.[24, 25, 26, 27, 28] В этих экспериментах нейтроны удерживаются над тщательно отполированными зеркалами, которые представляют основную техническую сложность, довольно дороги и служат недолго из-за оседания примесей на поверхности. В этой главе исследуется теоретическая возможность удержания ультрахолодных нейтронов над поверхностью жидкого гелия как альтернатива использования таких зеркал.

В подпункте 5.2 пишется и решается уравнение Шредингера, определяющее

энергетические уровни связанные ультрахолодных нейтронов над поверхностью жидкого гелия в гравитационном поле Земли (в дальнейшем именуемых просто нейтронами).

Потенциал рассеяния нейтронов на атоме  ${}^4\text{He}$  с координатой  $\mathbf{r}_i$  дается формулой

$$V_i(\mathbf{r}) = U \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \equiv \frac{2\pi\hbar^2 a}{m_n} \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i), \quad (18)$$

где  $\delta^{(3)}(\mathbf{r})$  это трехмерная дельта-функция Дирака. Подстановка длины рассеяния  $a = 3.26 \cdot 10^{-13} \text{cm}$  нейтрона на атоме  ${}^4\text{He}$  и массы нейтрона  $m_n = 1.675 \cdot 10^{-24} \text{g}$  дает значение  $U = 1.36 \cdot 10^{-42} \text{erg} \cdot \text{cm}^3$ .

Внутри жидкого гелия нейtron видит "лес" дельта-функциональных потенциалов с объемной концентрацией равной концентрации атомов  ${}^4\text{He}$   $n_{He} \approx 0.0218 \text{\AA}^{-3}$  при  $T < 2.5K$ . В приближении непрерывной среды внутри жидкого гелия, т. е. при  $z < 0$ , нейтроны чувствуют постоянный потенциал

$$V_0 = \int d\mathbf{r}_i n_{He} V_i(\mathbf{r}) = U n_{He} \approx 2.965 \cdot 10^{-20} \text{erg} = 18.5 \text{neV}. \quad (19)$$

Над поверхностью  ${}^4\text{He}$ , при  $z > 0$ , чувствуют только гравитационный потенциал Земли  $V(z) = Fz \equiv m_n g z$ . Соответствующий гамильтониан дается формулой

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2 \hat{\Delta}}{2m_n} + m_n g z + V_0 \Theta(-z), \quad (20)$$

где  $\hat{\Delta} = \nabla^2$  – это оператор Лапласа и  $\nabla$  – это оператор градиента, а  $\Theta(-z) = \{0 \text{ при } z > 0 \text{ и } 1 \text{ при } z < 0\}$  – функция Хевисайда.

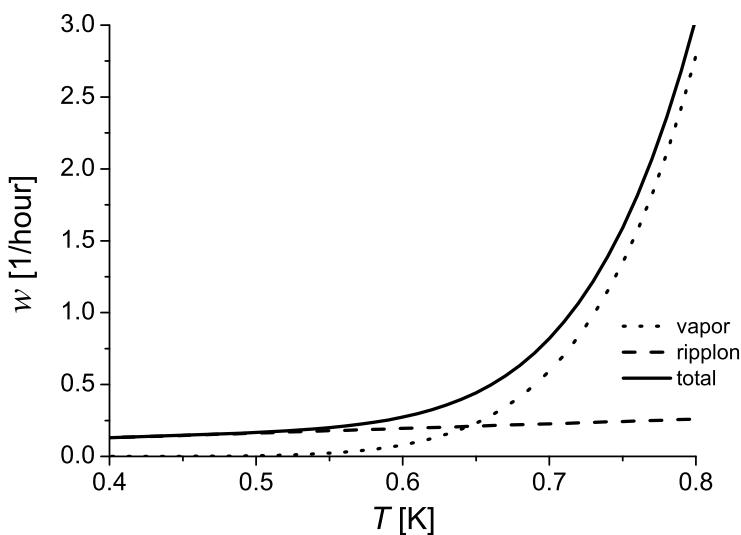
Это уравнение при конечном  $V_0$  решается только численно. Характерное расстояние между нижними уровнями энергии нейтронов  $m_n g z_0 = (\hbar^2 m_n g^2 / 2)^{1/3} = 0.96 \cdot 10^{-24} \text{erg} = 0.6 \text{reV}$  является самым малым энергетическим масштабом задачи. Для  $V_0 \rightarrow \infty$  уровни энергии даются формулой  $E_n = m_n g z_0 \alpha_{n+1}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , где  $-\alpha_{n+1}$  нули функции Эйри:  $\alpha_1 = 2.338$ ,  $\alpha_2 = 4.088$ ,  $\alpha_3 = 5.521$ ,  $\alpha_4 = 6.787$ . Учет конечного значения  $V_0$  дает небольшую поправку к уровням энергии и, что важно для рассеяния на риплонах, конечное значение волновой функции нейтрона на поверхности:  $\psi_{\perp 0}(z=0) \approx 0.236 \text{cm}^{-1/2}$ ,  $\psi_{\perp 1}(z=0) \approx -0.231 \text{cm}^{-1/2}$ ,  $\psi_{\perp 2}(z=0) \approx 0.23 \text{cm}^{-1/2}$ , и т. д.

В подпункте 5.3 рассматривается рассеяние нейтронов на атомах пара гелия. Вычисляются матричные элементы взаимодействия с потенциалом (18) и по золотому правилу Ферми находится искомая скорость рассеяния. При этом концентрация пара экспоненциально зависит от температуры. В результате получается следующая формула для скорости рассеяния поверхностных нейтронов на паре гелия:

$$w_v(T) = \frac{(k_B T)^2 M_{He} a^2}{\pi \hbar^3} \frac{64}{25} \exp\left(\frac{\mu_{He}}{k_B T}\right) \quad (21)$$

$$= 9.44 \cdot T^2 [K] \cdot \exp\left(\frac{-7.17}{T [K]}\right). \quad (22)$$

Соответствующая зависимость изображена на Рис. 5.



**Рис. 5:** Вычисленная полная скорость рассеяния (сплошная линия) ультрахолодных нейтронов на поверхности жидкого гелия в обратных часах. Точечная и пунктирная линии показывают вклады в рассеяние ультрахолодных нейтронов пара гелия и риплонов соответственно.

При  $T = 1K$  мы получаем  $w_v(T = 1K) \approx 0.007 s^{-1} = (138s)^{-1}$ . То есть если бы время рассеяния нейтрона на нижнем уровне определялось только паром гелия, то при  $T = 1K$  оно составляло бы 2.3 минуты. При понижении температуры эта скорость рассеяния понижается экспоненциально:  $w_v(T = 0.8K) \approx 7.74 \cdot$

$10^{-4}s^{-1} = (21.53 \text{ min})^{-1}$ , что соответствует среднему времени рассеяния большему чем время жизни нейтрона из-за  $\beta$ -распада.  $w_v(T = 0.7K) \approx 1.6 \cdot 10^{-4}s^{-1}$ . Таким образом, время рассеяния поверхностных нейтронов на атомах насыщенного пара гелия превышает собственное время жизни нейтрона при температуре ниже  $\approx 0.8K$ .

В подпункте 5.4 рассматривается рассеяние нейтронов на риплонах (поверхностных волнах). Правильное написание гамильтониана и матричных элементов взаимодействия нейтронов с риплонами оказывается не совсем тривиальной задачей. В отличие от взаимодействия поверхностных электронов с риплонам, описываемого в адиабатическом приближении (когда электронная волновая функция успевает подстраиваться к мгновенному профилю поверхности) при всех характерных энергиях риплонов, взаимодействие поверхностных нейтронов с риплоном в наиболее существенном диапазоне энергий дается противоположным диабатическим приближением, в котором потенциал взаимодействия

$$V_r(\mathbf{r}) \equiv V_r(\mathbf{r}_\parallel, z) \approx V_0 \xi(\mathbf{r}_\parallel) \delta(z), \quad (23)$$

где  $\xi(\mathbf{r}_\parallel) = \xi_{0q} \cos(\mathbf{q}\mathbf{r}_\parallel - \omega t)$  – смещение поверхности из-за риплона. Квадрат модуля соответствующего матричного элемента дается выражением

$$|T_{if}|^2 = \frac{(2\pi\hbar)^2 \delta^{(2)}(\Delta p_{\parallel tot})}{S} |\psi_{\perp i}(0) \psi_{\perp f}^*(0) V_0 \xi_{0q}|^2, \quad (24)$$

где  $\psi_{\perp i}(0)$  и  $\psi_{\perp f}^*(0)$  – значения волновой функции нейтрона на поверхности гелия в начальном и конечном квантовых состояниях.

В адиабатическом пределе гамильтониан взаимодействия нейтронов с риплонами имеет вид

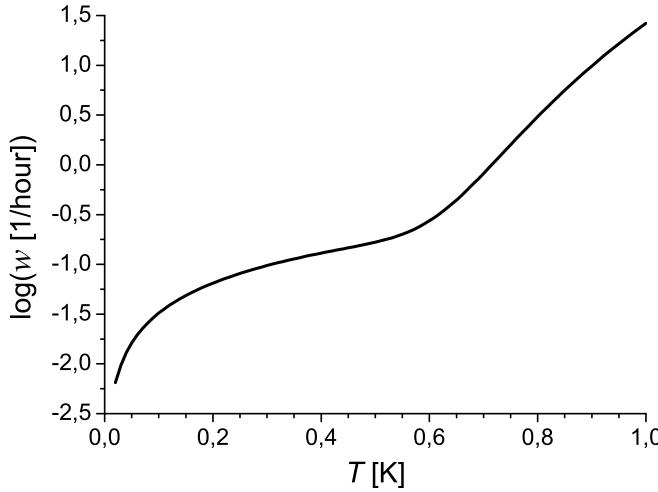
$$\hat{H}_{int} = \xi(\mathbf{r}_\parallel, t) \left\{ \left[ \frac{(\hat{p}_\parallel + \hat{p}_q)^2 - \hat{p}_\parallel^2}{2m_n} - \hbar\omega_q \right] \frac{\partial}{\partial z} + m_n g \right\}, \quad (25)$$

где  $\hat{p}_\parallel = -i\hbar\nabla_\parallel$  и  $\hat{p}_q = \hbar q$  это операторы импульса вдоль поверхности для нейтрона и риплона соответственно. Соответствующий матричный элемент взаимодействия

$$\hat{H}_{k,n} = V_{\parallel} \xi_{0q} (E_k - E_n) Q_{kn}, \quad (26)$$

где  $V_{||} = S^{-1} (2\pi\hbar)^2 \delta^{(2)} (\Delta p_{||tot})$  и

$$Q_{k,n} = \int_0^\infty dz \psi_{\perp k}^*(z) \frac{d\psi_{\perp n}^*(z)}{dz}. \quad (27)$$



**Рис. 6:** Десятичный логарифм вычисленной общей скорости рассеяния ультрахолодных нейтронов над поверхностью жидкого гелия.

Скорость рассеяния нейтронов на риплонах далее вычисляется по золотому правилу Ферми с учетом вклада двух типов процессов рассеяния (поглощение и испускание риплона), а также того что рассеявшаяся нейтрон может оставаться в дискретном спектре (это убирает инфракрасную расходимость при интегрировании по начальным и конечным состояниям). Также рассматриваются два предела: диабатический (быстрые колебания поверхности) и адиабатический (сурфон успевает подстроиться под локальное искривление поверхности). В работе показано что почти весь спектр риплонов ложится в диабатический предел. В результате получается следующая (верхняя) оценка для скорости рассеяния нейтронов на риплонах:

$$w_{\text{rip}}^{\text{up}} = w_{\text{abs}}^{\text{up}} + w_{\text{em}}^{\text{up}} \approx 9 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times T [\text{K}]. \quad (28)$$

В отличие от рассеяния на атомах пара, где скорость рассеяния зависела экспоненциально от температуры (см. ур. (21)), при понижении температуры скорость рассеяния нейтронов на риплонах уменьшается лишь линейно по темпе-

ратуре. Это объясняется отсутствием энергетической щели в спектре риплонов. Результаты расчета приведены на Рис. 5 и 6.

В подпункте 5.5 рассматриваются другие процессы рассеяния нейтронов: рассеяние на фонах из объема жидкости и рассеяние на сюрфонах. Показано что их влияние на время рассеяния нейтрона пренебрежимо мало. В подпункте 5.6 предлагаются различные экспериментальные реализации и обсуждаются преимущества и недостатки зеркал из жидкого гелия в качестве ловушек ультрахолодных нейтронов по сравнению с имеющимися твердотельными аналогами.

**В приложения** вынесены громоздкие вычисления диссертации, относящиеся к главе 5.

## Выводы

1. Построенная в диссертации квантовомеханическая модель связанных состояний атомов жидкости над поверхностью жидкости при низкой температуре (жидкого гелия), называемых сюрфонами подтверждена прямым квантовомеханическим расчетом, показывающим существование связанного состояния атома гелия вблизи поверхности жидкого гелия. Даны теоретические оценки энергии активации и эффективной массы сюрфонов.
2. Полученные из подгонки экспериментально наблюдаемой температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения значения энергия активации и эффективная масса сюрфонов решают проблему аномальной температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения жидкого гелия.
3. Скорость испарения сюрфонов с поверхности из-за поглощения риплонов вычислена в двух предельных случаях: диабатическом (быстрые колебания поверхности) и адиабатическом (сюрфон успевает подстроиться под локальное искривление поверхности). Оцененное времени жизни более чем достаточно чтобы считать сюрфон квазичастицей, хотя скорость испарения сюрфонов много больше скорости испарения атомов жидкости. Это может

означать что испарение криогенных жидкостей происходит в основном через промежуточное состояние - сюрфон.

4. Из построенной квантовомеханической модели следует что ультрахолодные нейтроны могут образовывать над поверхностью жидкого гелия 4 связанные состояния.
5. Главную роль в рассеянии связанных ультрахолодных нейтронов играют поверхностные возбуждения. Поэтому измерение времени жизни нейтрона над поверхностью в поле тяготения Земли эффективно проводить только при низких температурах.
6. Из полученной теоретической оценки времени рассеяния поверхностных нейтронов в этих связанных состояниях на паре гелия и на риплонах следует что время рассеяния велико и позволяет измерить время жизни нейтрона при низкой температуре гелия. При  $T=0.8\text{K}$  оно сравнивается с собственным временем жизни нейтрона 11 минут.

### **Список статей, опубликованных по теме диссертации в рецензируемых научных журналах, входящих в систему цитирования Web of Science и в список ВАК**

1. A.D. Grigoriev, P.D. Grigoriev, A.M. Dyugaev, *Surface Levels and Their Contribution to the Surface Tension of Quantum Liquids*, J. Low Temp. Phys. **163**, 131-147 (2011).
2. А.Д. Григорьев, П.Д. Григорьев, А.М. Дюгаев, А.Ф. Крутов, *Оценка времени испарения сюрфонов с поверхности жидкого гелия из-за рассеяния на риплонах*, Физика низких температур **38**(11), 1274-1283 (2012) [A.D. Grigoriev, P.D. Grigoriev, A.M. Dyugaev, A.F. Krutov, Estimate of surfon evaporation time from the liquid helium surface due to the scattering on ripplons, Low Temp. Phys. **38**(11), 1005-1012 (2012)].
3. P.D. Grigoriev, O. Zimmer, A.D. Grigoriev, T. Ziman, *Neutrons on a surface of liquid helium*, Phys. Rev. C **94**, 025504 (2016).

# Литература

- [1] В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха. "Двумерные заряженные системы в гелии", М., Наука (1989).
- [2] V.S. Edel'man, Sov. Phys. - Uspehi **130**, 676 (1980).
- [3] Y. Monarkha, K. Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer Verlag, 2004.
- [4] P.M. Platzman, M.I. Dykman, Science **284**, 1967 (1999).
- [5] M.I. Dykman, P.M. Platzman, P. Seddighrad, Phys. Rev. B **67**, 155402 (2003)
- [6] L. F. Santos, M. I. Dykman, M. Shapiro, F. M. Izrailev, Phys. Rev. A **71**, 012317 (2005).
- [7] S. A. Lyon, Phys. Rev. A **74**, 052338 (2006).
- [8] D. I. Schuster, A. Fragner, M. I. Dykman, S. A. Lyon, and R. J. Schoelkopf Phys. Rev. Lett. **105**, 040503 (2010).
- [9] F. R. Bradbury, Maika Takita, T. M. Gurrieri, K. J. Wilkel, Kevin Eng, M. S. Carroll, and S. A. Lyon Phys. Rev. Lett. **107**, 266803 (2011).
- [10] J.S. Rowlinson and B. Widom, *Molecular Theory of capillarity*, Dover Publications, Mineola NY, 2002.
- [11] D.O. Edwards and W.F. Saam, Chapter 4 in *The free surface of liquid helium*, Ed. by D.F. Brewer, Progress in Low Temperature Physics (series), North-Holland Publishing Company, 1978

- [12] M. Iino, M. Suzuki, and A.J. Ikushima, J. Low Temp. Phys. 61, 155 (1985).
- [13] M. Iino, M. Suzuki, A.J. Ikushima and Y. Okuda, J. Low Temp. Phys. 59, 291 (1985); M. Suzuki, Y. Okuda, A.J. Ikushima and M.Iino, Europhys. Lett. 5, 333 (1988); K. Matsumoto, Y. Okuda, M. Suzuki and S. Misawa, J. Low Temp. Phys. 125, 59 (2001).
- [14] A.M. Dyugaev, P.D. Grigoriev, JETP Lett. **78**, 466 (2003) [Письма в ЖЭТФ **78**, 935 (2003)].
- [15] A.F. Andreev, JETP **23**, 939 (1966) [ЖЭТФ **50**, 1415 (1966)].
- [16] H. J. Lauter, H. Godfrin, V. L. P. Frank, and P. Leiderer, Phys. Rev. Lett. **68**, 2484 (1992).
- [17] B. E. Clements, H. Godfrin, E. Krotscheck, H. J. Lauter, P. Leiderer, V. Passiouk, and C. J. Tymczak, Phys. Rev. B **53**, 12242 (1996).
- [18] J. E. Lennard-Jones, Proc. Roy. Soc. A 106, 463 (1924).
- [19] Обменная энергия сюрфона мала, поскольку мало перекрытие волновых функций атомов Не из-за сильного отталкивания на малых расстояниях.
- [20] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Course of Theoretical Physics, Vol. 5: Statistical Physics, (Nauka, Moscow, 1976; Pergamon Press, Oxford, 1980).
- [21] Russell J. Donnelly and Carlo F. Barenghi, *The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure*, Journal of Physical and Chemical Reference Data 27, 1217 (1998).
- [22] D.S. Greywall, Phys. Rev. B 27, 2747 (1983).
- [23] Stephen G. Sydoriak and Thomas R. Roberts, Phys. Rev. 106, 175 - 182 (1957); Jost Engert, Bernd Fellmuth and Karl Jousten, Metrologia **44**, 40 (2007).
- [24] V. V. Nesvizhevsky, H. G. Börner, A. K. Petukhov, H. Abele, S. Baessler, F. J. Ruess, T. Stöferle, A. Westphal, A. M. Gagarski, G. A. Petrov, and A. V. Strelkov, Nature (London) **415**, 297 (2002).

- [25] V. V. Nesvizhevsky, A. K. Petukhov, H. G. Börner, T. A. Baranova, A. M. Gagarski, G. A. Petrov, K. V. Protasov, A. Y. Voronin, S. Baessler, H. Abele, A. Westphal, and L. Lucovac, Eur. Phys. J. C **40**, 479 (2005).
- [26] A. Westphal, H. Abele, S. Baessler, V. Nesvizhevsky, K. Protasov, and A. Voronin, Eur. Phys. J. C **51**, 367 (2007).
- [27] T. Jenke, G. Cronenberg, J. Burgdörfer, L. A. Chizhova, P. Geltenbort, A. N. Ivanov, T. Lauer, T. Lins, S. Rotter, H. Saul, U. Schmidt, and H. Abele, Phys. Rev. Lett. **112**, 151105 (2014).
- [28] H. Abele, T. Jenke, H. Leeb, and J. Schmiedmayer, Phys. Rev. D **81**, 065019 (2010).
- [29] A. M. Dyugaev, A. S. Rozhavskii, I. D. Vagner and P. Wyder, JETP Letters **67**, 434 (1998).
- [30] B. A. Nikolaenko, Yu. Z. Kovdrya, and S. P. Gladchenko, Journal of Low Temp. Phys. (Kharkov) **28**, 859 (2002)
- [31] G. Papageorgiou, P. Glasson, K. Harrabi, et al., Appl. Phys. Lett. **86**, 153106 (2005).
- [32] D. Dubbers and M. G. Schmidt, Rev. Mod. Phys. **83**, 1111 (2011).
- [33] M. J. Ramsey-Musolf and S. Su, Phys. Rept. **456**, 1 (2008).
- [34] H. Abele, Prog. Nucl. Phys. **60**, 1 (2008).
- [35] R. Golub, D. J. Richardson, S. K. Lamoreaux, *Ultra-Cold Neutrons* (Adam Hilger, Bristol 1991).
- [36] V. K. Ignatovich, *The Physics of Ultracold Neutrons* (Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, 1990).
- [37] V. I. Luschikov, A. I. Frank, JETP Lett. **28**, 559 (1978).