

На правах рукописи

КАРПОВ Петр Игоревич

**ИНДУЦИРОВАННЫЕ СВЕРХСТРУКТУРЫ
ЗАРЯЖЕННЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ
В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ СИСТЕМАХ**

Специальность 01.04.07 – Физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2017

Работа выполнена на кафедре теоретической физики и квантовых технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования “Национальный исследовательский технологический университет “МИСиС”

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
проф. **Мухин Сергей Иванович**

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
проф. **Бразовский Сергей Александрович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
проф. **Михеенков Андрей Витальевич**
кандидат физико-математических наук,
с.н.с. **Рыжкин Иван Александрович**

Ведущая организация: **Институт теоретической физики
им. Л.Д. Ландау РАН**

Защита состоится “ 21 ” декабря 2017 г. в 13³⁰ на заседании диссертационного совета Д 212.132.08 при Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования “Национальный исследовательский технологический университет “МИСиС” по адресу 119049, г. Москва, Ленинский проспект, д. 4, ауд. Б-607.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИТУ “МИСиС”
и на сайте www.misis.ru

Автореферат разослан “ ____ ” ноября 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.132.08
доктор физ.-мат. наук, профессор

Мухин С.И.

Общая характеристика работы

Данная диссертация посвящена изучению низкоразмерных сильно коррелированных электронных систем. Обычно такие системы имеют нетривиальные основные состояния, относящиеся к таким классам, как сверхпроводники, антиферромагнетики, сегнетоэлектрики и мультиферроики, состояния с волнами зарядовой и спиновой плотности, пайерлсовские и моттовские диэлектрики. Спонтанно нарушенная симметрия основного состояния приводит к возможности появления различных топологических дефектов параметра порядка, таких как вихри Абрикосова в сверхпроводниках второго рода, топологические дефекты магнитной структуры (доменные стенки, вихри, скирмионы), солитоны в квазидисперсионных проводниках, “несоизмеримости” (discommensurations) в волнах зарядовой плотности.

Особый интерес представляет случай электрически заряженных топологических дефектов, когда их можно создавать с помощью электрического поля или инжекции заряда, а также управлять ими, что несет большой потенциал для создания новых типов памяти, отличающихся надежностью, высокой плотностью записи информации и малой диссипацией при записи/считывании информации.

Чтобы успешно исследовать такие системы, необходимо во-первых знать свойства отдельных топологических дефектов (которые во многих случаях известны), а затем изучить их взаимодействие, которое может приводить к образованию крупномасштабных структур. Ансамбли топологических дефектов подвержены фазовым переходам, которые преобразуют систему в упорядоченные состояния (например, появление вихревых решеток, полосатых фаз и т.д.). Комбинация короткодействующих и дальнодействующих сил взаимодействия между дефектами приводит к образованию сложных структур, исследование которых требует применения как аналитических методов, так и численного моделирования.

Актуальность темы.

Диссертационная работа посвящена теории образования сверхструктур из топологических дефектов индуцированных оптической накачкой и внешними электрическими полями в низкоразмерных коррелированных электронных системах [1], а также топологическим фазам и фазовым переходам в таких системах [2, 3]. Объектами исследования данной диссертации являются

ся перспективные материалы, такие как: мультиферроики, в особенности их тонкие пленки, в которых важны доменные и поверхностные эффекты, на основе которых предлагается создание новых устройств [4]; индивидуальные цепочки на поверхности кремния, в которых было экспериментально продемонстрировано создание и управление элементами памяти на основе четверичной логики [5]; дисульфид тантала, в котором недавно было обнаружено “скрытое” электронное состояние [6] и, вероятно связанное с ним, металлическое “мозаичное” состояние [7, 8].

Целью данной работы является изучение фазовых переходов в ансамблях заряженных топологических дефектов, установление закономерностей их агрегации в крупномасштабные структуры при низких температурах.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Теоретически показана возможность создания электрическим полем сложных управляемых мультивихревых магнитных структур в магнитоэлектрических материалах.
2. Найдено критическое поле, необходимое для создания первой пары вихрь-антивихрь в магнитоэлектрическом материале, зависимость числа индуцированных вихрей от заряда кантилевера и основной вклад в температурную зависимость поляризуемости магнитоэлектрика с мультивихревой структурой.
3. Методом численного моделирования Монте-Карло исследована эволюция индуцированных ансамблей амплитудных солитонов – аномальных квази-частиц, характерных для квазидимерных проводников со спонтанной димеризацией основного состояния, ответственной за диэлектризацию металлической фазы. Исследована агрегация солитонов в линейные и плоские пространственные структуры, происходящая через последовательность фазовых переходов.
4. Для важного случая заряженных амплитудных солитонов показано, что даже локально слабое кулоновское взаимодействие подавляет низкотемпературный фазовый переход с агрегацией солитонов в доменные стенки, сохраняя высокотемпературный переход их конфайнмента (связывания в бисолитонные пары). Агрегация заряженных солитонов приводит к

образованию локальных структур типа поперечных дисков, и, в случае сильного кулоновского взаимодействия – к полной фрагментации в вигнеровскую жидкость бисолитонов или даже отдельных солитонов.

Научная новизна:

1. Впервые была предсказана возможность создания электрическим полем мультивихревых магнитных структур и исследованы их электрические свойства.
2. Впервые была проанализирована трехмерная система заряженных киников с дальнодействующим кулоновским взаимодействием в квазиодномерных проводниках с двукратно вырожденным основным состоянием.
3. Впервые предложена теоретическая модель “скрытого” состояния тригональной фазы дисульфида тантала, которая позволяет качественно объяснить и численно промоделировать наблюдаемую фрагментацию заряда в доменные стенки.

Практическая значимость диссертационной работы определяется важным прикладным значением заряженных топологических дефектов для создания элементов памяти.

Во-первых, использование топологических дефектов открывает новые возможности в уже существующей технологии магнитной записи [9, 10]. Однако, использование электрических токов для магнитной записи приводит к джоулевым потерям [11]. Замена токов электростатическими полями позволяет уменьшить диссиацию энергии в ~ 100 раз [12]. Одним из механизмов электрического управления магнитной системой является использование магнитоэлектрического взаимодействия в мультиферроиках.

Во-вторых, большой интерес представляет возможность использования топологических дефектов в немагнитных структурах. Солитоны в квазиодномерных цепочках могут стать платформой для хранения и обработки топологически защищенной информации с мульти-битной логикой [5]. Доменные стенки в соизмеримых волнах зарядовой плотности открывают перспективы для создания устройств сверхбыстрой памяти [13, 14].

Личный вклад. Автор принимал активное участие в постановке задач, разработке моделей, проведении аналитических расчетов и численного моделирования, обработке результатов, написании статей.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих школах и конференциях: Летняя научная школа “Актуальные проблемы теории конденсированного состояния” (Фонд Династия, Репино, 2013), XIII Конференция молодых ученых “Проблемы физики твердого тела и высоких давлений” (ИФВД, Сочи, 2014), Международная конференция “Interaction of Superconductivity and Magnetism in Nanosystems” (МИСиС, Москва, 2015), V Международная молодежная научная школа-конференция “Современные проблемы физики и технологий” (ФИАН, Москва, 2016), FFLO-Phase in Quantum Liquids, Quantum Gases, and Nuclear Matter (MPI PKS, Дрезден, Германия, 2016), Summer School of Russian Quantum Center (МИСиС, Москва, 2016), Moscow International Symposium on Magnetism MISM-2017 (МГУ, Москва, 2017), Conference on Fundamentals on Quantum Transport (ICTP, Триест, Италия, 2017), International School and Workshop on Electronic Crystals ECRYS-2017 (Карджез, Франция, 2017); а также на научных семинарах: Лаборатории теоретической физики и статистических моделей (University Paris-Sud, Орсэ, Франция, 2016), Лаборатории сверхпроводящих метаматериалов (МИСиС, Москва, 2017) и семинарах Кафедры теоретической физики и квантовых технологий (МИСиС, Москва, 2012-2017).

Диссертационная работа выполнена при поддержке стипендий фондов Династия и Arconic; и грантов К2-2014-015, К2-2016-067 НИТУ “МИСиС”.

Публикации. Основные материалы диссертационной работы отражены в 2 статьях, приведенных в конце реферата, опубликованных в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК и международные реферативные базы данных Web Of Science и Scopus, а также в 5 тезисах докладов и сборниках трудов международных конференций.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 160 страниц. Список литературы включает 162 наименования.

Краткое содержание работы

Во Введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель данной работы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту, и описана структура диссертации.

Глава 1 посвящена общему введению в концепцию топологических дефектов в системах со спонтанным нарушением непрерывной или дискретной симметрии, а также обзору научной литературы по изучаемой проблеме. Во вводном разделе 1.1 дано описание фазовых переходов, порождающих спонтанное нарушение симметрии, и рассмотрена физика топологических дефектов, которые играют важную роль в системах с вырожденным основным состоянием. Оставшиеся разделы данной главы являются более специализированными и посвящены конкретным системам, которые подробно изучаются в дальнейших главах. В разделе 1.2 рассмотрены магнитоэлектрические материалы и мультиферроики, которые являются предметом исследования главы 2. Раздел 1.3 посвящен квазиодномерным проводникам, которые будут подробно изучены в главе 3. Наконец, в разделе 1.4 дан обзор тригональной фазы дисульфида тантала – объекта исследования главы 4.

Глава 2 посвящена изучению индуцированных электрическим полем мультивихревых магнитных структур в двумерных магнитоэлектрических системах с непрерывной группой симметрии.

В разделе 2.1 описывается феноменологическая модель тонкой пленки магнитоэлектрического материала с симметрией типа легкая плоскость. Чтобы описать тонкопленочный материал со связанными магнитными и электрическими подсистемами, использовано обобщение феноменологической модели, предложенной в [15], включающее внешнее электрическое поле. Запишем полную плотность свободной энергии как сумму частей, возникающих из-за электрической поляризации и намагниченности [16], а также из-за магнитоэлектрической связи:

$$w = \left(\frac{P^2}{2\chi_e} - \mathbf{EP} - \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi} \right) + \frac{\alpha}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^2 \right] - \gamma \mathbf{P}((\mathbf{M}\nabla)\mathbf{M} - \mathbf{M}(\nabla\mathbf{M})). \quad (1)$$

Здесь первый член представляет собой энергию электрической поляризации (\mathbf{P} – поляризация, χ_e – диэлектрическая восприимчивость в отсутствие на-

магнитенности), второй член – энергия магнитной неоднородности (также подразумевается магнитный член вида $AM^2 + BM^4$, который фиксирует модуль намагнитенности $\mathbf{M} = M_0$), третий член дает энергию взаимодействия электрической и магнитной подсистем (γ – константа магнитоэлектрической связи). Считая намагнитенность первичным параметром порядка и минимизируя (1) по \mathbf{P} , получим:

$$\mathbf{P} = \gamma \chi_e ((\mathbf{M} \nabla) \mathbf{M} - \mathbf{M} (\nabla \mathbf{M})) + \chi_e \mathbf{E}, \quad (2)$$

что отражает тот факт, что в магнитоэлектрическом материале магнитные структуры могут создавать электрическую поляризацию. Будем считать, что намагнитенность лежит в плоскости пленки (благодаря энергии размагничивания или одноионной анизотропии): $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_0(\cos \phi(\mathbf{r}), \sin \phi(\mathbf{r}), 0)$. Тогда плотность свободной энергии (1) может быть записана как

$$w = \frac{1}{2} (\alpha M_0^2 - \chi_e \gamma^2 M_0^4) (\nabla \phi)^2 - \chi_e \gamma M_0^2 (\partial_x \phi E_y - \partial_y \phi E_x) - \frac{1}{2} \chi_e E^2. \quad (3)$$

При $\mathbf{E} = 0$ это выражение аналогично выражению для плотности энергии XY-модели с эффективной спиновой жесткостью $\rho_s = (\alpha M_0^2 - \chi_e \gamma^2 M_0^4)h$, где h – толщина пленки. В XY модели важную роль играют магнитные вихри – решения вида $\phi = k \arctan \frac{y}{x} + \phi_0$. В первом порядке по малой константе связи γ вихри взаимодействуют обычным логарифмическим образом с энергией $W_m = -2q_m^2 \sum_{i < j} k_i k_j \ln \frac{r_{ij}}{a}$, где $q_m^2 = \pi \rho_s$. Кроме этого, благодаря магнитоэлектрической связи (2), вихри приобретают электрический заряд $k q_e \equiv k \cdot 2\pi \gamma \chi_e M_0^2 h$, пропорциональный его топологическому заряду k [15].

В разделе 2.2 проанализирована основополагающая идея данной главы, заключающаяся в том, что сильное неоднородное электрическое поле может разрушить “магнитный вакуум” магнитоэлектрического материала за счет создания вихрь-антивихревых (ВА) пар. На рис. 1а показана типичная геометрия рассматриваемой системы (предложенная в [17, 18]). Электрическое поле создается иглой кантилевера с фиксированным точечным зарядом $-Q_{tip} < 0$. Из-за магнитоэлектрического взаимодействия, достаточно сильное электрическое поле может порождать магнитные вихри. Найден критический заряд кантилевера, необходимый для создания первой ВА пары $Q_{tip}^{crit} = \frac{2q_m^2 H}{q_e} \ln \frac{H}{a}$, при этом расстояние между центром вихря и антивихря $r \approx Q_{tip} q_e / 2q_m^2$.

В разделе 2.3 построена аналитическая теория распределения вихрей в непрерывном приближении. Описан самосогласованный расчет для распре-

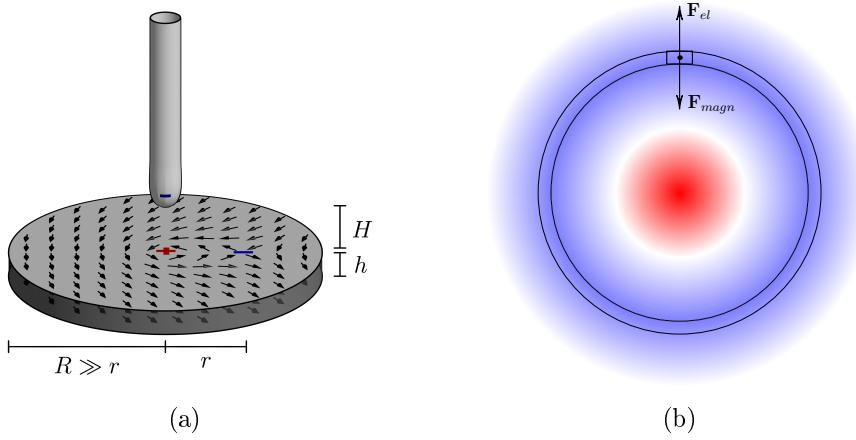


Рис. 1: (а) Геометрия системы. Образец представляет собой диск радиусом R и толщиной h . Над его центром на высоте H помещается игла кантилевера с зарядом $-Q_{tip} < 0$. (б) Плотность вихрей (красная область) и антивихрей (синяя область) в непрерывном приближении.

деления плотности вихрей по образцу: из условия баланса электрической и магнитной сил, действующих на элемент площади образца (рис. 1b), найдено распределение плотности топологического заряда вихрей

$$n(r) = \frac{Q_{tip}q_e}{4\pi q_m^2} \frac{2H^2 - r^2}{(r^2 + H^2)^{5/2}}. \quad (4)$$

Граница между областью вихрей и антивихрей проходит по радиусу $r_0 = H\sqrt{2}$. Отсюда можно найти общее число вихрей $N = 2\pi \int_0^{r_0} n(r)rdr = Q_{tip}q_e/3^{3/2}Hq_m^2$, а также энергию основного состояния системы $W = -Q_{tip}^2q_e^2/16q_m^2H^2$.

Раздел 2.4 выходит за рамки непрерывного приближения и описывает расчет электрической поляризуемости магнитных структур. Для расчета поляризуемости в низкотемпературном пределе применен подход “энергетического ландшафта”, заключающийся в исследовании статистических свойств локальных минимумов поверхности потенциальной энергии системы [19].

Рассмотрим систему N вихрей и N антивихрей. В первом приближении можно пренебречь эффектом конечности размера положительного вихревого “ядра” и считать его точечным, пренебрегая его вкладом в поляризуемость. Тогда оставшаяся двумерная система N антивихрей имеет $2N$ степеней свободы и, следовательно, $2N$ нормальных колебательных мод.

Пусть $r_i = r_i^{(0)} + \Delta r_i$ ($i = 1, \dots, 2N$), где Δr_i – отклонения декартовых координат N антивихрей по отношению к локальному минимуму $r_i^{(0)}$, где первые N компонент вектора r_i – x координаты антивихрей, а вторые – их

y координаты. Полная энергия $W = W^{(0)} + W^{(1)}$, где $W^{(0)}$ представляет собой сумму магнитной энергии антивихрей и энергии их электростатического взаимодействия с кантилевером. В качестве малого возмущения рассматривается $W^{(1)} = q_e E \sum_{i=1}^N \Delta r_i$ – энергия взаимодействия антивихрей с бесконечно малым электрическим полем E , направленным вдоль оси x в плоскости образца.

Для расчета поляризуемости важную роль играет Гессиан системы – матрица вторых производных энергии по координатам антивихрей: $K_{i,j} = \partial^2 W^{(0)} / \partial r_i \partial r_j$. С его помощью, энергия $W^{(0)}$ вблизи своих локальных минимумов может быть записана как положительно определенная квадратичная форма:

$$W^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{2N} \Delta r_i K_{ij} \Delta r_j. \quad (5)$$

Симметричная матрица K_{ij} может быть диагонализована некоторым ортогональным преобразованием O : $\tilde{K} = O K O^{-1}$, где $\tilde{K} = \text{diag}\{K_1, \dots, K_{2N}\}$. При этом координаты Δr_i должны согласованно с ней преобразоваться к нормальным координатам R_i : $\Delta r_i = \sum_j O_{ij} R_j$. С их помощью невозмущенная часть энергии $W^{(0)}$ может быть записана как $W^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_i K_i R_i^2$,

С помощью нормальных координат R_i можно найти статсумму, а затем и поляризуемость системы:

$$\alpha = \left. \frac{T}{Z(0)} \frac{\partial^2 Z}{\partial E^2} \right|_{E=0} = q_e^2 \sum_{i=1}^{2N} \frac{o_i^2}{K_i} f \left(\sqrt{\frac{\beta K_i}{2}} L \right). \quad (6)$$

Здесь $o_j = \sum_{i=1}^N O_{ij}$, $f(x) = 1 - 2x e^{-x^2} / \sqrt{\pi} \operatorname{erf} x$, а также введен параметр крупномасштабного обрезания L , который учитывает тот факт, что при достаточно больших R_i , потенциал $W^{(0)}$ уже не является параболическим. L соответствует такому смещению антивихрей, которое сдвигает точку в конфигурационном пространстве из локального минимума к ближайшей седловой точке; по порядку величины L равна расстоянию между ближайшими антивихрями.

В пределе большого числа вихрей и антивихрей $N \gg 1$ сумма (6) может быть аппроксимирована интегралом:

$$\alpha(T) \approx q_e^2 \int_{K_{min}}^{K_{max}} \frac{o^2(K)}{K} f \left(\sqrt{\frac{\beta K}{2}} L \right) D(K) dK, \quad (7)$$

где $D(K)$ – плотность K -мод. Ее можно оценить, используя теорию случайных матриц для евклидова ансамбля [20], то есть такого, что случайные матричные элементы зависят от евклидовых координат взаимодействующих частиц. В [21] была аналитически рассчитана плотность собственных значений для одномерных разреженных систем с короткодействующим потенциалом и получено, что $D(K) \sim 1/K$; для больших размерностей было предсказано, что степень получает некоторую поправку $D(K) \sim 1/K^{1-\eta}$, где $\eta > 0$ определяется размерностью системы и видом потенциала взаимодействия частиц. Используя это выражение, а также заменяя гладкую функцию обрезания на скачкообразную тэта-функцию Хевисайда $f(x) \rightarrow \theta(1-x)$, и производя усреднение по малым масштабам изменения K : $\langle o^2(K) \rangle \approx \text{const}(K)$, получим следующую температурную зависимость поляризуемости:

$$\alpha(T) \sim \int_{T/2L^2}^{+\infty} \frac{D(K)dK}{K} \sim \int_{T/2L^2}^{+\infty} \frac{dK}{K^{2-\eta}} \sim \frac{1}{T^{1-\eta}} \quad (8)$$

Эта оценка сохраняется до тех пор, пока $T \gg K_{min}L^2$ (K_{min} – минимальное ненулевое собственное значение Гессиана). Для сверхнизких температур $T \ll K_{min}L^2$ степенная зависимость (8) нарушается и поляризуемость выходит на постоянное значение $\alpha \sim 1/K_{min}^{1-\eta} = \text{const}(T)$. Показатель η не является универсальным и определяется плотностью собственных значений Гессиана, которая зависит от размерности пространства и потенциала межчастичного взаимодействия.

В разделе 2.5 описываются процедура и результаты численного моделирования. Система демонстрирует “стекольное” поведение, то есть она обладает множеством локальных минимумов энергии, близких к глобальному. Чтобы найти состояние, соответствующее одному из таких локальных или глобальному минимуму энергии, применен алгоритм имитации отжига (simulated annealing) методом Монте-Карло.

Рис. 2 показывает типичное низкотемпературное ($T = 0.001q_m^2$) распределение намагниченности в системе для относительно небольшого значения заряда кантилевера ($Q_{tip}/H = 23q_m^2/q_e$), при котором создаются $N = 3$ вихря и 3 антивихря.

На рис. 3 показана типичная низкотемпературная конфигурация системы для более высоких значений заряда кантилевера ($Q_{tip}q_e/H = 240q_m^2$). Наблюдаемое здесь число вихрей $N^{num} = 43$. Система вихрей и антивихрей имеет очень регулярную структуру, напоминающую структуру атома: внеш-

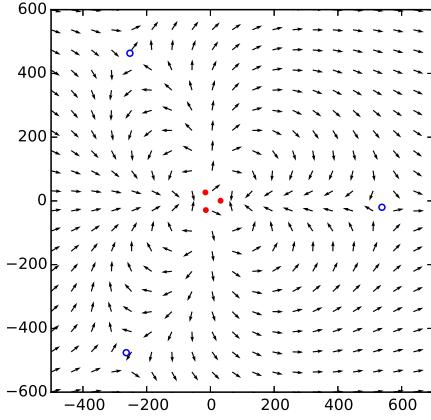


Рис. 2: Конфигурация системы вихрей-антивихрей при $Q_{tip}q_e/H = 23q_m^2$, $T = 0.001q_m^2$. Показаны центры вихрей (закрашенные кружки) и антивихрей (незакрашенные кружки); стрелки показывают намагниченность. Координаты – в единицах постоянной решетки a .

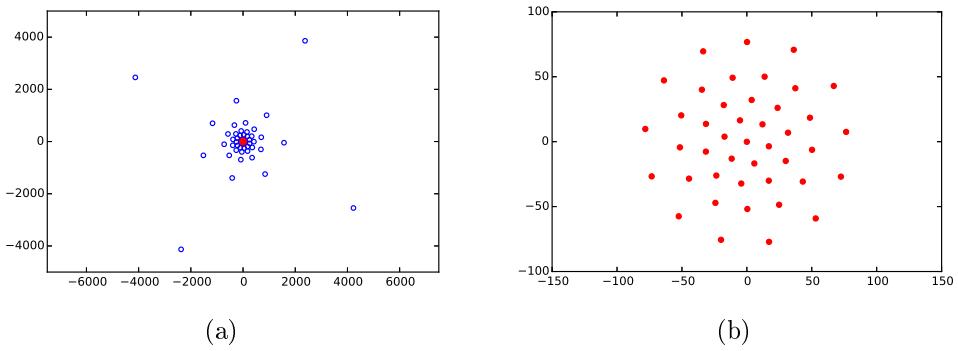


Рис. 3: Конфигурация системы вихрей-антивихрей при $Q_{tip}q_e/H = 240q_m^2$, $T = 10^{-6}q_m^2$. Показаны центры вихрей (красные кружки) и антивихрей (синие кружки). (а) Антивихревая подсистема; вихревое “ядро” не может быть разрешено и видно как одно красное пятно в центре. (б) Вихревая подсистема.

ние “оболочки” из концентрических окружностей отрицательно заряженных антивихрей окружают положительное вихревое “ядро”. Рис. 3в изображает только это вихревое “ядро атома”; конфигурация вихрей, взаимодействующих через двумерный кулоновский магнитный потенциал $\log r$, аналогична конфигурации частиц захваченной однозарядовой кулоновской плазмы, где заряды лежат в плоскости, но взаимодействуют через трехмерный кулоновский потенциал $1/r$.

В разделе 2.6 описаны возможности экспериментального наблюдения описанных эффектов; для типичных материалов сделаны оценки электрического поля, необходимого для создания мультивихревых структур.

Для мультиферроика I рода, феррита фисмута BiFeO_3 найдена оценка для электрического заряда вихревой линии на один атомный слой $q_e \approx 9 \times$

$10^{-22} \text{ C} \approx 0.006e$ (e – заряд электрона); критический потенциал кантилевера, необходимый для создания первой ВА пары: $\varphi_0^{crit} \simeq 20 \text{ V} \times \ln(H/a)$; а также заряд примеси, необходимый для создания одной ВА пары в моноатомном слое: $Q_{impurity}^{crit} \simeq 10^{-18} \text{ C} \approx 6e$.

Для мультиферроика II рода, манганита тербия TbMnO_3 электрический заряд вихревой линии, приходящийся на один поперечный слой: $q_e \approx 1.8 \times 10^{-21} \text{ C} \approx 0.01e$; критическое напряжение кантилевера, необходимое для создания первой ВА пары $\varphi_0^{crit} \simeq 0.3 \text{ V} \times \ln(H/a)$; заряд примеси, необходимый для создания ВА пары в монослое материала: $Q_{impurity}^{crit} \simeq 1.6 \times 10^{-20} \text{ C} \approx 0.1e$.

Также в данном разделе обсуждается роль одноионной анизотропии и связанные с ней ограничения, накладываемые на исследуемую теоретическую модель, возникающие из-за возможности создания кантилевером вне-плоскостной поляризации.

В **разделе 2.7** приводятся обсуждение и выводы к данной главе.

Глава 3 посвящена исследованию фазовых переходов, индуцированных оптической или электрической накачкой в квазидимерных системах с двукратно вырожденным основным состоянием. Важную роль в таких системах играют амплитудные солитоны (кинки) параметра порядка – решения, плавно соединяющие два основных состояния. Кинку соответствует электронный уровень, на котором может находиться 0, 1 или 2 электрона. Если на солитонном уровне находятся ноль (два) электрона, имеем частицу, называемую “холоном” с зарядом $+e$ ($-e$ соответственно) и нулевым спином. При одном электроне на солитонном уровне, имеем частицу, называемую “спиноном” с нулевым зарядом и спином $s = 1/2$. Так как солитоны обладают такими квантовыми числами как заряд или спин, то возможно управление их концентрацией и наблюдение за ними.

В **разделе 3.1** описано взаимодействие и фазовые переходы в ансамблях солитонов. Солитоны, также как и обычные электроны, участвуют в разных видах взаимодействий, как между собой, так и с решеткой. Важное в данном случае кулоновское взаимодействие может быть заэкранировано или не заэкранировано внешними носителями заряда. Но помимо него, также присутствует необычное сверх-дальнодействующее взаимодействие, присущее солитонам, как топологически нетривиальным объектам. Солитон является одномерной границей, прерывающей правильное упорядочение между

цепочками. Это приводит к появлению энергии конфайнмента Fl , которая линейно растет с расстоянием l между солитонами при не зависящей от l силе притяжения F . Эта энергия доминирует на больших расстояниях, даже если она локально мала, как для системы слабо взаимодействующих цепочек. При этом, она растет как при увеличении расстояния между двумя солитонами на одной цепочке, так и для солитонов на соседних цепочках. Это приводит к тенденции образования бикинков на одной цепочке и к агрегации солитонов в стенки на разных цепочках соответственно. В результате этих двух тенденций, при понижении температуры в системе проходит два фазовых перехода: связывание солитонов в пары при $T = T_1$ и агрегация пар между цепочками при меньшей $T_2 \ll T_1$. Для трехмерной системы температура T_2 является точкой истинного фазового перехода, ниже которой в системе прорастают плоские доменные стенки, проходящие через все поперечное сечение. Для двумерной системы T_2 является лишь температурой кроссовера: при $T < T_2$ происходит постепенное увеличение поперечного размера спаренных стенок. Для конечных систем, моделирование которых проведено в данной диссертации, существует также зависящая от поперечных размеров образца температура T_F , при которой первая стенка прорастает через все поперечное сечение даже в 2D случае.

После того, как оптический или электрический импульс создал ансамбль солитонов, их средняя концентрация ν начинает эволюционировать как к тепловому равновесию при данной температуре, так и вместе с температурой $T(t)$. При этом система должна проходить через последовательность фазовых переходов или, по крайней мере, кроссоверов между различными фазами.

В разделе 3.2 вводится базовая модель для описания солитонов в квазидномерных системах с двукратным вырождением. В модели без кулоновского взаимодействия конфигурационная энергия параметра порядка $\eta_\alpha(x)$ равна (x – координата вдоль цепочки, α – индекс цепочки)

$$H_0 = \int dx \left(- \sum_{\langle\alpha,\beta\rangle} V_\perp \eta_\alpha(x) \eta_\beta(x) + \sum_\alpha (U(\eta_\alpha(x)) + C(\eta'_\alpha(x))^2) \right), \quad (9)$$

где V_\perp – энергия межцепочечного упорядочения на единицу продольной длины (таким образом $2ZV_\perp$ – это удерживающая солитоны в парах сила F , где $Z = 2, 4$ – число ближайших соседней цепочки в размерности $D = 2, 3$) и

$U(\eta)$ – двуххамный потенциал с двумя симметричными минимумами, нормированными на $\eta = \pm 1$, который определяет два возможных эквивалентных основных состояния. Солитон представляет собой состояние с энергией E_s , которое соединяет эти два минимума; например $\eta(x) = \pm \tanh(x/a)$ или другое антисимметричное решение, определяемое конкуренцией второго и третьего членов в (9). Удобно дискретизовать координату вдоль цепочки $x \rightarrow x_n = na_{||}$ с некоторым шагом $a_{||}$, значительно превышающим характерный размер ядра солитона a и ввести изинговскую псевдоспиновую переменную $S_{n,\alpha} = \eta_\alpha(x_n)$. При таком выборе масштаба, солитоны с концентрацией $c_\alpha(x)$ на единицу длины цепочки будут видны как резкие скачки между двумя основными состояниями, число которых на одну ячейку дискретизации $a_{||}$ задается решеточной функцией $\rho_{n,\alpha}$ такой, что [22]

$$\begin{aligned} c_\alpha(x)a_{||} &= \rho_{n,\alpha} = \frac{1}{2}(1 - S_{n,\alpha}S_{n+1,\alpha}), \\ \langle \rho_{n,\alpha} \rangle &= \nu = N_s/LH^{D-1}, \end{aligned} \quad (10)$$

где ν – средняя концентрация солитонов на один узел, N_s – их общее число, $L \times H^{D-1}$ – размеры образца в единицах $a_{||}$ и a_\perp , соответственно. Среднюю плотность можно контролировать с помощью химического потенциала μ_s и, таким образом, мы приходим к энергии Гиббса \tilde{H}_0 большого канонического ансамбля солитонов:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 &= H_0 - \mu_s N_s = -V_\perp \sum_{\langle \alpha, \beta \rangle} \int dx \eta_\alpha(x) \eta_\beta(x) + (E_s - \mu_s) N_s = \\ &= -J_\perp \sum_{\langle \alpha, \beta \rangle n} S_{n,\alpha} S_{n,\beta} - J_{||} \sum_{\alpha, n} (S_{n,\alpha} S_{n+1,\alpha} - 1), \end{aligned} \quad (11)$$

где $J_\perp = V_\perp a_{||}$, $J_{||} = (E_s - \mu_s)/2$. В ряде случаев, особенно в случае легиривания, солитоны могут обладать электрическим зарядом. Если экранирование внешними носителями достаточно велико, эти солитоны ведут себя как нейтральные. Однако в случае слабого или промежуточного экранирования, заряды солитонов необходимо рассматривать в явном виде. Поэтому, учитывая кулоновское взаимодействие, к гамильтониану можно добавить также кулоновскую энергию H_C [23]:

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 + H_C, \quad H_C = \frac{e^2}{2\epsilon} \sum_{n,m;\alpha,\beta} \frac{(\rho_{n,\alpha} - \nu)(\rho_{m,\beta} - \nu)}{|\mathbf{r}_{n,\alpha} - \mathbf{r}_{m,\beta}|}, \quad (12)$$

Где e – заряд электрона, ϵ – диэлектрическая постоянная, которую мы полагаем изотропной.

На основе построенной эффективной модели Изинга, можно сделать оценки для нейтральной системы. Например, в высокотемпературном пределе $T \gg T_1 \gg J_{\perp}$ система является эффективно одномерной, откуда можно найти поведение эффективной внутрицепочечной константы связи:

$$J_{||}(T, \nu) \approx \frac{T}{2} \ln \frac{1}{\nu} \quad (13)$$

Экстраполируя это выражение в сторону более низкой температуры T_1 , мы получаем для нее следующую оценку: $T_1 \sim J_{\perp}/\nu$ (как в 2D, так и в 3D случае).

Для температуры T_2 можно сделать следующую оценку

$$T_2 \approx \frac{2ZJ_{\perp}}{\ln(2/\nu)}, \quad (14)$$

Оценки для $J_{||}(T, \nu)$ можно также найти и в низкотемпературном пределе. В 2D при $T \rightarrow 0$ и 3D при $T \rightarrow T_2 + 0$ мы находим, что $J_{||}$ стремится к нулю как

$$J_{||}(T, \nu) \propto T \exp(-2J_{\perp}/T)/\sqrt{\nu} \quad (2D), \quad (15)$$

$$J_{||}(T, \nu) \propto \nu \ln(1/\nu) \cdot (T - T_2) \quad (3D).$$

При $T < T_2$ в 3D случае поперечные слои не взаимодействуют и $J_{||}$ остается равной 0.

В разделе 3.3 приведены результаты моделирования ансамбля солитонов методом Монте-Карло (МК). Изучены статистические свойства канонического ансамбля солитонов в широком диапазоне температур в двух и трех измерениях, как для нейтральных, так и для заряженных солитонов.

Для численного моделирования был использован алгоритм Метрополиса, сохраняющий фиксированное количество солитонов, вместо использования самосогласованной константы $J_{||}(T, \nu)$, как это было сделано в теоретическом разделе 3.2. В пределе большого числа солитонов N_s указанные подходы эквивалентны между собой, так как флуктуация числа солитонов мала: $\sim \sqrt{N_s} \ll N_s$. При моделировании используются периодические граничные условия, а в случае заряженных солитонов используется подход Лекнера [24, 25], являющийся усовершенствованной версией стандартного суммирования Эвалльда.

Рис. 4 показывает эволюцию двумерной системы нейтральных солитонов при понижении температуры в представлении изинговских спинов. При

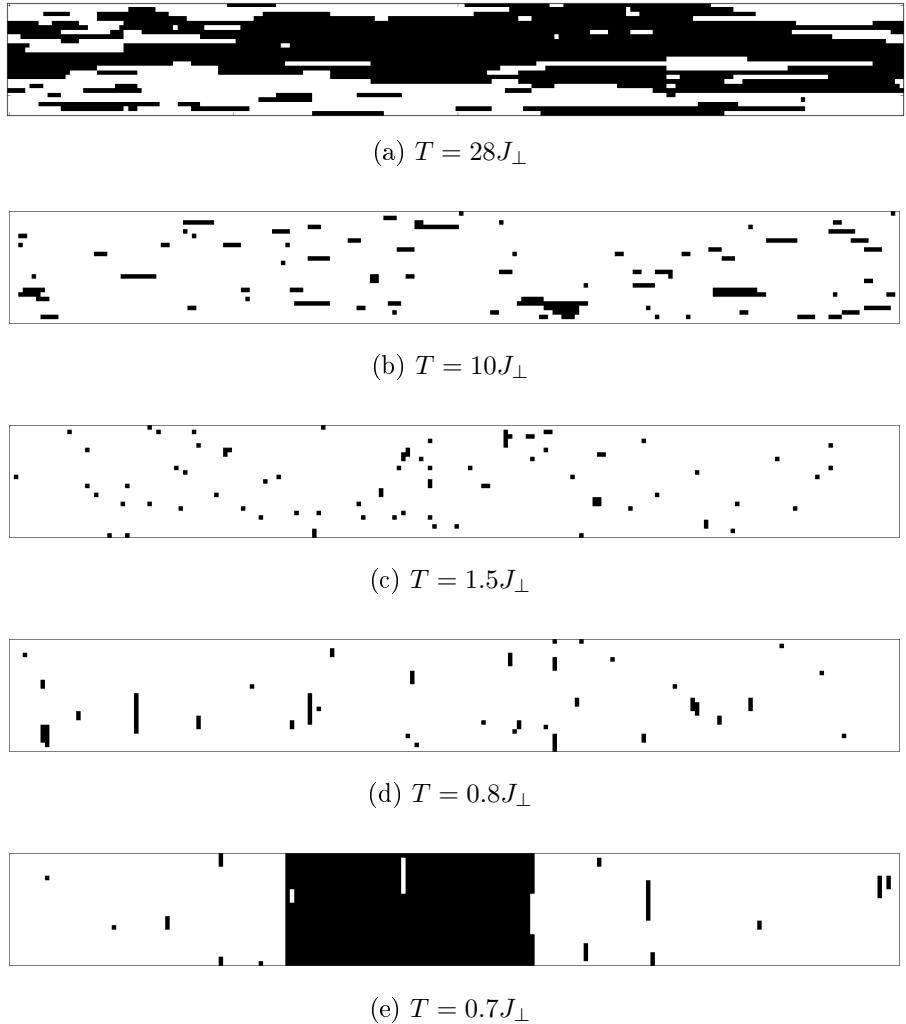
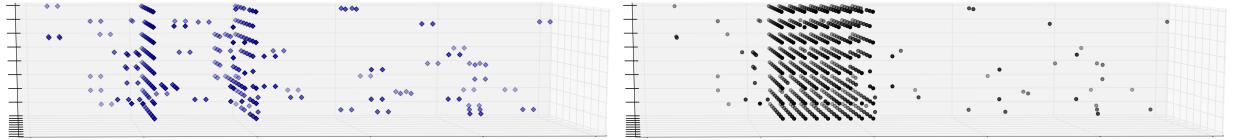


Рис. 4: Случай 2D нейтральных солитонов: изинговское представление системы размером 200×25 узлов и концентрацией солитонов $\nu = 0.03$ при понижении температуры.

$T = 28J_{\perp} > T_1$ наблюдается неупорядоченная изинговская фаза (рис. 4a). При $T = 10J_{\perp} < T_1$ мы наблюдаем упорядоченную изинговскую фазу со связанными парами солитонов (рис. 4b). При понижении температуры размер бисолитонных пар уменьшается (рис. 4c). Затем стержни из перевернутых спинов меняют преобладающую ориентацию от продольной при высоких температурах (режим слабосвязанных пар солитонов) к поперечной при более низких температурах (рис. 4d) – режим сильносвязанных солитонных пар, агрегирующихся в поперечном направлении. Наконец, при самых низких температурах агрегированные бисолитонные стержни пересекают весь образец и образуются домены (рис. 4e).



(a) Солитоны, $T = 2.0J_{\perp}$

(b) Изинговские спины, $T = 2.0J_{\perp}$

Рис. 5: Процесс формирования стенок в нейтральной 3D системе размерами $50 \times 8 \times 8$, при $\nu = 0.08$ при T немного ниже T_2 . На рис. (а) кружки обозначают положения солитонов, на рис. (б) – перевернутых спинов.

Для трехмерной системы нейтральных солитонов мы имеем качественно похожую картину (рис. 5), с той лишь разницей, что температура прорастания поперечных стенок T_2 является температурой истинного фазового перехода, а не кроссовера.

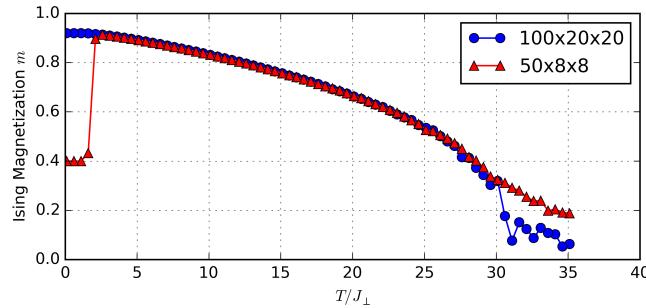


Рис. 6: График намагниченности m изинговских спинов в зависимости от температуры (в единицах J_{\perp}) для нейтральных систем размерами $100 \times 20 \times 20$ (кружки) и $50 \times 8 \times 8$ (треугольники), при $\nu = 0.08$.

Фазовые переходы можно также обнаружить с помощью интегральных характеристик. На рис. 6 представлена температурная зависимость изинговской намагниченности $m(T)$ для 3D нейтральной системы. За исключением низкотемпературной области, эта зависимость очень похожа на стандартный график для модели Изинга с температурой перехода $T_1 \approx 30J_{\perp}$. Переход несколько размывается из-за эффектов конечного размера системы. Даже такая не слишком малая фиксированная концентрация солитонов не оказывает заметного влияния на свойства системы при высоких температурах (по сравнению со стандартной моделью Изинга), в отличие от резкого эффекта, который мы видим при низких T . Фазовый переход при $T = T_2$ происходит с уменьшением размерности системы: взаимодействие между слоями обращается в нуль ($J_{||} = 0$). Поэтому, с термодинамической точки зрения, намагни-

ченность должна опускаться до 0. В численном моделировании t выбирает случайное значение между 0 и $1 - \nu$, когда система застывает при $T = 0$, что связано с эффектом конечного размера системы.

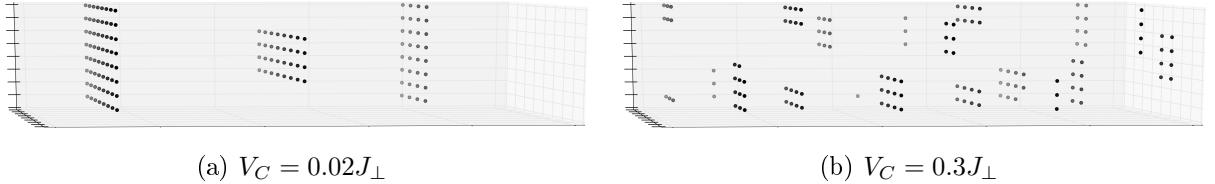


Рис. 7: Распад доменных стенок при усилении кулоновского взаимодействия. Представление изинговских спинов для системы размерами $50 \times 8 \times 8$ с концентрацией $\nu = 0.08$ при $T = 0.1J_\perp$ для различных значений кулоновского параметра. Закрашенные кружки указывают положения перевернутых спинов.

Для 3D систем заряженных солитонов даже локально малое кулоновское взаимодействие (с кулоновским параметром $V_C = e^2/\epsilon a_\perp \ll J_\perp$) может, тем не менее, влиять на переход T_2 образования макроскопических структур. Это происходит потому, что крупномасштабная структура, такая как доменная стенка, приводит к неубывающему с расстоянием электрическому полю, энергия которого нивелирует выигрыш в энергии конфайнмента, достигаемой путем образования стенки. Для макроскопической системы без внешнего экранирования любой произвольно малый кулоновский параметр $V_C \neq 0$ разрушает стенки, допуская лишь образование дискообразных структур с максимальным размером $R^* \propto \sqrt{J_\perp/V_C}$ (рис. 7). Однако, если экранирование присутствует и его характерная длина $l_s < R^*$, то доменные стенки по-прежнему пересекают весь образец.

При более сильном кулоновском взаимодействии, дисковидные образования распадается на отдельные бисолитоны. Когда кулоновское взаимодействие увеличивается еще больше, взаимодействие между удаленными бисолитонами становится значительным и они выстраиваются в состояние “вигнеровской жидкости” (рис. 8а). Кроме того, бисолитоны начинают удлиняться (рис. 8б), а когда их размер становится сравнимым с расстоянием между ними, то изинговский порядок разрушается и наблюдается “вигнеровская жидкость” отдельных солитонов (рис. 9).

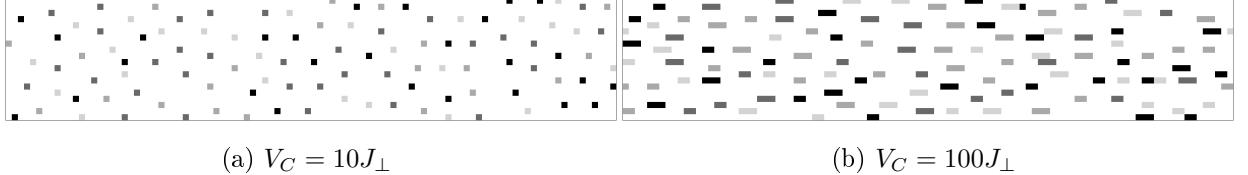


Рис. 8: Представление изинговских спинов четырех соседних сечений размером 100×20 системы размером $100 \times 20 \times 20$, которые спроектированы на плоскость xy при температуре $T = 0.1J_{\perp}$. Перевернутые спины из четырех спроектированных сечений обозначены разными оттенками.

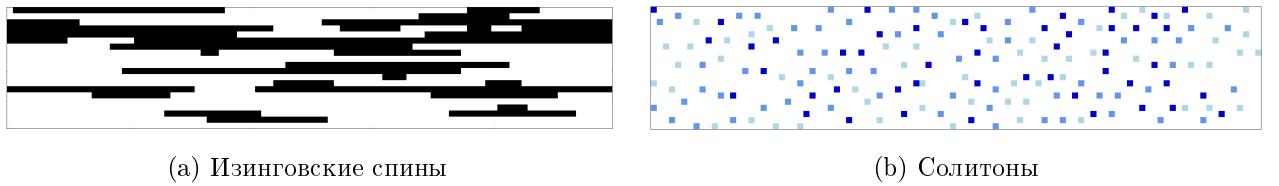


Рис. 9: Система размерами $100 \times 20 \times 20$ при $V_C = 1000J_{\perp}$, $T = 0.1J_{\perp}$. (а) Представление изинговских спинов сечения размером 100×20 . Изинговский порядок нарушен. (б) Представление солитонов сечения размерами $100 \times 20 \times 3$, спроектированного на плоскость xy ; солитоны из разных плоскостей обозначены разными оттенками.

В разделе 3.4 приведено обсуждение и выводы к главе 3.

Глава 4 посвящена моделированию сетей и глобул заряженных доменных стенок, создаваемых оптической или электрической накачкой в $1T$ –TaS₂.

Дисульфид тантала TaS₂ – слоистый материал, из семейства дихалькогенидов переходных металлов. При изменении температуры, в его тригональной ($1T$) фазе происходит несколько фазовых переходов с образованием различных видов волн зарядовой плотности (ВЗП). Если пренебречь электронными корреляциями, то в основном состоянии системы, над щелью ВЗП должны оставаться $1/13$ исходных электронов проводимости, то есть вещества должно было бы оставаться металлом, как и в высокотемпературной фазе. Однако, из-за малой концентрации носителей, начинает доминировать энергия кулоновского взаимодействия между ними, в результате чего происходит их вигнеровская кристаллизация, открывается щель Мотта-Хаббарда и материал становится диэлектриком [26]. Из-за того, что каждый из локализованных электронов, вследствие кулоновского взаимодействия, искажает решетку и образует полярон, получающееся основное состояние называют “поляронным кристаллом”.

При воздействии на систему, находящуюся в основном состоянии ультракоротким лазерным импульсом [6, 27], импульсом напряжения [14, 28], или при локальных манипуляциях заряженной иглой сканирующего туннельного микроскопа (СТМ) [7, 8] система переходит в “скрытое” (или “мозаичное” металлическое) состояние, характеризующееся разветвленными сетями или глобулами доменных стенок. Физически это происходит из-за того, что с помощью внешних импульсов, возбуждаются электроны нижней хаббардовской зоны, образуя вакансии (“поляронные дырки”), которые агрегируются в доменные стенки. Однако, на первый взгляд, заряженные вакансии должны отталкиваться друг от друга и сами образовывать вигнеровский кристалл.

Возникает вопрос: почему и каким образом отталкивающиеся вакансии объединяются в сеть доменных стенок? Ответ на него дан в этой главе.

В разделе 4.1 описана используемая модель. Система поляронов моделируется решеточным газом заряженных частиц на треугольной решетке. Каждая частица представляет собой локализованный электрон с зарядом $-e$, который компенсируется статическим однородным положительным фоном. Внешний импульс моделируется малой концентрацией случайно посаженных вакансий, уменьшающих концентрацию частиц ниже равновесной: $\nu = \nu_0 - \delta\nu$. Взаимодействие поляронов, расположенных на узлах i, j , описывается эффективным гамильтонианом $H = \sum_{i,j} U_{ij} n_i n_j$ с отталкивательными взаимодействиями U_{ij} . Здесь суммирование ведется по всем парам узлов $i \neq j$; $n_i = 1$ (или 0), когда частица присутствует (или отсутствует) на узле i и в качестве U_{ij} выбран экранированный кулоновский потенциал

$$U_{ij} = \frac{U_0 a}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \exp\left(-\frac{r - a}{l_s}\right), \quad (16)$$

где $U_0 = e^2 \exp(-a/l_s)/a$ – кулоновская энергия взаимодействия соседних частиц в упорядоченном состоянии вигнеровского кристалла с расстоянием $a = \sqrt{13}b$ между ними (b – постоянная исходной треугольной решетки, l_s – длина экранирования).

В разделе 4.2 описаны заряженные дефекты поляронной сверхрешетки. Простейший дефект решетки представляет собой вакансию или “поляронную дырку”, которая образуется, когда электрон из нижней хаббардовской зоны возбуждается в зону проводимости или вовсе покидает систему. Одиночная вакансия имеет относительный заряд $+e$ (из-за фонового нейтрализующего заряда) и кулоновскую энергию порядка $E_{void} \simeq e^2/a$.

Другим, топологически нетривиальным дефектом, является доменная стенка, разделяющая области с различными 13-кратно вырожденными основными состояниями системы. Сравним энергию изолированной вакансии и отрезка доменной стенки, обладающего тем же зарядом. Минимальный заряд доменной стенки, приходящийся на вектор трансляции сверхрешетки \mathbf{a} , равен $+e/13$, и энергию отрезка стенки, несущего заряд $+e$, можно оценить как кулоновскую энергию равномерно заряженной линии:

$$E_{wall} \simeq \times \frac{e^2}{13a} \ln(l_s/a), \quad (17)$$

При умеренных длинах экранирования l_s эта энергия меньше, чем собственная энергия вакансии E_{void} , что делает энергетически выгодным распад вакансий на дробно-заряженные доменные стенки.

В разделе 4.3 представлен анализ на основе теории среднего поля для фазового перехода порядок-беспорядок в недопированной системе (с концентрацией частиц $\nu = 1/13$). Для температуры перехода получена оценка $T_c = \Delta_1/7$, где Δ_1 – энергия возбуждения частицы из ее низкоэнергетического положения на ближайший соседний узел.

В разделе 4.4 описаны результаты численного моделирования классического решеточного газа, проделанного с помощью алгоритма Метрополиса метода Монте-Карло.

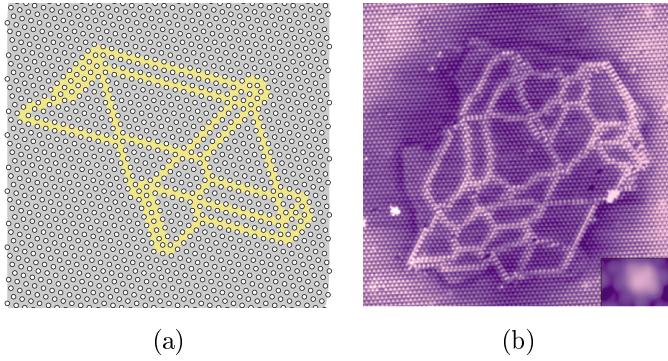


Рис. 10: Структура глобулы. (а) Численное моделирование для $\nu_{voids} \approx 1.0\%$, при $T = 0.01U_0$, цветом выделены доменные стенки; (б) из экспериментальной работы [7].

Рис. 10а показывает низкотемпературную конфигурацию системы размерами 130×156 , где $N_p = 1544$ частиц были расположены на решетке случайным образом (соответствующая концентрация вакансий $\nu_{voids} \approx 1.0\%$), а затем система медленно охлаждалась от $T = 0.07U_0 > T_c$ до $T = 0.01U_0 \ll T_c$. Несмотря на случайное начальное распределение частиц по образцу, в конце концов, вакансии объединяются в одну глобулу, погруженную в связное

“кристаллическое” состояние. На рис. 10 представлено сравнение результатов нашего моделирования (рис. 10a) с экспериментальными результатами (рис. 10b, [7]).

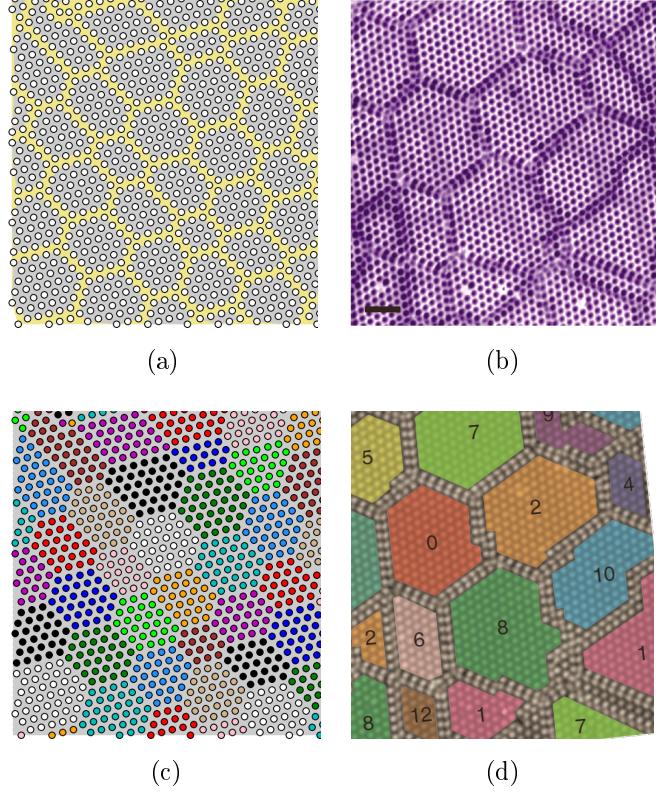


Рис. 11: Моделирование для случая большего допинга (а, с) в сравнении с экспериментом (б, д). Рис. (а, с) показывают настоящее моделирование с концентрацией вакансий $\nu_{voids} = 1.9\%$ при низкой температуре $T = 0.01U_0$. Рис. (б, д) адаптированы из [7].

При увеличении допинга размер глобулы растет, и при достижении некоторой пороговой концентрации, когда глобула дорастает до размеров порядка размера образца, появляется разветвленная сеть доменных стенок, которая делит систему на мозаику областей случайной формы (рис. 11а,с). Сравнение моделирования с экспериментом по инжектированию заряда импульсами СТМ показано между панелями (а) и (б), (с) и (д) на рис. 11. Эти рисунки демонстрируют значительное сходство нашего моделирования с результатами нескольких экспериментов, использующих либо оптическое переключение в скрытое состояние [27], либо СТМ-импульсы напряжения [7, 8].

В разделе 4.5 приведены обсуждение и выводы к главе 4.

В заключении приведены основные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. Построена аналитическая теория, описывающая физические свойства мультивихревых магнитных структур, создаваемых неоднородным внешним электрическим полем в тонких пленках магнитоэлектрических материалов с магнитной симметрией типа “легкая плоскость”. Найден критический потенциал приложенного внешнего поля, необходимый для создания первой вихрь-антивихревой пары. В непрерывном приближении найдены: плотность распределения вихрей по образцу, число пар вихрь-антивихрь, в зависимости от заряда иглы кантилевера, а также полная энергия основного состояния системы. С помощью метода случайного энергетического ландшафта для “стеклоподобных” систем установлен степенной характер температурной зависимости электрической поляризуемости системы магнитных вихрей при низких температурах. Аналитические результаты подтверждены численными расчетами методом Монте-Карло.

2. Проведен аналитический и численный анализ фазовых переходов в ансамблях амплитудных солитонов (кинков) волны зарядовой плотности в квазиодномерной системе с двукратным вырождением основного состояния. Показано, что в термодинамическом пределе сколь угодно слабое кулоновское взаимодействие приводит к подавлению фазового перехода с образованием солитонных доменных стенок, сохраняя высокотемпературный переход связывания солитонов в бисолитонные пары (конфайнмента). Агрегация заряженных солитонов приводит к образованию локальных поперечных дискообразных структур, и, в случае сильного кулоновского взаимодействия – к их полной фрагментации в вигнеровскую жидкость бисолитонов, а в случае еще более сильного кулоновского взаимодействия – к подавлению изинговского порядка с образованием вигнеровской жидкости отдельных солитонов.

Публикации автора по теме диссертации

Из списка ВАК:

1. P.I. Karпов, S.I. Mukhin, Polarizability of electrically induced magnetic vortex plasma, *Phys. Rev. B* **95**, 195136 (2017).
2. P. Karпов, S. Brazovskii, Phase transitions in ensembles of solitons induced by an optical pumping or a strong electric field, *Phys. Rev. B* **94**, 125108 (2016).

Сборники трудов конференций:

1. Карпов П. И. Диэлектрическая восприимчивость мультиферроиков с магнитными вихрями. Всероссийский молодежный конкурс научно-исследовательских работ по фундаментальной и прикладной физике-2012. Сборник трудов. Часть 1. НИИ РЛ, Москва (2012), с. 144-146.
2. P. Karpov, S. Mukhin, Dielectric susceptibility of magnetoelectric thin films with vortex-antivortex dipole pairs. International Conference “Interaction of superconductivity and magnetism”, ПКЦ Альтекс, Москва (2015), с. 30-31.
3. Карпов П.И., Бразовский С.А. Фазовые переходы в ансамблях солитонов, индуцированные оптической накачкой или сильным электрическим полем. Тезисы докладов V Международной молодежной научной школы-конференции. НИЯУ МИФИ, РФФИ, ФИАН им. Лебедева, Москва (2016), с. 206-208.
4. Karpov P.I., Mukhin S.I., Polarizability of electrically induced magnetic vortex “atoms”, Moscow International Symposium on Magnetism, Book of Abstracts, Moscow State University, Moscow (2017), p. 371.
5. P. Karpov and S. Brazovskii, Modeling of formation and evolution of domain walls’ globes and networks in $1T - \text{TaS}_2$, International Research School and Workshop on Electronic Crystals, ECRYS-2017, Cargese (2017), p. 95. Расширенная версия: arXiv:1709.01912.

Список литературы

- [1] IMPACT 2016: International Research School Electronic States and Phases Induced by Electric Or Optical Impacts, Book of Abstracts, ed. N. Kirova (Universite Paris-Saclay, 2016)
- [2] F.-T. Huang and S.-W. Cheong, *Nat. Rev. Mater.* **2**, 17004 (2017).
- [3] J.M. Kosterlitz, *Rep. Prog. Phys.* **79**, 026001 (2016).
- [4] M. Fiebig *et al*, *Nat. Rev. Mater.* **1**, 16046 (2016).
- [5] T.-H. Kim, S. Cheon and H.W. Yeom, *Nat. Physics* **13**, 444 (2017).

- [6] L. Stojchevska *et al*, *Science* **344**, 177-180 (2014).
- [7] L. Ma *et al*, *Nat. Commun.* **7**, 10956 (2016).
- [8] D. Cho *et al*, *Nat. Commun.* **7**, 10453 (2016).
- [9] S.S.P. Parkin, M. Hayashi, L. Thomas, *Science* **320**, 190 (2008).
- [10] A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, *Nat. Nanotechnol* **8**, 152 (2013).
- [11] T. Taniyama, *J. Phys.: Condens. Matter.* **27**, 504001 (2015).
- [12] F. Matsukura, Y. Tokura, and H. Ohno, *Nature Nanotech.* **10**, 209 (2015).
- [13] D. Svetin *et al*, *Sci. Rep.* **7**, 46048 (2016).
- [14] I. Vaskivskyi *et al*, *Nat. Commun.* **7**, 11442 (2016).
- [15] M.V. Mostovoy, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 067601 (2006).
- [16] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика, Т.ВIII, Электродинамика сплошных сред. 4-е изд., (Физматлит, 2005).
- [17] A.P. Pyatakov *et al*, *MSU Phys. Bull.* **65**, 329 (2010).
- [18] A.P. Pyatakov, G.A. Meshkov, A.K. Zvezdin, *JMMM*. **324**, 3551 (2012).
- [19] D. Wales, *Energy Landscapes: Applications to Clusters, Biomolecules and Glasses*, (Cambridge University Press, 2003).
- [20] M. Mezard, G. Parisi, A. Zee, *Nucl. Phys. B* **559**, 689 (1999).
- [21] A. Amir, Y. Oreg, and Y. Imry, *Phys. Rev. Lett* **105**, 070601 (2010).
- [22] T. Bohr, S. Brazovskii, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **16**, 1189 (1983).
- [23] S. Teber *et al*, *J. Phys.: Condens. Matter.* **13**, 4015 (2001).
- [24] J. Lekner, *Physica A* **176**, 485 (1991).
- [25] J. Lekner, *Mol. Simul.* **20**, 357 (1998).
- [26] E. Tosatti, P. Fazekas, *Journal de Physique* **37**, C4-165 (1976).
- [27] Y.A. Gerasimenko *et al*, arXiv:1704.08149 (2017).
- [28] M. Yoshida *et al*, *Scientific Reports* **4**, 7302 (2014).